М. В. Ульянов

РЕСУРСНО-ЭФФЕКТИВНЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ. РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

МОСКВА
НАУКА
ФИЗМАТЛИТ
2007

жения, что генетический алгоритм может стать эффективной процедурой поиска оптимального решения, если:

— пространство поиска достаточно велико, и предполагается, что целевая функция не является гладкой и унимодальной в области поиска, т.е. не содержит один гладкий экстремум;

— задача не требует нахождения глобального оптимума, необходимо достаточно быстро найти приемлемое «хорошее» решение, что довольно часто встречается в реальных задачах.

Если целевая функция обладает свойствами гладкости и унимодальности, то любой градиентный метод, такой как, метод наискорейшего спуска будет более эффективен. Генетический алгоритм является в определенном смысле универсальным методом, т. е. он явно не учитывает специфику задачи или должен быть на нее каким-то образом специально настроен. Поэтому если мы имеем некоторую дополнительную информацию о целевой функции и пространстве поиска (как, например, для хорошо известной задачи коммивояжера), то методы поиска, использующие эвристики, определяемые задачей, часто превосходят любой универсальный метод. С другой стороны при достаточно сложном рельефе функции приспособленности градиентные методы с единственным решением могут останавливаться в локальном решении. Наличие у генетических алгоритмов целой «популяции» решений, совместно с вероятностным механизмом мутации, позволяют предполагать меньшую вероятность нахождения локального оптимума и большую эффективность работы на многоэкстремальном ландшафте.

Сегодня генетические алгоритмы успешно при меняются как для решения классических NP-полных задач, задач оптимизации в пространствах с большим количеством измерений, ряда экономических задач оптимального характера, например, задач распределения инвестиций. Много полезной и доступно изложенной информации по генетическим алгоритмам читатель может найти в книге [7.6].

Муравьиные алгоритмы. Муравьиные алгоритмы представляют собой новый перспективный метод решения задач оптимизации, в основе которого лежит моделирование поведения колонии муравьев. Колония представляет собой систему с очень простыми правилами автономного поведения особей. Однако, не смотря на примитивность поведения каждого отдельного муравья, поведение всей колонии оказывается достаточно разумным. Эти принципы проверены временем — удачная адаптация к окружающему миру на протяжении миллионов лет означает, что природа выработала очень удачный механизм поведения. Исследования в этой области начались в середине 90-х годов XX века, автором идеи является Марко Дориго из Университета Брюсселя, Бельгия [7.10, 7.11, 7.12].

Биологические принципы поведения муравьиной колонии. Муравьи относятся к социальным насекомым, образующим коллективы. В биологии коллектив муравьев называется колонией. Число муравьев в колонии может достигать нескольких миллионов, на сегодня известны суперколонии муравьев (Formica lugubrus), протянувшиеся на сотни километров. Одним из подтверждений оптимальности поведения колоний является тот факт, что сеть гнезд суперколоний близка к минимальному остовному дереву графа их муравейников [7.13].

Основу поведения муравьиной колонии составляет самоорганизация, обеспечивающая достижения общих целей колонии на основе низкоуровневого взаимодействия. Колония не имеет централизованного управления, и ее особенностями является обмен локальной информацией только между отдельными особями (прямой обмен — пища, визуальные и химические контакты) и наличие непрямого обмена, который и используется в муравьиных алгоритмах.

Непрямой обмен — *стигмержи* (stigmergy), представляет собой разнесенное во времени взаимодействие, при котором одна особь изменяет некоторую область окружающей среды, а другие используют эту информацию позже, в момент, когда они в нее попадают. Биологи установили, что такое отложенное взаимодействие происходит через специальное химическое вещество — *феромон* (pheromone), секрет специальных желез, откладываемый при перемещении муравья. Концентрация феромона на тропе определяет предпочтительность движения по ней. Адаптивность поведения реализуется испарением феромона, который в природе воспринимается муравьями в течение нескольких суток. Мы можем провести некоторую аналогию между распределением феромона в окружающем колонию пространстве, и «глобальной» памятью муравейника, носящей динамический характер [7.13].

Идея муравьиного алгоритма. Идея муравьиного алгоритма — моделирование поведения муравьев, связанное с их способностью быстро находить кратчайший путь от муравейника к источнику пищи и адаптироваться к изменяющимся условиям, находя новый кратчайший путь. При своем движении муравей метит свой путь феромом, и эта информация используется другими муравьями для выбора пути. Это элементарное правило поведения и определяет способность муравьев находить новый путь, если старый оказывается недоступным. Дойдя до преграды, муравьи с равной вероятностью будут обходить ее справа и слева. То же самое будет происходить и на обратной стороне преграды. Однако, те муравьи, которые случайно выберут кратчайший путь, будут быстрее его проходить, и за несколько передвижений он будет более обогащен феромоном. Поскольку движение муравьев определяется концентрацией феромона, то следующие будут предпочитать именно этот путь, продолжая обогащать его феромоном, до тех пор, пока этот путь по какой-либо причине не станет доступен. Очевидная положительная обратная связь быстро приведет к тому, что кратчайший путь станет единственным маршрутом движения большинства муравьев. Моделирование испарения феромона — отрицательной обратной связи, гарантирует нам, что найденное локально оптимальное решение не будет единственным — муравьи будут искать и другие пути. Если мы моделируем процесс такого поведения на некотором графе, ребра которого представляют собой возможные пути перемещения муравьев, в течение определенного времени, то наиболее обогащенный феромоном путь по ребрам этого графа и будет являться решением задачи, полученным с помощью муравьиного алгоритма. Рассмотрим конкретный пример.

Формализация задачи коммивояжера в терминах подхода муравьиных алгоритмов. Задача формулируется как задача поиска минимального по стоимости замкнутого маршрута по всем вершинам без повторений на полном взвешенном графе с n вершинами. Содержательно вершины графа являются городами, которые должен посетить коммивояжер, а веса ребер отражают расстояния (длины) или стоимости проезда. Эта задача является NP-трудной, и точный переборный алгоритм ее решения имеет факториальную сложность. Приводимое здесь описание муравьиного алгоритма для задачи коммивояжера является кратким изложением статьи С. Д. Штовбы [7.13].

Моделирование поведения муравьев связано с распределением феромона на тропе — ребре графа в задаче коммивояжера. При этом вероятность включения ребра в маршрут отдельного муравья пропорциональна количеству феромона на этом ребре, а количество откладываемого феромона пропорционально длине маршрута. Чем короче маршрут, тем больше феромона будет отложено на его ребрах, следовательно, большее количество муравьев будет включать его в синтез собственных маршрутов. Моделирование такого подхода, использующего только положительную обратную связь, приводит к преждевременной сходимости — большинство муравьев двигается по локально оптимальному маршруту. Избежать этого можно, моделируя отрицательную обратную связь в виде испарения феромона. При этом если феромон испаряется быстро, то это приводит к потере памяти колонии и забыванию хороших решений, с дугой стороны, большое время испарения может привести к получению устойчивого локально оптимального решения. Теперь, с учетом особенностей задачи коммивояжера, мы можем описать локальные правила поведения муравьев при выборе пути.

— муравьи имеют собственную «память». Поскольку каждый город может быть посещен только один раз, у каждого муравья сеть список уже посещенных городов — список запретов. Обозначим через $J_{i,k}$ список городов, которые необходимо посетить муравью k, находящемуся в городе i;

— муравьи обладают «зрением» — видимость есть эвристическое желание посетить город j, если муравей находится в городе i. Будем считать, что видимость обратно пропорциональна расстоянию между городами i и j — D_{ij}

$$\eta_{ij} = 1/D_{ij} .$$

— муравьи обладают «обонянием» — они могут улавливать след феромона, подтверждающий желание посетить город j из города i, на основании опыта других муравьев. Количество феромона на ребре (i, j) в момент времени t обозначим через $\tau_{ij}(t)$.

На этом основании мы можем сформулировать вероятностно-пропорциональное правило [7.13], определяющее вероятность перехода k-ого муравья из города i в город j:

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \dfrac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha} \cdot [\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum\limits_{l \in J_{i,k}} [\tau_{il}(t)]^{\alpha} \cdot [\eta_{il}]^{\beta}}, \quad j \in J_{i,k}; \\ P_{ij,k}(t) = 0, \quad j \notin J_{i,k}, \end{cases} \tag{7.3.1}$$

где α, β — параметры, задающие веса следа феромона, при $\alpha = 0$ алгоритм вырождается до жадного алгоритма (будет выбран ближайший город). Заметим, что выбор города является вероятностным, правило (7.3.1) лишь определяет ширину зоны города j; в общую зону всех городов $J_{i,k}$ бросается случайное число, которое и определяет выбор муравья. Правило (7.3.1) не изменяется в ходе алгоритма, но у двух разных муравьев значение вероятности перехода будут отличаться, т. к. они имеют разный список разрешенных городов.

Пройдя ребро (i, j), муравей откладывает на нем некоторое количество феромона, которое должно быть связано с оптимальностью сделанного выбора. Пусть $T_k(t)$ есть маршрут, пройденный муравьем k к моменту времени t, а $L_k(t)$ — длина этого маршрута. Пусть также Q — параметр, имеющий значение порядка длины оптимального пути. Тогда откладываемое количество феромона может быть задано в виде

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k(t)}, & (i, j) \in T_k(t); \\ 0, & (i, j) \notin T_k(t). \end{cases}$$

Правила внешней среды определяют, в первую очередь, испарение феромона. Пусть $p \in [0,1]$ есть коэффициент испарения, тогда правило испарения имеет вид

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t); \quad \Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{ij,k}(t), \tag{7.3.2}$$

где m — количество муравьев в колонии.

В начале алгоритма количество феромона на ребрах принимается равным небольшому положительному числу. Общее количество муравьев остается постоянным и равным количеству городов, каждый муравей начинает маршрут из своего города. Дополнительная модификация алгоритма может состоять во введении так называемых «элитных» муравьев, которые усиливают ребра наилучшего маршрута, найденного с начала работы алгоритма. Обозначим через T^* наилучший текущий маршрут, через L^* — его длину. Тогда если в колонии есть e элитных муравьев, ребра маршрута получат дополнительное количество феромона

$$\Delta\tau_e = e \cdot Q / L^* . \tag{7.3.3}$$

Муравьиный алгоритм для задачи коммивояжера

```
1. Ввод матрицы расстояний D.
2. Инициализация параметров алгоритма — α, β, e, Q.
3. Инициализация ребер — присвоение видимости ηij
   и начальной концентрации феромона.
4. Размещение муравьев в случайно выбранные города без совпадений.
5. Выбор начального кратчайшего маршрута и определение L*
6. Цикл по времени жизни колонии t=1,tmax.
   7. Цикл по всем муравьям k=1,m
      8. Построить маршрут Tk(t)по правилу (7.3.1)
         и рассчитать длину Lk(t).
   9. конец цикла по муравьям.
   10. Проверка всех Lk(t) на лучшее решение по сравнению с L*.
   11. Если да, то обновить L* и T*.
   12. Цикл по всем ребрам графа.
      13. Обновить следы феромона на ребре
          по правилам (7.3.2) и (7.3.3).
   14. конец цикла по ребрам.
15. конец цикла по времени.
16. Вывести кратчайший маршрут T* и его длину L*.
```

Сложность данного алгоритма определяется непосредственно из приведенного выше текста — $\Theta\left(t_{\max} \cdot \max\left(m, n^2\right)\right)$, таким образом, сложность зависит от времени жизни колонии, количества городов и количества муравьев в колонии.

Области применения и возможные модификации. Поскольку в основе муравьиного алгоритма лежит моделирование передвижения муравьев по некоторым путям, то такой подход может стать эффективным способом поиска рациональных решений для задач оптимизации, допускающих графовую интерпретацию. Ряд экспериментов показывает, что эффективность муравьиных алгоритмов растет с ростом размерности решаемых задач оптимизации. Хорошие результаты получаются для нестационарных систем с изменяемыми во времени параметрами, например, для расчетов телекоммуникационных и компьютерных сетей [7.13]. В [7.14] описано применение муравьиного алгоритма для разработки оптимальной структуры съемочных сетей GPS, в рамках создания высокоточных геодезических и съемочных технологий. В настоящее время на основе применения муравьиных алгоритмов получены хорошие результаты для таких сложных оптимизационных задач как задача коммивояжера, транспортная задача, задача календарного планирования, задача раскраски графа, квадратичной задачи о назначениях, задачи оптимизации сетевых графиков и ряда других [7.13].

Качество получаемых решений во многом зависит от настроечных параметров в вероятностно-пропорциональном правиле выбора пути на основе текущего количества феромона и параметров правил откладывания и испарения феромона. Возможно, что динамическая адаптационная настройка этих параметров может способствовать получению лучших решений. Немаловажную роль играет и начальное распределение феромона, а также выбор условно оптимального решения на шаге инициализации. В [7.13] отмечается, что перспективными путями улучшения муравьиных алгоритмов является адаптация параметров с использованием базы нечетких правил и их гибридизация, например, с генетическими алгоритмами. Как вариант, такая гибридизация может состоять в обмене, через определенные промежутки времени, текущими наилучшими решениями.

Много полезной информации по муравьиным алгоритмам читатель может найти на специальном англоязычном сайте по этому направлению [7.14].

Список литературы к главе 7

[7.1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. — 720 с.

[7.2] Шевченко В. Н. Качественные вопросы целочисленного программирования, — М: Физматлит, 1995. — 192 с.

[7.3] Little R. D. C., Murty K. G., Sweeney D. W., Karel C. An Algorithm for the Traveling Salesman Problem. Oper. Res., 11: 979–989 (1963) (IM).

[7.4] Гасфилд Д. Строки, деревья и последовательности в алгоритмах: Информатика и вычислительная биология / Пер с англ. И.В. Романовского. — СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2003 г. — 654 с.

[7.5] Рутковский Л., Пилиньский М., Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. — М.: Горячая линия-Телеком, 2004 г. — 452 с.

[7.6] Гладков Л.А, Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / Под ред. В.М. Курейчика. — 2-ое изд., испр. и доп. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 320 с.

[7.7] http://www.krf.bsu.by/ELib/Genetic/GenAlg_2/index.htm.

[7.8] http://www.neuroproject.ru.

[7.9] http://www.aic.nrl.navy.mil/galist/.

[7.10] Bonavear E., Dorigo M. Swarm Intelligence: from Natural to Artificial Systems. — Oxford University Press, 1999, — 307 p.

[7.11] Corne D., Dorigo M., Glover F. New Ideas in Optimization. — McGrav-Hill, 1999.

[7.12] http://iridia.ulb.ac.be/dorigo/ACO/ACO.html.

[7.13] Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro Математика в приложениях. 2003. №4. С.70–75.

[7.14] http://www.swarm.org.