Лабораторная работа №8

Выполнила: Леонтьева Анна Викторовна, студент 1 курса ИВТ, группа 1, подгруппа 2

Тема: Итерационные циклические вычислительные процессы управлением по индексу/аргументу и функции.

Цель работы: реализовать итерационные циклические вычислительный процессы с управление по индексу/аргументу и функции с помощью компилятора PascalABC.

Оборудование: ПК, PascalABC

Задание 1.1

Задача:

Дан процесс, связанный с изменением выходного напряжения Uвых на обкладках конденсатора электрической цепи, которая включает активное сопротивление R = 2 Ом и конденсатор с емкостью C=0.01 Ф. Построить переходную характеристику заряда конденсатора по схеме RC цепочки с заданной точностью ε = 10-3, Uвх = 50 В:

$$U_{вых} = U_{вх}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right).$$

начальное значение t = 0.01, с шагом 0.01

Математическая модель (+обоснование):

$$e^x \approx \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^k}{k!} \approx \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

| Замена $\frac{x^k}{k!}$ на U_k

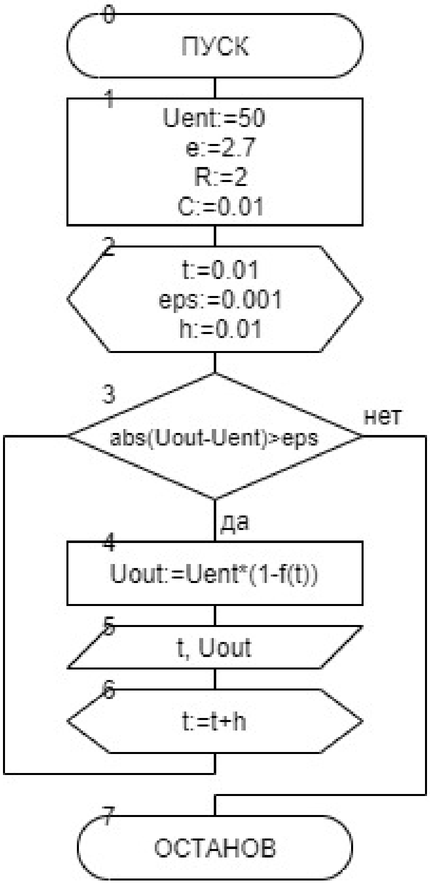
Нахождение рек-й зависимости:

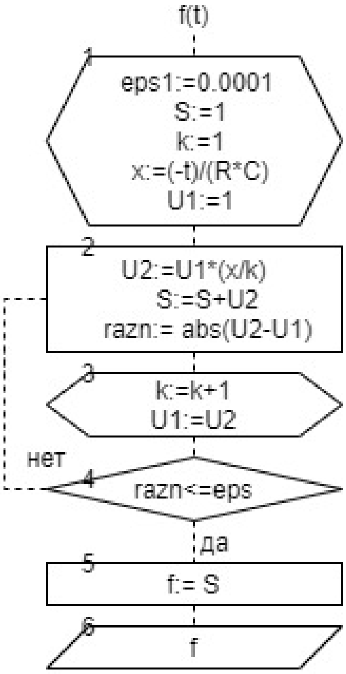
$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}} \Rightarrow U_k = M \cdot U_{k-1}$$

Найдем M при $\underline{k! = (k-1)! \cdot k}$; $\underline{x^k = x^{k-1} \cdot x}$:

$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{\frac{x^k}{k!}}{\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}} = \frac{x^k \cdot (k-1)!}{k! \cdot x^{k-1}} = \frac{\cancel{x^{k-1}} \cdot x \cdot \cancel{(k-1)!}}{\cancel{(k-1)!} \cdot k \cdot \cancel{x^{k-1}}} = \underline{\underline{\frac{x}{k}}}$$

Блок-схема:





Список идентификаторов:

Имя	Тип	Смысл
t	real	время
C	real	емкость конденсатора
eps	real	точность вычисления выходного напряжения
h	real	шаг
Uout	real	входное напряжение
Uent	integer	выходное напряжения
R	integer	сопротивление
f	real (function)	пользовательская функция для вычисления e^x
x	real	значение степени e
eps1	real	точность вычисления e^x
U1	real	промежуточная переменная для вычисления e^x (нынешний элемент математического ряда)
U2	real	промежуточная переменная для вычисления e^x (следующий элемент математического ряда)
S	real	промежуточная переменная для вычисления e^x (сумма элементов математического ряда)
razn	real	промежуточная переменная для вычисления e^x
k	integer	промежуточная переменная для вычисления e^x

Код программы:

```
program lr81_1;
var
  t, C, eps, h, Uout: real;
  Uent, R: integer;
function f(t: real): real;
    var x, eps1, U1, U2, S, razn: real;
    k: integer;
  begin
  eps1:=0.0001;
  S:=1;
  k:=1;
  x:=(-t)/(R*C);
  U1:=1;
  repeat
    U2:=U1*(x/k);
    S:=S+U2;
    razn:= abs(U2-U1);
    k:=k+1;
    U1:=U2;
  until razn<eps;
    f:= S;
  end;
begin
  Uent:=50;
  R:=2;
  C:=0.01;
  t:=0.01;
  eps:=0.001;
  h:=0.01;
  while abs(Uout-Uent)>eps do begin
    Uout:=Uent*(1-f(t));
    writeln('t=',t,' Uвых=', Uout:0:5);
    t:=t+h;
  end;
end.
```

Результат:

Окно вывода

```
t=0.01 Uвых=19.67339
t=0.02 Uвых=31.60590
t=0.03 Uвых=38.84419
t=0.04 Uвых=43.23361
t=0.05 Uвых=45.89474
t=0.06 Uвых=47.51019
t=0.07 Uвых=48.49113
t=0.08 Uвых=49.08466
t=0.09 Uвых=49.44369
t=0.1 Uвых=49.66468
t=0.11 Uвых=49.79636
t=0.12 Uвых=49.87484
t=0.13 Uвых=49.92689
t=0.14 Uвых=49.95533
t=0.15 Uвых=49.97082
t=0.16 Uвых=49.98571
t=0.17 Uвых=49.99095
t=0.18 Uвых=49.99202
t=0.19 Uвых=49.99543
t=0.2 Uвых=49.99905
```

Анализ: программа была реализована с помощью цикла while, так как реализовывался ИЦВП. Для удобства была реализована пользовательская функция для вычисления e^x (приближенное вычисление элементарных функций).

Задача 1.2

Задача: вычислить e^x с точность 10-4. Начальные условия: k = 1, U0 = 1, S0 = 1, x = 0.5

Математическая модель:

$$e^x \approx \frac{x^0}{0!}+\frac{x^1}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^k}{k!} \approx \sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}$$

| Замена $\frac{x^k}{k!}$ на U_k

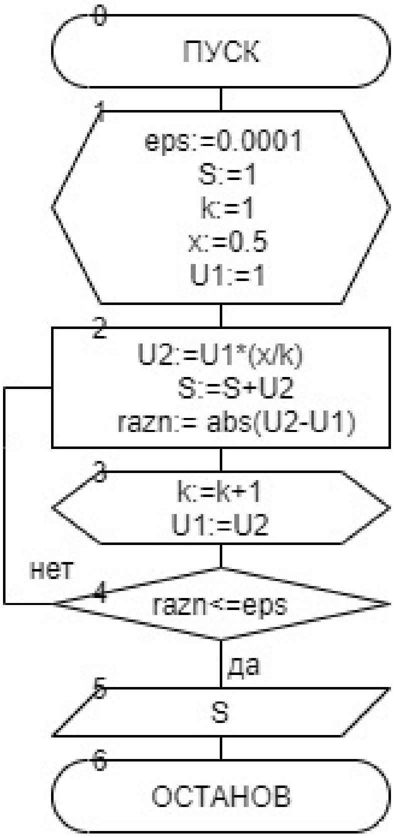
Нахождение рек-й зависимости:

$$M=\frac{U_k}{U_{k-1}} \Rightarrow U_k = M\cdot U_{k-1}$$

Найдем M при $\underline{k!=(k-1)!\cdot k}$; $\underline{x^k=x^{k-1}\cdot x}$:

$$M=\frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{\frac{x^k}{k!}}{\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}} = \frac{x^k\cdot(k-1)!}{k!\cdot x^{k-1}} = \frac{\cancel{x^{k-1}}\cdot x\cdot\cancel{(k-1)!}}{\cancel{(k-1)!}\cdot k\cdot\cancel{x^{k-1}}} = \underline{\underline{\frac{x}{k}}}$$

Блок-схема:



Список идентификаторов:

Имя	Тип	Смысл
x	real	значение степени e
eps	real	точность
U1	real	промежуточная переменная для вычисления e^x (нынешний элемент математического ряда)
U2	real	промежуточная переменная для вычисления e^x (следующий элемент математического ряда)
S	real	Сумма элементов математического ряда
razn	real	промежуточная переменная для проверки точности
k	integer	промежуточная переменная

Код программы:

```
program lr81_2;
var x, eps, U1, U2, S, razn: real;
k: integer;
begin
  eps:=0.0001;
  S:=1;
  k:=1;
  x:=0.5;
  U1:=1;
  repeat
    U2:=U1*(x/k);
    S:=S+U2;
    razn:= abs(U2-U1);
    k:=k+1;
    U1:=U2;
  until razn<eps;
  writeln(S:0:5);
end.
```

Результат:

```
Окно вывода
1.64872
```

Анализ: программа была реализована с помощью цикла repeat until, так как реализовывался ИЦВП. Функция e^x вычислялась с точностью 10^{-4} (приближенное вычисление элементарных функций). Результат (1.64872) сходится с табличным значением (1.64872).

Задача 2.1

Задача: вычислить Sin(x) с точностью 10-4. Начальные условия: k = 1, U0 = x, S0 = x, x = π/6.

Математическая модель:

② Разложение в ряд функции sin(x). Нахождение рек-ой зав-ти.

$$\sin(x) \approx (-1)^0 \cdot \frac{x^{2\cdot0+1}}{(2\cdot0+1)!} + (-1)^1 \frac{x^{2\cdot1+1}}{(2\cdot1+1)!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \approx \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

| Замена: $(-1)^k \cdot \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ на U_k

Нахождение рек. зав-ти:

$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}} \Rightarrow U_k = M \cdot U_{k-1}$$

Найдем M при $(2k+1)! = (2k-1)! \cdot 2k \cdot (2k+1)$ $\quad (-1)^k = (-1)^{k-1} \cdot (-1)$

$x^{2k+1} = x^{2k-1} \cdot x^2$

$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{\dfrac{(-1)^k \cdot x^{2k+1}}{(2k+1)!}}{\dfrac{(-1)^{k-1} \cdot x^{2(k-1)+1}}{(2(k-1)+1)!}} = \frac{(-1)^k \cdot x^{2k+1} \cdot (2k-1)!}{(2k+1)! \cdot (-1)^{k-1} \cdot x^{2k-1}} =$$

$$= \frac{\cancel{(-1)^{k-1}} \cdot (-1) \cdot \cancel{x^{2k-1}} \cdot x^2 \cdot \cancel{(2k-1)!}}{\cancel{(2k-1)!} \cdot 2k \cdot (2k+1) \cdot \cancel{(-1)^{k-1}} \cdot \cancel{x^{2k-1}}} = (-1) \frac{x^2}{2k \cdot (2k+1)}$$

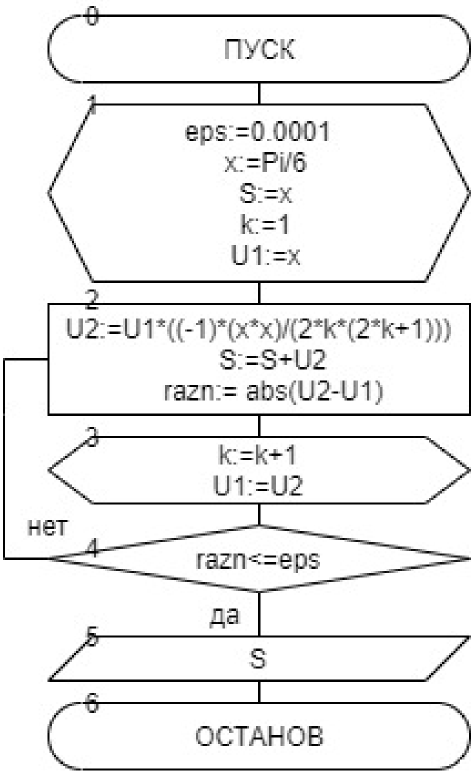
Сумма членов ряда равна:

$$S_k = S_{k-1} + U_k$$

Р-м. нач. усл.:

при $k = 0 \to U_0 = \frac{(-1)^0 x^{2\cdot0+1}}{(2\cdot0+1)!} = \frac{x^1}{1!} = \frac{x}{1} = x \to S_0 = 0 + U_0 = 0 + x = x.$

Блок-схема:



Список идентификатора:

Имя	Тип	Смысл
x	real	аргумент функции x
eps	real	точность
U1	real	промежуточная переменная для вычисления sin x (нынешний элемент математического ряда)
U2	real	промежуточная переменная для вычисления sin x(следующий элемент математического ряда)
S	real	Сумма элементов математического ряда
razn	real	промежуточная переменная для проверки точности
k	integer	промежуточная переменная

Код программы:

```
program lr81_2;
var x, eps, U1, U2, S, razn: real;
k: integer;
begin
  eps:=0.0001;
  x:=Pi/6;
  S:=x;
  k:=1;
  U1:=x;
  repeat
    U2:=U1*((-1)*(x*x)/(2*k*(2*k+1)));
    k:=k+1;
    S:=S+U2;
    razn:= abs(U2-U1);
    U1:=U2;
  until razn<eps;
  writeln(S:0:5);
end.
```

Результат:

Окно вывода

```
0.50000
```

Анализ: программа была реализована с помощью цикла repeat until, так как реализовывался ИЦВП. Функция sin(x) вычислялась с точностью 10^{-4} (приближенное вычисление элементарных функций). Результат (0.50000) сходится с табличным значением (0.5).

Задание 2.2

Задача: вычислить Cos(x) с точностью 10-4. Начальные условия: k = 1, U0 = 1, S0 = 1, x = π/6.

Математическая модель:

③ Разложение в ряд функции cos(x). Нахождение рек-ой зав-ти

$$\cos(x) \approx (-1)^0 \cdot \frac{x^{2\cdot 0}}{2\cdot 0} + (-1)^1 \cdot \frac{x^{2\cdot 1}}{(2\cdot 1)!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \approx \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

| Замена $(-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ на U_k

Нахождение рек-ой зав-ти: $M = \frac{U_k}{U_{k-1}} \Rightarrow U_k = M \cdot U_{k-1}$

Найдем M при $x^{2k} = x^{2k-2} \cdot x^2$

$2k! = (2k-2)! \cdot (2k-1) \cdot 2k$ $\qquad (-1)^k = (-1)^{k-1} \cdot (-1)$

$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{\frac{(-1)^k \cdot x^{2k}}{(2k)!}}{\frac{(-1)^{k-1} \cdot x^{2k-2}}{(2k-2)!}} = \frac{(-1)^k \cdot x^{2k} \cdot (2k-2)!}{(2k)! \cdot (-1)^{k-1} \cdot x^{2k-2}} =$$

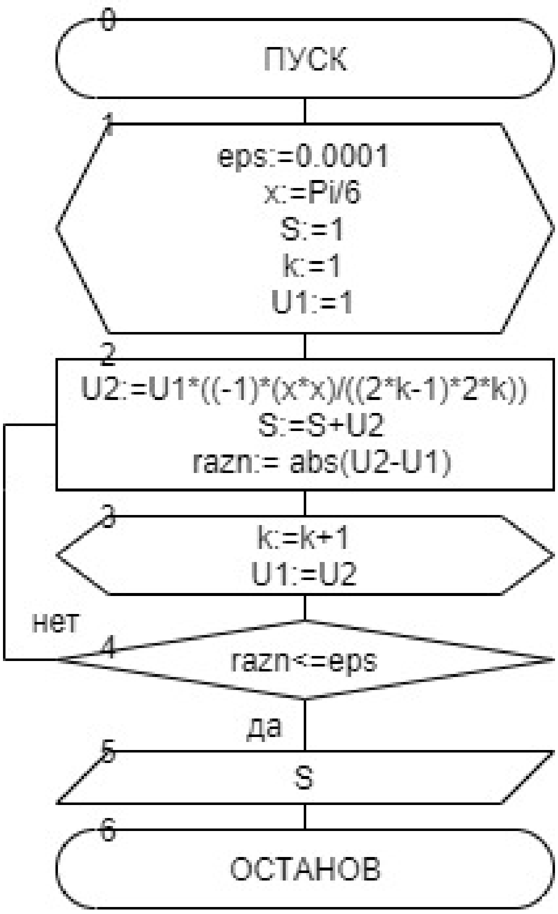
$$= \frac{\cancel{(-1)^{k-1}} \cdot (-1) \cdot \cancel{x^{2k-2}} \cdot x^2 \cdot \cancel{(2k-2)!}}{\cancel{(2k-2)!} \cdot (2k-1) \cdot 2k \cdot \cancel{(-1)^{k-1}} \cdot \cancel{x^{2k-2}}} = (-1) \cdot \frac{x^2}{(2k-1) \cdot 2k}$$

Сумма членов ряда равна: $S_k = S_{k-1} + U_k$

F-м нач. усл.:

при $k=0 \rightarrow U_0 = (-1)^0 \cdot \frac{x^{2\cdot 0}}{(2\cdot 0)!} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow S_0 = 0 + U_0 = 0 + 1 = 1$

Блок-схема:



Список идентификаторов:

Имя	Тип	Смысл
x	real	аргумент функции x
eps	real	точность
U1	real	промежуточная переменная для вычисления cos x (нынешний элемент математического ряда)
U2	real	промежуточная переменная для вычисления cos x (следующий элемент математического ряда)
S	real	Сумма элементов математического ряда
razn	real	промежуточная переменная для проверки точности
k	integer	промежуточная переменная

Код программы:

```
program lr81_2;
var x, eps, U1, U2, S, razn: real;
k: integer;
begin
  eps:=0.0001;
  x:=Pi/6;
  S:=1;
  k:=1;
  U1:=1;
  repeat
    U2:=U1*((-1)*(x*x)/((2*k-1)*2*k));
    k:=k+1;
    S:=S+U2;
    razn:= abs(U2-U1);
    U1:=U2;
  until razn<eps;
  writeln(S:0:5);
end.
```

Результат:

Окно вывода

0.86603

Анализ: программа была реализована с помощью цикла repeat until, так как реализовывался ИЦВП. Функция cos(x) вычислялась с точностью 10^{-4} (приближенное вычисление элементарных функций). Результат (0.86603) сходится с табличным значением (0.86602).

Вывод: в ходе лабораторной работы были реализованы ИЦВП с управлением по индексу/аргументу и функции. Было реализовано построение переходной характеристики заряда конденсатора по схеме RC и вычисление функций e^x, sin(x), cos(x) с помощью приближенного вычисление элементарных функций. Результаты вычисления значений функций сошлись с табличными значениями.