RECEPTOARE TRIFAZATE
ÎN CONEXIUNEA TRIUNGHI

1. Scopul lucrării este studiul unui receptor trifazat cu conexiunea triunghi alimentat cu un sistem trifazat simetric de tensiuni. Se studiază relațiile care există între mărimile de linie şi cele de fază (curenți şi tensiuni) pentru receptorul echilibrat şi dezechilibrat, şi posibilitățile de măsurare a puterii active consumate de receptorul trifazat utilizând metoda celor trei wattmetre şi metoda celor două wattmetre.

2. Considerații teoretice

Considerăm un receptor trifazat cu conexiunea triunghi ca în figura 1, care este alimentat cu un sistem trifazat simetric de tensiuni de linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$. Conexiunea triunghi se obține prin conectarea începutului fiecărei faze cu sfîrşitul fazei anterioare.

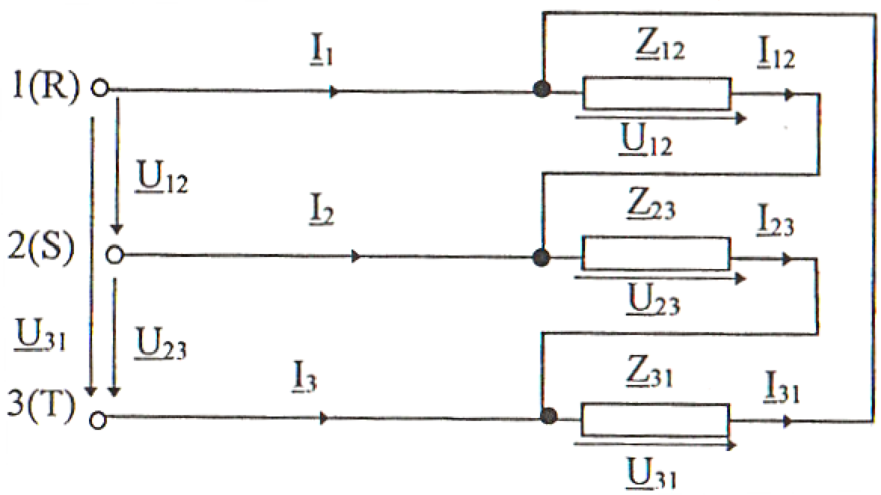


fig.1.

Tensiunile de fază ale receptorului sunt respectiv egale cu tensiunile de linie ale rețelei de alimentare, adică:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{RS}$$
$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{ST}$$
$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{TR}$$

Curenții de linie $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ satisfac relțaia:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \qquad (1)$$

Între curenții de linie și curenții de fază ai receptorului, cu ajutorul teoremei de curenți a lui Kirchhoff aplicată în cele trei borne de acces ale receptorului, se stabilesc relațiile:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_1 &= \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \\
\underline{I}_2 &= \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \\
\underline{I}_3 &= \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

Dacă receptorul este rezistiv, curenții de fază sunt în fază cu tensiunile de fază corespunzătoare, adică cu tensiunile de linie ale rețelei de alimentare.

Se disting două cazuri:

2.1. Receptor echilibrat pentru care sunt valabile relațiile:

$$
\begin{aligned}
& I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_f \\
& I_1 = I_2 = I_3 = I_l \\
& I_1 = \sqrt{3} \cdot I_f \\
& U_1 = U_f
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Curenții de linie $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ se pot determina pe cale grafică din diagrama fazorială prezentată în figura 2 considerând cunoscuți curenții de fază și utilizând relațiile (2).

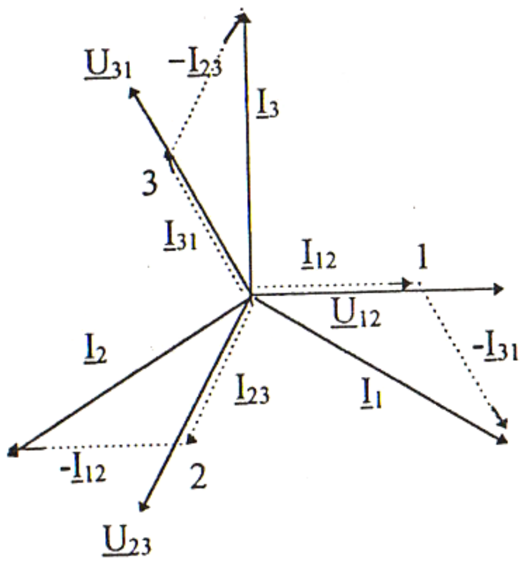


fig.2.

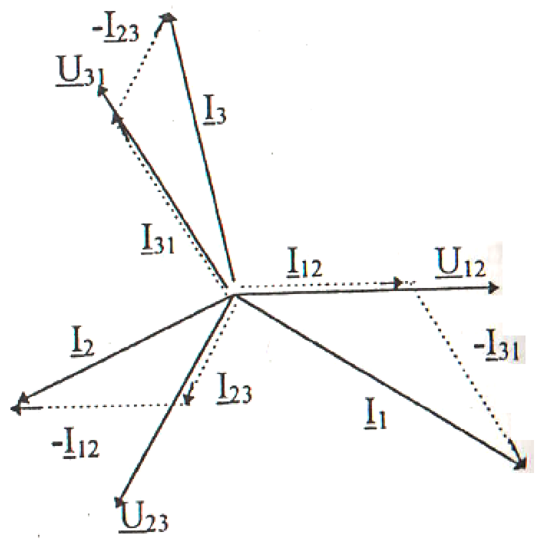


fig.3.

Curenții de fază și curenții de linie formează sisteme simetrice, ultimul fiind defazat de primul cu π/6 radiani.

2.2. Receptoare dezechilibrate

La încărcarea diferită a fazelor receptorului ($\underline{Z}_{12} \neq \underline{Z}_{23} \neq \underline{Z}_{31}$), curenții de fază vor fi și ei diferiți ($\underline{I}_{12} \neq \underline{I}_{23} \neq \underline{I}_{31}$).

Considerând cunoscute ten siunile de linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ și curenții de fază $\underline{I}_{12}$, $\underline{I}_{23}$, $\underline{I}_{31}$ se pot construi la scară diagramele fazoriale ale tensiunilor și curenților ca în figura 3.

Curenții de linie $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ se pot determina din diagrama fazorială prin compunere grafică, utilizând relațiile (2).

În cazul receptoarelor trifazate având fazele conectate în triunghi, puterea activă primită de la generator se poate măsura utilizând fie metoda celor trei wattmetre (comutatorul k fiind deschis), fie metoda celor două wattmetre (comutatorul k fiind închis) (fig.4).

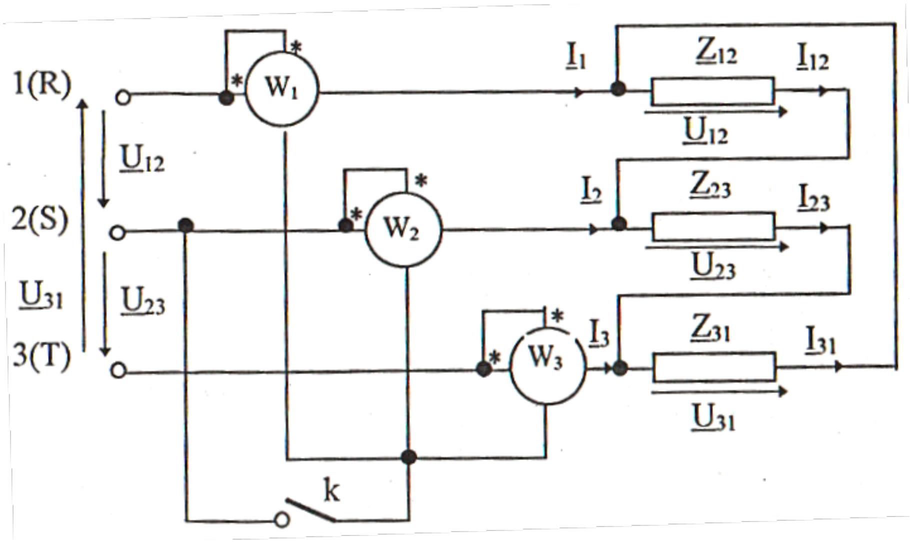


fig.4.

În cazul metodei celor trei wattmetre, in dicațiile celor trei aparate nu sunt egale cu puterile active ale fazelor receptorului, dar suma lor reprezintă chiar puterea receptorului.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \tag{4}$$

Pentru a măsura puterea activă prin metoda celor două wattmetre, bobina de tensiune a wattmetrului 2 se scurtcircuitează și ca urmare indicația wattmetrului respectiv este nulă. Puterea activă primită de receptor va fi:

$$P = P_1' + P_3' = P' \tag{5}$$

Pentru un receptor pur rezistiv, puterea activă primită de receptor se poate determina și prin calcul cu relația:

$$P = P_c = U_{12} \cdot I_1 + U_{23} \cdot I_2 + U_{31} \cdot I_3 \tag{6}$$

3. Procedeu experimental

Se va realiza montajul din figura 5.

3.1. Receptor echilibrat

Se studiază un receptor echilibrat (rezistențele pe cele trei faze ale receptorului sunt egale).

Se verifică egalitatea curenților pe cele trei faze şi relația existentă între curentul de linie şi cel de fază.

Se va construi diagrama fazorială a tensiunilor şi curenților şi se vor calcula pe cale grafică curenții de linie I_1, I_2, I_3.

Se va măsura puterea activă a receptorului trifazat prin cele două metode prezentate şi se va compara valoarea măsurată cu cea calculată.

Datele obținute se trec în tabelul 1.

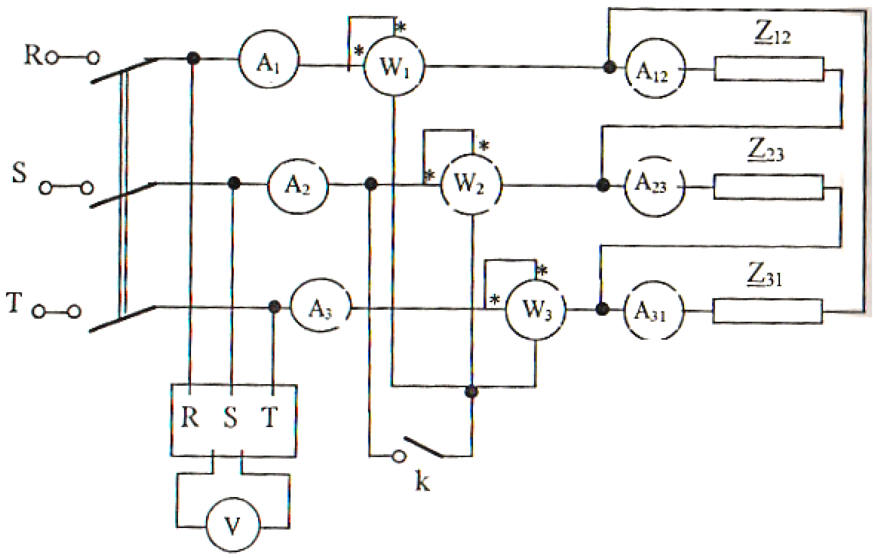


fig.5.

3.2. Receptoare dezechilibrate

Se studiază un 3 receptoare dezechilibrate:

a. un receptor dezechilibrat încărcat pe toate fazele;
b. un receptor dezechilibrat cu o fază întreruptă;
c. un receptor dezechilibrat cu două faze întrerupte.

a. Se realizează o sarcină trifazată dezechilibrată prin modificarea rozetei reostatelor sau folosind receproare de natură diferită pe cele trei faze (de exemplu un condensator, o bobină şi o rezistență). Dezechilibrul se manifestă prin inegalitatea curenților de fază şi ai celor de linie:

$$I_{12} \neq I_{23} \neq I_{31} \qquad\qquad I_1 \neq I_2 \neq I_3$$

Se citesc indicațiile aparatelor, valorile trecându-se în tabelul 1.

Se măsoară puterea activă a receptorului prin cele două metode şi se compară cu puterea activă calculată.

Tabelul 1.

Tipul receptorului	Echilibrat $I_{12} = I_{23} = I_{31}$	Dezechilibrat $I_{12} \neq I_{23} \neq I_{31}$	Dezechilibrat $I_{12} = 0, I_{23} \neq I_{31}$	Dezechilibrat $I_{12} = I_{23} = 0$
U_{12} [V]				
U_{23} [V]				
U_{31} [V]				
I_{12} [A]			0	0
I_{23} [A]				0
I_{31} [A]				
I_1 [A]				
I_2 [A]				0
I_3 [A]				
P_1 [W]				
P_2 [W]				
P_3 [W]				
P_1' [W]				
P_3' [W]				
P [W]				
P' [W]				
I_{1C} [A]				
I_{2C} [A]				
I_{3C} [A]				
P_C [W]				

Se consideră cunoscute tensiunile de linie U_{12}, U_{23}, U_{31} şi curenții de fază I_{12} , I_{23}, I_{31}. Se vor construi la scară diagramele fazoriale pentru tensiuni şi curenți, ca în figura 3 şi se vor determina prin construcție grafică curenții de linie I_1 , I_2, I_3 care se trec în tabelul 1. Se vor compara valorile determinate grafic pentru curenți cu valorile calculate ale acestora.

Pentru determinarea pe cale grafică a curenților de linie I_{1C}, I_{2C}, I_{3C} se ține cont de proprietatea curenților de fază I_{12} , I_{23}, I_{31} de a fi în fază cu tensiunile de fază corespunzătoare în cazul în care receptorul trifazat este pur rezistiv.

b. În cazul receptorului trifazat cu o fază întreruptă este evident că pe faza respectivă curentul este nul (I_{12}=0).

Se verifică dacă I_1=I_{31} şi I_2 =I_{23}.

Se măsoară puterea activă consumată de receptor şi se compară cu valoarea calculată a acesteia.

Se trasează diagrama fazorială şi se determină curenții de linie prin calcul grafic: I_{1C}, I_{2C}, I_{3C}.

c. În cazul receptorului trifazatcu două faze întrerupte $I_{12} = I_{23} = 0$, se va verifica relația:

$$I_1 = I_3 = I_{31} \quad \text{şi} \quad I_2 = 0$$

Se măsoară puterea activă a receptorului prin cele două metode şi se compară valorile obținute cu cele determinate prin calcul.

Se trasează diagrama fazorială şi se determină prin calcul grafic curenții de linie I_{1C}, I_{2C}, I_{3C}.

TRANSFERUL DE PUTERE IN CIRCUITE CUPLATE INDUCTIV

1.Scopul lucrării este determinarea puterii active transferate între două laturi cuplate inductiv şi verificarea experimentală a bilanţului de puteri în circuitele cuplate magnetic.

2.Consideraţii teoretice

O bobină parcursă de curent se numeşte cuplată magnetic cu alte bobine dacă fluxul ei magnetic este funcţie şi de intensităţile curenţilor prin celelalte bobine.

Bobinele cuplate magnetic se pot cupla astfel încît fluxurile lor magnetice proprii şi mutuale să se adune (fig.1) sau să se scadă (fig.2). In primul caz cuplajul este adiţional (cu flux adiţional) iar în al doilea caz cuplajul magnetic este în opoziţie (cu flux magnetic diferenţial). Tipul cuplajului (felul conectării) este determinat de sensul de înfăşurare şi de sensurile curenţilor din bobine.

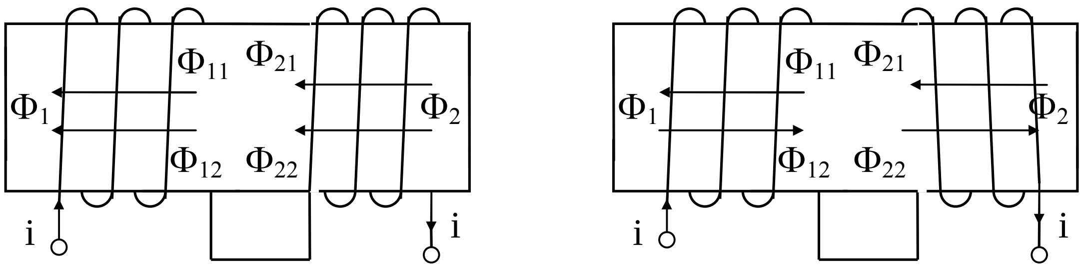


fig. 1

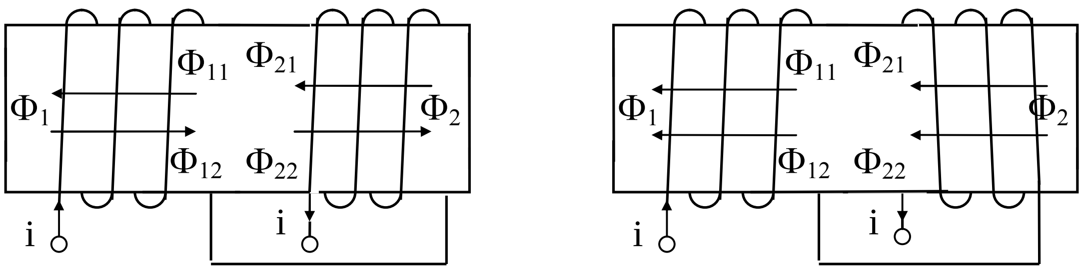


fig.2

Inductivitatea proprie a unei bobine este pozitivă şi corespunde fluxului magnetic propriu ($\Phi_{pp}=L_{pp}\ i_p$) stabilit de curentul prin bobina dată cînd intensităţile curenţilor prin celelalte bobine sînt nule.

Inductivitatea mutuală corespunde fluxului magnetic mutual ($\Phi_k=L_{pk}\ i_k$) stabilit în bobină de curentul din celelalte bobine cu care aceasta este cuplată. Inductivitatea mutuală este pozitivă în cazul cuplajului adiţional şi este negativă în cazul cuplajului diferenţial.

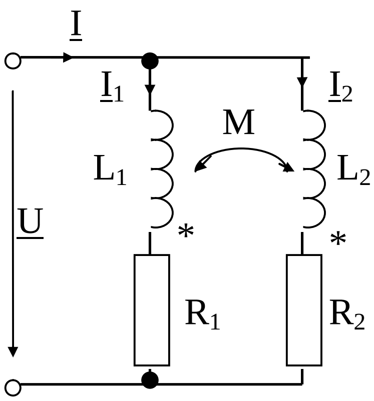


fig. 3

Considerăm un circuit conţinînd două bobine reale conectate în paralel şi cuplate inductiv. In fig.3 L_1 , L_2 sunt inductivităţile proprii ale bobinelor, M este inductivitatea de cuplaj (mutuală), iar R_1 , R_2 rezistenţele proprii ale bobinelor cuplate .

Ecuaţiile circuitului în regim permanent sinusoidal în complex simplificat sunt :

$$\underline{U} = (R_1 + j\cdot\omega\cdot L_1)\cdot\underline{I}_1 + j\cdot\omega\cdot M\cdot\underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$\underline{U} = (R_2 + j\cdot\omega\cdot L_2)\cdot\underline{I}_2 + j\cdot\omega\cdot M\cdot\underline{I}_1 \qquad (2)$$

Prin rezolvarea sistemului format din ecuaţiile (1) şi (2) rezultă soluţiile:

$$\underline{I}_1 = I_1\cdot e^{j\cdot\gamma_1} \qquad (3)$$

$$\underline{I}_2 = I_2\cdot e^{j\cdot\gamma_2} \qquad (4)$$

Puterea aparentă complexă $\underline{S}=\underline{U}\ \underline{I}$ se poate scrie pentru fiecare latură a circuitului. Pentru prima latură :

$$\underline{S}_1 = \underline{U}\cdot\underline{I}_1^* = [(R_1 + j\cdot\omega\cdot L_1)\cdot\underline{I}_1 + j\cdot\omega\cdot M\cdot\underline{I}_2]\cdot\underline{I}_1^* \qquad (5)$$

Deoarece $\underline{I}_1\cdot\underline{I}_1^* = I_1^2$ şi $\theta = \gamma_1 - \gamma_2$ rezultă :

$$\underline{S}_1 = R_1\cdot I_1^2 + j\cdot\omega\cdot L_1\cdot I_1^2 + j\cdot\omega\cdot M\cdot I_1\cdot I_2\cdot e^{-j\cdot\theta} = \qquad (6)$$

$$= R_1\cdot I_1^2 + \omega\cdot M\cdot I_1\cdot I_2\cdot\sin\theta + j\cdot(\omega\cdot L_1\cdot I_1^2 + \omega\cdot M\cdot I_1\cdot I_2\cdot\cos\theta)$$

Deci puterea activă şi reactivă a primei laturi se poate scrie :

$$P_1 = \mathrm{Re}[\underline{S}_1] = R_1\cdot I_1^2 + \omega\cdot M\cdot I_1\cdot I_2\cdot\sin\theta \qquad (7)$$

$$Q_1 = \mathrm{Im}[\underline{S}_1] = \omega\cdot L_1\cdot I_1^2 + \omega\cdot M\cdot I_1\cdot I_2\cdot\cos\theta \qquad (8)$$

Analog, scriind puterea aparentă complexă pentru cea de a doua latură, vor rezulta puterile activă şi reactivă corespunzatoare :

$$P_2 = \mathrm{Re}[\underline{S}_2] = R_2 \cdot I_2^2 - \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin\theta \qquad (9)$$

$$Q_2 = \mathrm{Im}[\underline{S}_2] = \omega \cdot L_2 \cdot I_2^2 + \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\theta \qquad (10)$$

Se constată că între laturile circuitului există un transfer de putere activă, a carei valoare este dată de termenul care apare în expresiile puterilor active a celor două laturi cu semne contrare. Aceasta semnifică faptul că una din laturi primeşte putere activă iar cealaltă cedează aceeaşi putere activă.

Puterea activă consumată pe o latură a circuitului este compusă atît din puterea activă proprie ($R_1 I_1^2$ respectiv $R_2 I_2^2$) ci şi din puterea activă transferată datorită cuplajului (termenul $\omega M I_1 I_2 \sin\theta$).

Expresia puterii active transferate este :

$$P_{tr} = \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin\theta \qquad (11)$$

Această putere (P_{tr}) dispare de pe o latură a circuitului şi se regăseşte integral în cealaltă latură, astfel încît puterea activă a intregului circuit este:

$$P = P_1 + P_2 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \qquad (12)$$

Puterea reactivă a întregului circuit are expresia:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \omega \cdot L_1 \cdot I_1^2 + \omega \cdot L_2 \cdot I_2^2 + 2 \cdot \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\theta \quad (13)$$

3. Procedeu experimental

Pentru determinarea puterii transferate între două laturi cuplate ale unui circuit, este necesară mai întîi cunoaşterea parametrilor proprii ai laturilor, adică R_1, R_2, L_1, L_2.

In fig.4 este prezentată schema de montaj şi aparatura utilizată.

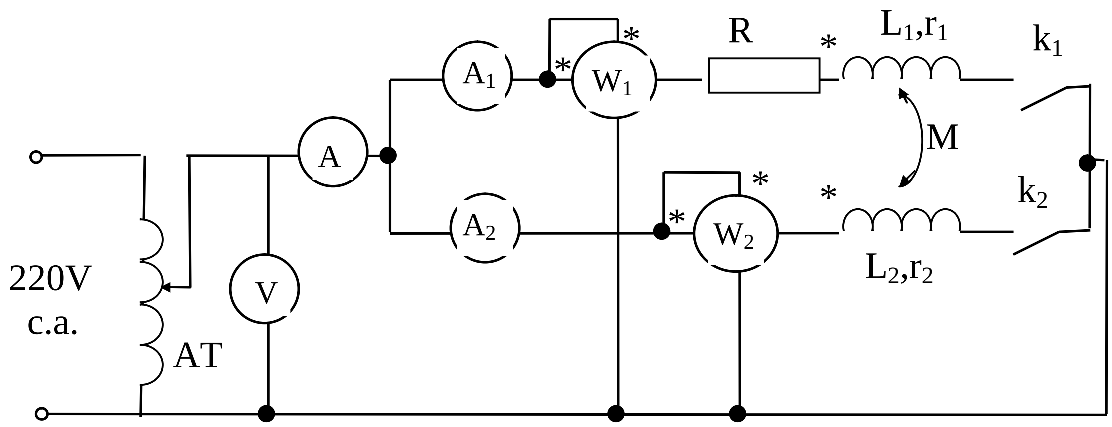


fig.4

3.1 Se determină parametrii proprii (R_1, R_2 şi L_1, L_2) ai celor două laturi.

Pentru aceasta se procedează astfel:

-Se închide k_1 (k_2 deschis)

-Se alimentează montajul prin intermediul autotransformatorului AT .

-Se calculează parametrii proprii ai primei laturi cu relaţiile:

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} \quad ; \quad \omega \cdot L_1 = X_1 = \frac{Q_1}{I_1^2} = \frac{\sqrt{(U_1 \cdot I_1)^2 - P_1^2}}{I_1^2} \tag{14}$$

-Se închide k_2 (k_1 deschis) şi se procedează ca mai sus, determinîndu-se parametrii proprii şi ai celei de a doua laturi.

$$R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} \quad ; \quad \omega \cdot L_2 = X_2 = \frac{Q_2}{I_2^2} = \frac{\sqrt{(U_2 \cdot I_2)^2 - P_2^2}}{I_2^2} \tag{15}$$

Cu măsurătorile experimentale şi valorile calculate pentru parametrii proprii ai laturilor se completează tabelul 1.

Tabelul 1

Nr.crt	U_1	I_1	P_1	U_2	I_2	P_2	R_1	R_2	X_1	X_2
1.				-	-	-		-		-
2.	-	-	-				-		-	

3.2 Se determină puterea activă transferată între cele două laturi cuplate.

Se procedează astfel :

a. In cazul cuplajului adiţional (M>0)

-Se închid k_1 şi k_2

-Se alimenteaza montajul prin intermediul autotransformatorului;

-Se determină puterile transferate între cele două laturi:

$$P_{tr1} = P_1 - R_1 \cdot I_1^2 = \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin\theta \tag{16}$$

$$P_{tr2} = R_2 \cdot I_2^2 - P_2 = \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin\theta \tag{17}$$

Se verifică relaţia :

$$P_1 + P_2 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \tag{18}$$

-Se determină creşterea puterii reactive a întregului circuit datorată cuplajului.

$$\mathrm{a}Q = Q - X_1 \cdot I_1^2 - X_2 \cdot I_2^2 = \sqrt{(U \cdot I)^2 - (P_1 + P_2)^2} - X_1 \cdot I_1^2 - X_2 \cdot I_2^2$$

$$\mathrm{a}Q == 2 \cdot \omega \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\theta \qquad (19)$$

-Se determină reactanţa de cuplaj:

$$\omega \cdot M = X_M = \frac{1}{2 \cdot I_1 \cdot I_2} \cdot \sqrt{\left(P_{tr1} + P_{tr2}\right)^2 + \mathrm{a}Q^2} \qquad (20)$$

In cazul cuplajului adiţional datele se trec în tabelul 2.

Tabelul 2

VALORI MASURATE						VALORI CALCULATE					
U [V]	I [A]	I_1 [A]	I_2 [A]	P_1 [W]	P_2 [W]	P_{tr1} [W]	P_{tr2} [W]	P_1+P_2 [W]	Q [VAr]	X_M [W]	$R_1I_1^2 + R_2I_2^2$ [W]

Valorile calculate în acest tabel trebuie să verifice relaţiile :

$$P_{tr1} = P_{tr2} \qquad (21)$$

$$P_1 + P_2 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \qquad (22)$$

b. In cazul cuplajului diferenţial (M<0).

Pentru a obţine un cuplaj diferenţial se inversează bornele la una din bobine, deci se inversează sensul de circulaţie al curentului prin bobina respectivă.

-Se închid k_1 şi k_2 şi se procedează ca la 3.2 a.

In cazul cuplajului diferenţial relaţiile devin :

$$P_{tr1}' = R_1 \cdot I_1'^2 - P_1' \qquad (23)$$

$$P_{tr2}' = P_2' - R_2 \cdot I_2'^2 \qquad (24)$$

$$P_1' + P_2' = R_1 \cdot I_1'^2 + R_2 \cdot I_2'^2 \qquad (25)$$

$$\mathrm{a}Q' = -\sqrt{(U' \cdot I')^2 - (P_1' + P_2')^2} + X_1 \cdot I_1'^2 + X_2 \cdot I_2'^2 \qquad (26)$$

$$X_M = \frac{1}{2 \cdot I_1' \cdot I_2'} \cdot \sqrt{(P_{tr1}' + P_{tr2}')^2 + aQ'^2} \qquad (27)$$

In cazul cuplajului diferenţial (M<0) datele se trec în tabelul 3.

Tabelul 3

VALORI MASURATE						VALORI CALCULATE					
U' [V]	I' [A]	I_1' [A]	I_2' [A]	P_1' [W]	P_2' [W]	P_{tr1}' [W]	P_{tr2}' [W]	$P_1'+P_2'$ [W]	Q' VAr	X_M [W]	$R_1 \cdot I_1'^2 + R_2 \cdot I_2'^2$ [W]

Se vor verifica şi în acest caz relaţiile:

$$P_{tr1}' = P_{tr2}' \qquad (28)$$

$$P_1' + P_2' = R_1 \cdot I_1'^2 + R_2 \cdot I_2'^2 \qquad (29)$$

STUDIUL REGIMULUI TRANZITORIU IN CIRCUITE R L C LINIARE

1. Scopul lucrării este studiul regimului tranzitoriu cu condiţii iniţiale de repaus al unui circuit liniar serie RLC. Pentru vizualizarea pe ecranul osciloscopului, regimul tranzitoriu este periodicizat prin alimentarea circuitului cu o tensiune periodică în formă de impulsuri dreptunghiulare (undă dreptunghiulară) .

2. Consideraţii teoretice

Se consideră un circuit serie conţinând un rezistor înseriat cu o grupare serie formată din două elemente conservative de circuit: o bobină şi un condensator (fig.1). Circuitul este alimentat de la un generator de tensiune continuă E. Iniţial circuitul se află în condiţii de repaus, adică:

$$i(0_-) = 0 \;; \qquad q(0_-) = 0 \tag{1}$$

La momentul t=0 , întrerupătorul k se închide circuitul fiind alimentat cu tensiunea E. Ecuaţia care caracterizează funcţionarea circuitului în regimul tranzitoriu care se produce se obţine prin aplicarea teoremei de tensiuni a lui Kirchhoff:

$$u_R + u_L + u_C = E \tag{2}$$

sau:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = E \tag{3}$$

Notând cu q sarcina electrică a armăturii condensatorului, intensitatea curentului este: $i = \frac{dq}{dt}$, deci ecuaţia (3) devine:

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \tag{4}$$

Circuitul analizat având două elemente conservative este caracterizat de o ecuaţie diferenţială de ordin doi, deci este un circuit de ordin doi.

Se notează :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \tag{5}$$

$$2 \cdot \alpha = \frac{R}{L} \tag{6}$$

în care: α este constanta de atenuare;

ω_0 este pulsaţia de rezonanţă.

Cu aceste notaţii, ecuaţia (4) devine:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{E}{L} \tag{7}$$

Cunoscând sarcina electrică a armăturii condensatorului se deduc tensiunile la bornele condensatorului, rezistorului şi bobinei:

$$u_C = \frac{q}{C} \tag{8}$$

$$u_R = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} \tag{9}$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} \tag{10}$$

Polinomul caracteristic ataşat ecuaţiei (7) este:

$$p^2 + 2 \cdot \alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0 \tag{11}$$

cu soluţiile:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \tag{12}$$

numite pulsaţii naturale ale circuitului.

Soluţia polinomului caracteristic ataşat acestei ecuaţii se poate discuta în funcţie de parametrul α. Se disting 3 regimuri de variaţie în timp ale răspunsului liber al circuitului:

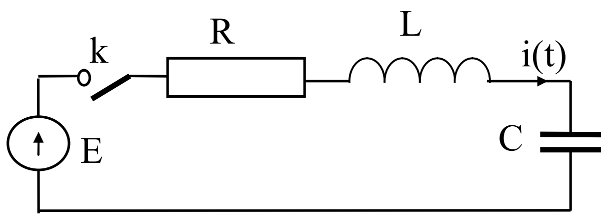


fig.1

a. regim periodic amortizat, dacă $\alpha<\omega_0$ sau $R<R_c$ unde :

$$R_c = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{13}$$

reprezintă rezistenţa critică de amortizare a circuitului.

Tensiunea la bornele celor 3 elemente de circuit se vor determina pe baza relaţiilor (8), (9) şi (10):

$$u_C = E \cdot \left[1 - \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma) \right] \tag{14}$$

$$u_R = -\frac{E \cdot \alpha}{\omega} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin\omega \cdot t \tag{15}$$

$$u_L = \frac{E}{\omega \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t - \gamma) \tag{16}$$

în care: $$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad \text{şi} \quad \gamma = \operatorname{arctg}\frac{j \cdot \omega}{\alpha} \qquad (17)$$

Graficele de variaţie în timp a acestor semnale sunt prezentate în fig.2.

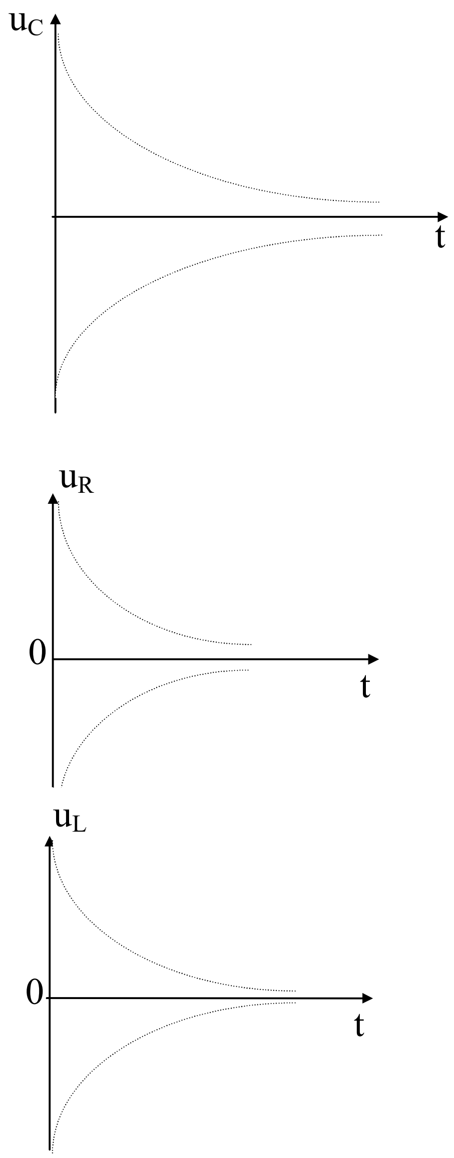


fig.2

Se constată că toate cele trei semnale au ca înfăşuratoare două exponenţiale descrescătoare cu aceeaşi constantă de timp.

Tensiunea pe condensator nu prezintă discontinuităţi. Ea porneşte din punctul de ordonată -E la momentul t=0, tangenţial la abscisă. Nici tensiunea la bornele rezistorului nu prezintă discontinuităţi, ea pornind la t=0 din valoarea 0 cu o pantă:

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = 4 \cdot E \cdot \alpha \cdot \omega_0.$$

Tensiunea la bornele bobinei prezintă o discontinuitate. Ea porneşte la momentul t=0 de la o valoare apropiată de 2E.

Evident, între tensiunea la bornele condensatorului şi curentul în circuit există relaţia :

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} \qquad (18)$$

Din această relaţie rezultă că momentele trecerilor prin zero ale curentului sunt momente de extrem (maxim sau minim) ale tensiunii la bornele condensatorului. Aceste momente se succed la intervale de timp egale cu jumătatea perioadei oscilaţiilor amortizate ale circuitului, adică $t_k = k \cdot \frac{T}{2}$, unde:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}} \qquad (19)$$

Variaţia în timp a semnalelor oscilatorii amortizate este caracterizată prin decrementul logaritmic al oscilaţiilor stabilit din amplitudinile relative a două maxime succesive:

$$\delta = \frac{1}{T} \cdot \ln\left|\frac{U_{m1}}{U_{m2}}\right| = \frac{1}{T} \cdot \ln\left|\frac{U_{m2}}{U_{m3}}\right| = \ldots \qquad (20)$$

Semnificaţia mărimilor din acestă relaţie se observă în fig. 2.

b. regim aperiodic, dacă $\alpha > \omega_0$, respectiv $R > R_c$.

Cu relaţiile (8), (9) şi (10) se determină tensiunile la bornele condensatorului, rezistorului şi bobinei:

$$u_C = E \cdot \left[1 - \frac{e^{-\alpha \cdot t}}{\beta \cdot \sqrt{L \cdot C} \cdot \mathrm{sh}(\beta \cdot t + \gamma)}\right] \qquad (21)$$

$$u_R = -\frac{2 \cdot \alpha}{\beta} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \mathrm{sh}\beta \cdot t \qquad (22)$$

$$u_L = \frac{1}{\beta \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \mathrm{sh}(\beta \cdot t - 2 \cdot \gamma) \qquad (23)$$

în care $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

In fig.3 sunt prezentate formele de undă ale acestor semnale.

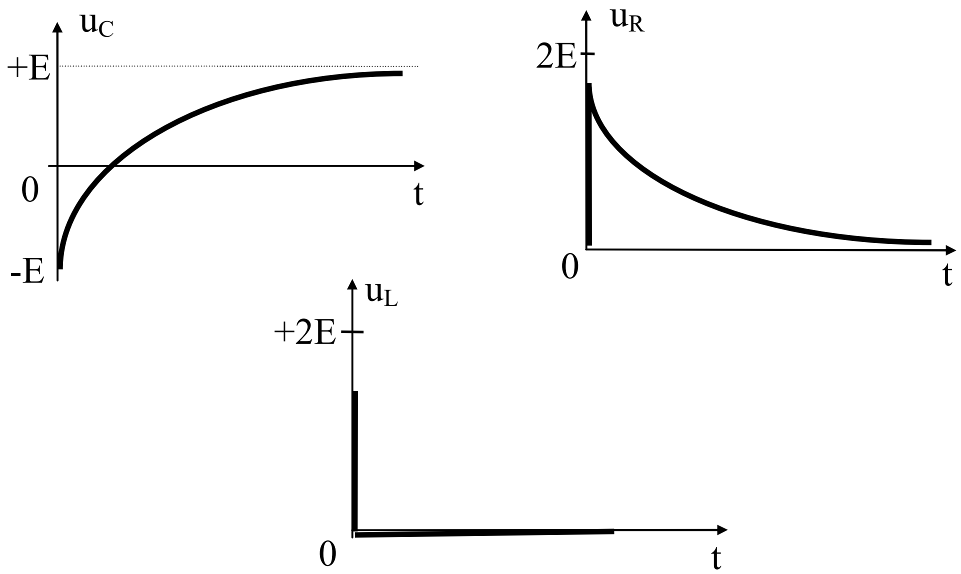


fig.3

Se constată că toate semnalele sunt aperiodice şi amortizate în timp. Tensiunea pe rezistenţă, deci curentul în circuit are o valoare maximă la momentul $t_m = \frac{\gamma}{\beta}$. Această valoare este:

$$I_m = \left| -e^{-\alpha \cdot \frac{\gamma}{\beta}} \cdot \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \right| \qquad (24)$$

c. regim aperiodic critic, dacă $\alpha=\omega_0$, $\beta=0$, $\gamma=0$ respectiv $R=R_c$.
In acest caz căderile de tensiune la bornele condensatorului, rezistorului şi bobinei au expresiile:

$$u_C = (1+\alpha \cdot t) \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \tag{25}$$

$$u_R = -\alpha \cdot t \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \tag{26}$$

$$u_L = (-1+\alpha \cdot t) \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \tag{27}$$

Graficele de variaţie în timp ale acestor tensiunii sunt prezentate în fig.4.

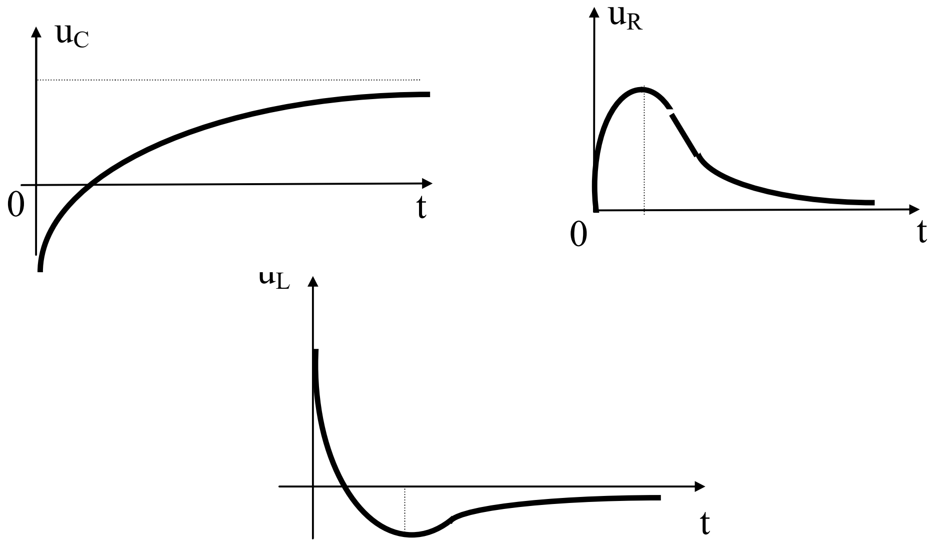


fig.4

3. Procedeu experimental

3.1. Se realizează circuitul din fig.5 alimentat cu un semnal dreptunghiular. Astfel se va obţine câte un regim tranzitoriu pentru fiecare variaţie prin salt a tensiunii de alimentare E.

Se oscilografiază tensiunea la bornele condensatorului, rezistorului şi bobinei în cazul circuitului funcţionând în regim aperiodic, aperiodic critic şi oscilant amortizat. Cele 3 regimuri tranzitorii de funcţionare ale circuitului RLC serie se obţin prin variaţia rezistenţei R a circuitului.

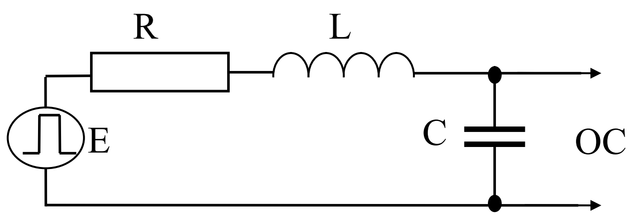


fig.5

Se consideră iniţial rezistenţa exterioară R=0, în circuit ramânând numai rezistenţa proprie a bobinei. Această situaţie corespunde regimului oscilant amortizat, pentru care este îndeplinită relaţia (13).

Se creşte progresiv valoarea rezistenţei R, observând modificarea formei de undă a tensiunii pe condensator în cazul regimului aperiodic critic ($R=R_C$), respectiv aperiodic ($R>R_C$).

3.2. Se determină parametrii regimului oscilant.

Din oscilograma din fig.2, măsurând distanţa între două maxime sau două minime succesive, se determină perioada, respectiv pulsaţia proprie a oscilaţiilor $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$.

Factorul de amortizare se stabileşte din amplitudinile relative a două maxime succesive şi se calculează cu relaţia (20)

Cu relatia (17) se determină pulsaţia oscilaţiilor libere neamortizate ω_0.

Rezultatele experimentale se trec în tabelul 2 iar mărimile calculate se trec în tabelul 1. Valorile experimentale determinate pentru δ, ω şi ω_0 cum s-a arătat mai sus, se compară cu valorile teoretice obţinute cu relaţiile (5), (6) şi (17), utilizând parametrii R, L şi C ai circuitului.

Tabelul 1

PARAMETRII CIRCUITULUI			VALORI TEORETICE			
$R=R_C+R_L$ [Ω]	C [F]	L [H]	ω [rad/s]	δ [s^{-1}]	ω_0 [rad/s]	R_C [Ω]

Tabelul 2

VALORI DETERMINATE EXPERIMENTAL								
R_C [Ω]	T [s]	U_{m0} [V]	U_{m1} [V]	U_{m2} [V]	U_{m3} [V]	ω [rad/s]	δ [s^{-1}]	ω_0 [rad/s]

CIRCUITE LINIARE DERIVAȚIE IN REGIM SINUSOIDAL REZONANȚA DE CURENȚI

1. SCOPUL LUCRĂRII

Scopul lucrării este de a studia comportarea unui circuit liniar RLC paralel în regim permanent sinusoidal și a regimului de rezonanță obținut pentru acest circuit, rezonanța de curenți.

2. CONSIDERAŢII TEORETICE

Considerăm un circuit paralel format dintr-un rezistor ideal având rezistența *R*, o bobină ideală cu inductivitatea *L* și un condensator ideal având capacitatea *C* (vezi figura 1). Alimentăm acest circuit cu o tensiune sinusoidală de forma:

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t) \tag{1}$$

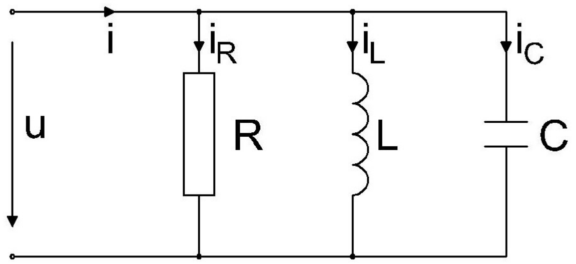


Fig. 1.

Prima teoremă a lui Kirchoff în nodul superior se scrie:

$$i = i_R + i_L + i_C \tag{2}$$

unde:

$$i_R = \frac{u}{R} = G \cdot u\,; \qquad i_L = \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt\,; \qquad i_C = C \cdot \frac{du}{dt} \tag{3}$$

sunt curenții prin rezistor, bobină și condensator, exprimați în funcție de tensiunea *u* și de parametrii circuitului.

Înlocuind (3) în (2) obținem:

$$i = G \cdot u + C \cdot \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt \tag{4}$$

În complex simplificat ecuația integral-derivată (4) ia forma:

$$\underline{I} = G \cdot \underline{U} + j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} \cdot \underline{U} \tag{5}$$

unde:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot 0}\,;\ \underline{I} = I \cdot e^{j \cdot \gamma_i}\,;\ \underline{I_R} = G \cdot \underline{U}\,;\ \underline{I_C} = j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U}\,;\ \underline{I_L} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} \cdot \underline{U}$$

sunt valorile complexe ale tensiunii sinusoidale la borne, ale curentului total și expresiile complexe ale curenților prin rezistor, condensator și bobină.

Se definește admitanța complexă:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = G + j \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) = G + j \cdot B \qquad (6)$$

unde: $B = \omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}$ este susceptanța echivalentă a circuitului.

Admitanța complexă $\underline{Y}$ mai poate fi scrisă sub următoarea formă:

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j \cdot \varphi} = \sqrt{G^2 + B^2} \cdot e^{j \cdot \varphi} = Y \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) \qquad (7)$$

unde:

$$\varphi = arctg \frac{B}{G} = arctg \frac{\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}}{G} \qquad (8)$$

este unghiul de defazaj între I și U, deci putem scrie:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} = Y \cdot e^{j \cdot \varphi} \cdot U \cdot e^{j \cdot 0} = Y \cdot U \cdot e^{j \cdot \varphi} = I \cdot e^{j \cdot \gamma_i} \qquad (9)$$

unde:

$$I = Y \cdot U \qquad \text{și} \qquad \gamma_i = \varphi \qquad (10)$$

Condiția de rezonanță a circuitului este:

$\mathrm{Im}(\underline{Y}) = 0$, echivalentă cu $B = 0$ sau:

$$\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} = 0 \qquad \text{și} \qquad \varphi = 0 \qquad (11)$$

Pulsația de rezonanță ω_0 este dată de expresia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \qquad (12)$$

Rezonanța paralel se numește rezonanță de curenți. Curenții prin bobină și condensator au valori egale și semne contrare, după cum urmează:

$$\underline{I}_L + \underline{I}_C = j \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) \cdot \underline{U} = 0 \qquad (13)$$

Rezonanța se poate obține fie prin variația frecvenței ($f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$), deci a pulsației tensiunii de alimentare, fie prin variația parametrilor (inductivitatea L a bobinei sau capacitatea C a condensatorului).

În cazul real când bobina are, pe lângă inductivitatea L și o rezistență R, schema se prezintă ca cea din figura 2.

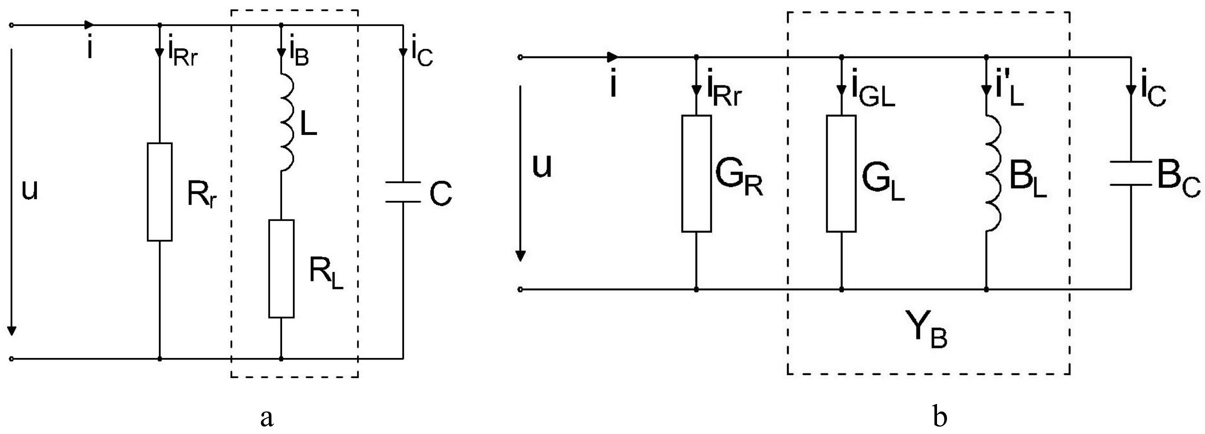


Fig. 2.

Bobina poate fi înlocuită printr-o schemă echivalentă paralel, ca în figura 2.b. urmărind relațiile (14), (15), (16):

$$\underline{Z_B} = R_L + j \cdot \omega \cdot L = R_L + j \cdot X_L \qquad Z_B = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 \cdot L^2} \tag{14}$$

$$\underline{Y_B} = \frac{1}{\underline{Z_B}} = \frac{1}{R_L + j \cdot \omega \cdot L} = \frac{R_L + j \cdot \omega \cdot L}{R_L^2 + \omega^2 \cdot L^2} = \frac{R_L}{Z_B^2} - j \cdot \frac{\omega \cdot L}{Z_B^2} = G_L + j \cdot B_L \tag{15}$$

unde: $$G_L = \frac{R_L}{Z_B^2} \qquad \text{și} \qquad B_L = -\frac{\omega \cdot L}{Z_B^2} = \frac{X_L}{Z_B^2} \tag{16}$$

Celelalte elemente ale schemei 2.b. sunt:

$$G_R = \frac{1}{R_r} \qquad \text{și} \qquad B_C = \omega \cdot C$$

Schema din figura 2.b. poate fi pusă sub forma prezentată în figura 1, după cum se observă în figura 3.

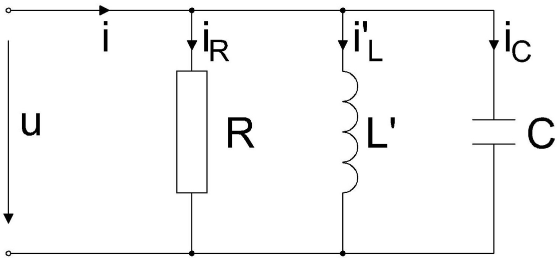


Fig. 3.

unde: $$R = \frac{1}{G_R + G_L} \tag{17}$$

Valoarea inductivității echivalente *L'* se calculează din egalitatea:

$$B_L = -\frac{\omega \cdot L}{R_L^2 + \omega^2 \cdot L^2} = -\frac{1}{\omega \cdot L'} \tag{18}$$

de unde rezultă:

$$L' = \frac{R_L^2 + \omega^2 \cdot L^2}{\omega^2 \cdot L} \tag{19}$$

Condiția de rezonanță este cea din relația (11).

$$\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L'} = 0 \qquad \text{sau} \qquad \omega \cdot C - \frac{\omega \cdot L}{R_L^2 + \omega^2 \cdot L^2} = 0 \tag{20}$$

deci pulsația de rezonanță va fi:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{L}{C} - R_L^2}}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \tag{21}$$

Pentru circuitul din figura 2.b. se poate scrie următoarea ecuație în complex, echivalentă ecuației (5):

$$\underline{I} = \underline{I_{Rr}} + \underline{I_{GL}} + \underline{I'_L} + \underline{I_C} \tag{22}$$

$$\underline{I} = G_R \cdot \underline{U} + G_L \cdot \underline{U} + j \cdot B_L \cdot \underline{U} + j \cdot B_C \cdot \underline{U} = \left(G_R + G_L\right) \cdot \underline{U} - j\frac{X_L}{Z_B^2} + j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U} \tag{23}$$

Cu ajutorul ecuației (21) se pot construi următoarele diagrame fazoriale (vezi figura 4):

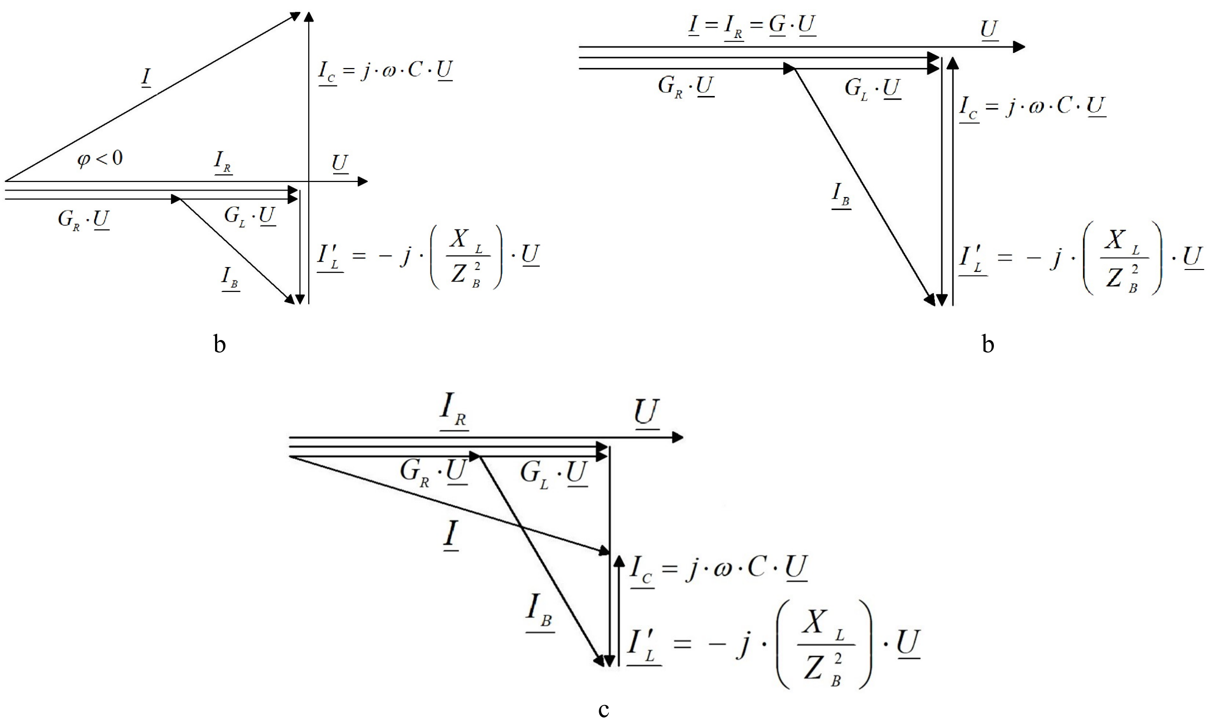


Fig. 4.

Factorul de putere este $\cos\varphi = P / U \cdot I$ și este maxim la rezonanță. Forma caracteristicilor I, I_C, I_B, I'_L, $\cos\varphi$ în funcție de reactanța inductivă X_L este prezentată în figura 5.

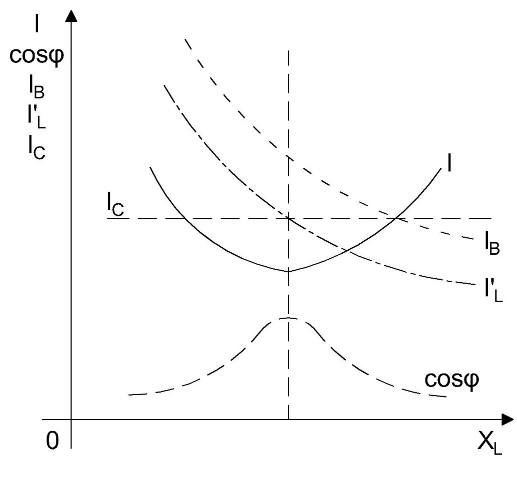


Fig. 5.

Factorul de calitate al circuitului se refinește în cazul circuitelor RLC derivație ca raport de amplificare a curenților:

$$q = \frac{I_C}{I} = \frac{G_C \cdot U}{G \cdot U} = \frac{G_C}{G} \tag{24}$$

3. PROCEDEU EXPERIMENTAL

3.1. Determinarea rezistenței proprii a înfășurării bobinei R_L

Dacă nu este cunoscută rezistența bobinei R_L se realizează montajul din figura 6, se citesc indicațiile aparatelor de măsură și se calculează:

$$R_L = \frac{P}{I^2} \qquad \text{și} \qquad G_L = \frac{1}{R_L} \tag{25}$$

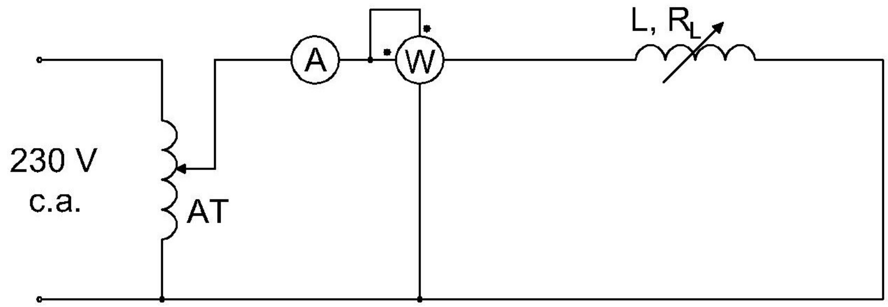


Fig. 6.

3.2. Măsurarea puterii active și a curenților la variația inductivității

Se realizează schema din figura 7. Se fizează din autotransformatorul AT o valoare nepericuloasă a tensiunii de alimentare. Se variază treptat inductivitatea L a bobinei, citindu-se aparatele de măsură și completându-se tabelul 1. Se iau date de o parte și de alta a punctului de rezonanță (curentul indicat de ampermetrul A să fie minim).

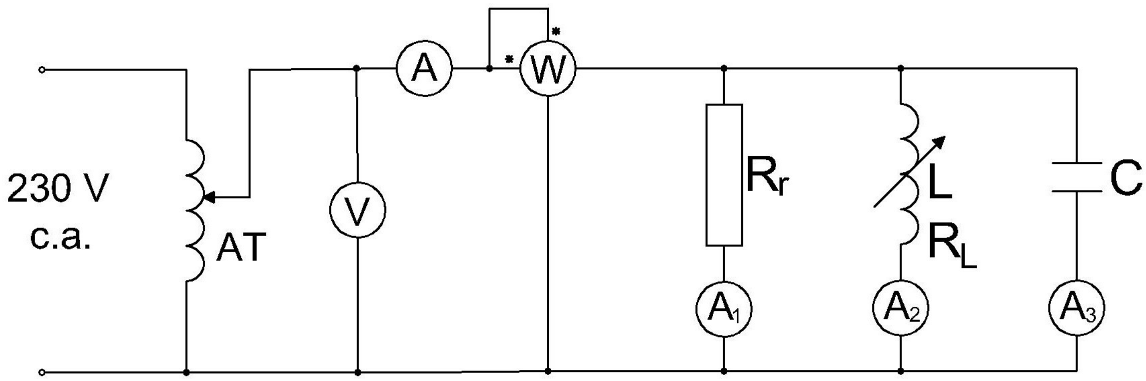


Fig. 7.

Tabelul 1.

X_L [Ω]	L' [H]		I [A]	I_{Rr} [A]	I_B [A]	I_C [A]	P [W]
	20 %						
	40 %						
	60 %						
	80 %						
	100 %						
	120 %						
	140 %						
	160 %						
	180 %						
	200 %						

3.3. Calculul valorilor elementelor de circuit

Se calculează conductanța reostatului G_r și conductanța echivalentă a întregului circuit G.

$$G_R = \frac{1}{R_r} = \frac{I_{Rr}}{U}; \qquad G = G_R + G_L . \tag{26}$$

Se calculează impedanța bobinei (Z_B), reactanța (X_L), susceptanța (B_L) și inductivitatea L' cu relațiile:

$$Z_B = \frac{U}{I_B}; \qquad X_L = \sqrt{Z_B^2 - R_L^2}; \qquad B_L = -\frac{X_L}{Z_B^2}; \quad L' = -\frac{1}{\omega \cdot B_L}; \tag{27}$$

apoi componenta reactivă a curentului prin bobină:

$$I'_L = \sqrt{I_B^2 - (G_L \cdot U)^2} . \tag{28}$$

Se calculează susceptanța (B_C), capacitatea (C) a condensatorului:

$$B_C = \omega \cdot C = \frac{I_C}{U}; \qquad C = \frac{B_C}{\omega} . \tag{29}$$

Se calculează susceptanța echivalentă (B), admitanța echivalentă (Y) și factorul de putere ($\cos\varphi$) cu relațiile:

$$B = B_L + B_C; \quad Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{I}{U}; \quad \cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I} . \tag{30}$$

Rezultatele se trec în tabelul 2.

Tabelul 2.

X_L [Ω]	L' [H]		G_L [S]	G_R [S]	G [S]	Z_B [Ω]	I'_L [A]	B_L [Ω]	B_C [Ω]	B [Ω]	C [F]	Y [S]	$\cos\varphi$
	20 %												
	40 %												
	60 %												
	80 %												
	100 %												
	120 %												
	140 %												
	160 %												
	180 %												
	200 %												

3.4. Construirea diagramelor fazoriale și a graficelor de variație a curentului în funcție de inductivitatea bobinei.

Se vor construi diagramele fazoriale pentru trei situații:

$$\varphi < 0; \qquad \varphi = 0; \qquad \varphi > 0 .$$

Se vor trasa caracteristicile:

$$I = f(X_L); \quad I_B = f(X_L); \quad I_C = f(X_L); \quad I'_L = f(X_L); \quad \cos\varphi = f(X_L).$$

ANALIZA CIRCUITULUI RLC SERIE LA FRECVENTA VARIABILA

1. Scopul lucrării este analiza funcţionării unui circuit serie RLC alimentat de la un generator de frecvenţă variabilă, punerea în evidenţă a rezonanţei si trasarea caracteristicilor de frecvenţă ale circuitului.

2. Consideraţii teoretice

Se consideră un circuit serie alcătuit dintr-un rezistor, o bobină şi un condensator, toate de valori fixe. Circuitul se alimentează de la un generator de semnal cu frecvenţă variabilă (fig.1).

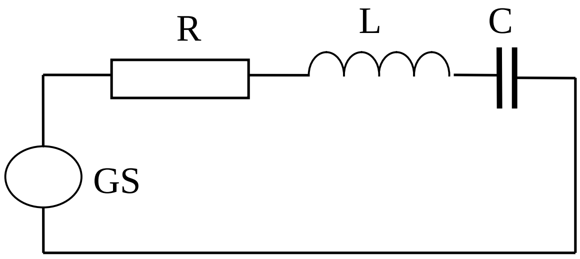


fig.1

Modulul impedanţei totale a circuitului este:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} \qquad (1)$$

iar intensitatea curentului în circuit este:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \qquad (2)$$

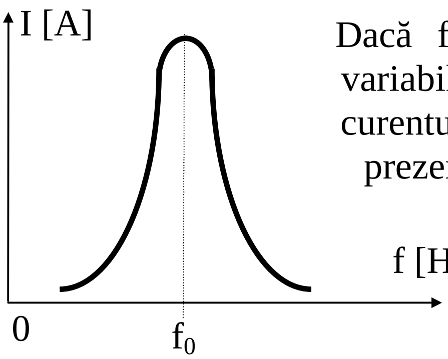


fig.2

Dacă frecvenţa tensiunii de alimentare este variabilă, atunci graficul dependenţei intensităţii curentului în funcţie de frecvenţă are forma prezentata in fig. 2.

Se constată că pentru o anumită frecvenţă f_0 numită frecvenţă de rezonanţă, intensitatea curentului are valoare maximă.

Frecvenţa pentru care se obţine rezonanţa este:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} \tag{3}$$

în care ω_0 este pulsaţia de rezonanţă, care îndeplineşte condiţia:

$$\omega_0^2 \cdot L \cdot C = 1 \tag{4}$$

Pentru pulsaţia de rezonanţă ω_0 impedanţa totală a circuitului este minimă şi egală cu rezistenţa R.

Intensitatea curentului în circuit în acest caz are valoarea maximă:

$$I_0 = \frac{U}{R} \tag{5}$$

Considerînd că intervalul de frecvenţe pentru care intensitatea curentului depăşeşte $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ este $[f_1, f_2]$ circuitul poate fi considerat ca un filtru de frecvenţă trece bandă . Deci, pulsaţiile care delimitează intervalul de trecere se determină pornind de la condiţia :

$$\frac{U}{R \cdot \sqrt{2}} = \frac{U}{Z} \tag{6}$$

Adică:

$$2 \cdot R^2 = R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2 \tag{7}$$

Prin rezolvarea ecuaţiei :

$$\omega^2 \cdot L \cdot C \pm \omega \cdot R \cdot C - 1 = 0 \tag{8}$$

se obţin soluţiile pozitive:

$$\omega_1 = \frac{-R \cdot C + \sqrt{R^2 \cdot C^2 + 4 \cdot L \cdot C}}{2 \cdot L \cdot C} = -\frac{R}{2 \cdot L} + \sqrt{\frac{R^2}{4 \cdot L^2} + \omega_0^2} \tag{9}$$

$$\omega_2 = \frac{R \cdot C + \sqrt{R^2 \cdot C^2 + 4 \cdot L \cdot C}}{2 \cdot L \cdot C} = \frac{R}{2 \cdot L} + \sqrt{\frac{R^2}{4 \cdot L^2} + \omega_0^2} \tag{10}$$

iar banda de trecere este:

$$a\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \tag{11}$$

Se constată că :

$$\frac{a\omega}{\omega_0} = \frac{R}{L \cdot \omega_0} = \frac{1}{Q} \tag{12}$$

în care Q reprezintă factorul de calitate al circuitului la rezonanţă.

Dacă Q>>1, se observă că :

$$\omega_1 \approx \omega_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot Q}\right) \qquad (13)$$

$$\omega_2 \approx \omega_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot Q}\right) \qquad (14)$$

Defazajul tensiunii la bornele circuitului în raport cu intensitatea curentului este:

$$tg\varphi = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R_T} = \pm 1 \qquad (15)$$

deci : $\varphi_1 = -45^0$ si $\varphi_2 = +45^0$.

Puterea consumată de circuit la rezonanţă este:

$$P_0 = R_T \cdot I_0^2 \qquad (16)$$

Pentru frecvenţele de tăiere f_1 şi f_2 puterea este egală cu jumatate din puterea maximă P_0 :

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = \frac{R \cdot I_0^2}{2} = \frac{P_0}{2} \qquad (17)$$

3. Procedeu experimental

3.1. Se realizeaza circuitul din fig.3.

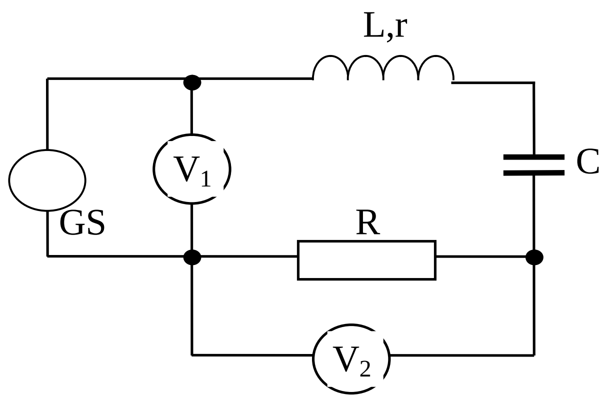


fig.3

In locul rezistenţei R se vor utiliza pe rînd două rezistenţe de valori diferite: R_1, respectiv R_2. Voltmetrul V_2, conectat la bornele rezistenţei permite determinarea intensităţii curentului în circuit conform legii lui Ohm:

$$I = \frac{U_R}{R} \qquad (18)$$

Voltmetrul V_1 măsoară tensiunea de alimentare care se menţine constantă pe parcursul măsurătorilor.

Pentru fiecare din cele două valori ale rezistenţei se determină cu rel.(18) intensitatea curentului în circuit pentru diferite valori ale frecvenţei. Rezultatele măsurătorilor se trec în tabelul 1.

Intre valorile frecvenţei pentru care se fac determinări se va afla şi frecvenţa de rezonanţă f_0:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \qquad (19)$$

Tabelul 1

f [Hz]	I [A]	
	$R_1 =$	$R_2 =$
100		
200		
1000		

Intensitatea curentului determinată pentru frecvenţa de rezonanţă a circuitului, permite calculul rezistenţei totale a circuitului. Pentru fiecare din cele două valori ale rezistenţei introduse în circuit, rezistenţele totale vor fi:

$$R_{T1} = \frac{U}{I_1} \qquad R_{T2} = \frac{U}{I_2} \tag{20}$$

Se calculează coeficienţii de supratensiune:

$$Q_1 = \frac{\omega_0 \cdot L}{R_{T1}} \qquad Q_2 = \frac{\omega_0 \cdot L}{R_{T2}} \tag{21}$$

3.2. Calculul defazajului

Pe baza rezultatelor anterioare poate fi determinat defazajul φ între tensiunea de alimentare şi intensitatea curentului în circuit pentru diverse frecvenţe. Considerînd cazul cînd valoarea rezistenţei introduse în circuit este R_1 , unghiul de defazaj se calculează cu relaţia:

$$\cos\varphi = \frac{R_{T1}}{Z} = \frac{R_{T1} \cdot I}{U} \tag{22}$$

Cu ajutorul relaţiei (22) se completează tabelul 2.

Tabelul 2

f [Hz]	$\varphi = \pm \arccos \frac{R_{T1} \cdot I}{U}$ [^{0}]
100	
200	
1000	

Semnul defazajului este dat de relaţia:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R} \tag{23}$$

Evident, pentru frecvenţe inferioare frecvenţei de rezonanţă, φ este negativ deoarece:

$$\frac{1}{\omega \cdot C} > \omega \cdot L \tag{24}$$

3.3. Calculul puterii medii

Puterea medie consumată de circuit este disipată în rezistenţele din circuit prin efect Joule-Lenz:

$$P = R_T \cdot I^2 \tag{25}$$

Cu relaţia (25) se poate determina puterea activă consumată de circuit cînd tensiunea de alimentare a acestuia are diverse frecvenţe.

Se va verifica pentru fiecare frecvenţă că aceeaşi valoare a puterii active se obţine şi cu relaţia :

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \tag{26}$$

Valorile puterilor calculate cu cele două relaţii se trec în tabelul 3.

Tabelul 3

f [Hz]	I [mA]	φ [^{0}]	$P=R_T I^2$ [W]	$P=UI\cos\varphi$ [W]

Se reprezintă grafic variaţia intensităţii curentului în circuit, defazajul tensiune-curent şi puterea activă consumată de circuit în funcţie de frecvenţa tensiunii de alimentare. Graficele obţinute vor avea forma prezentată în fig.4.

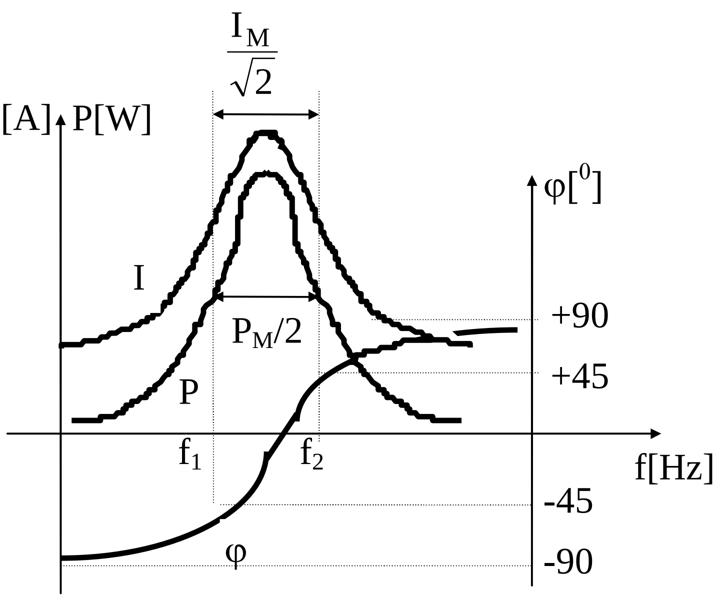


fig.4

Pe baza curbelor din această figură se poate determina lărgimea benzii de trecere $\Delta\omega$. Calculul se face pentru una din cele trei curbe astfel:

- pentru curba I(f) se determină frecvenţele f_1 şi f_2 pentru care $I = \dfrac{I_M}{\sqrt{2}}$.

- pentru curba P(f) se determină frecvenţele f_1 şi f_2 pentru care $P = \dfrac{P_M}{2}$;

- pentru curba φ (f) se determină frecvenţele f_1 şi f_2 pentru care $\varphi = \pm 45^0$.

Valorile frecvenţelor de tăiere f_1 şi f_2 sînt practic simetrice faţă de frecvenţa de rezonanţă f_0 .

3.4. Toate determinările anterioare pot fi obţinute şi prin utilizarea unui osciloscop cu două spoturi (fig.5).

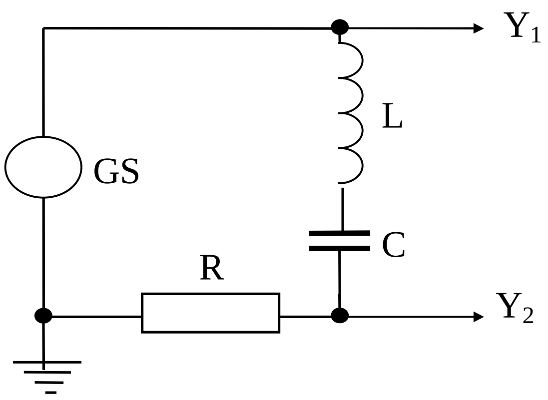


fig.5

Pe unul din canalele osciloscopului se va prelua tensiunea de alimentare a circuitului, iar pe cel de al doilea canal , tensiunea la bornele rezistenţei R, care este proporţională cu intensitatea curentului în circuit.

Măsurarea frecvenţei se realizează cu ajutorul bazei de timp etalonate a osciloscplui.

Se compară valorile defazajului între tensiunea de alimentare şi intensitatea curentului determinate cu ajutorul osciloscopului cu cele obţinute anterior.

DETERMINAREA PARAMETRILOR UNUI CIRCUIT DIPOLAR IN REGIM PERMANENT ARMONIC

1. Scopul lucrarii este determinarea prin metode industriale a parametrilor echivalenţi ce caracterizeaza în regim permanent armonic un circuit dipolar liniar şi pasiv: impedanţa, rezistenţa, reactanţa şi defazajul, respectiv admitanţa, conductanţa şi susceptanţa.

2. Consideraţii teoretice

Se consideră un circuit de tip dipol liniar pasiv functionînd în regim permanent armonic, avînd la borne tensiunea :

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_u) \qquad (1)$$

şi curentul :

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma_i) \qquad (2)$$

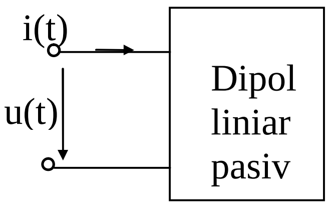


fig.1

Sensurile curentului şi a tensiunii sînt asociate dupa regula corespunzatoare receptoarelor.
In regim permanent armonic circuitul poate fi caracterizat printr-o pereche de mărimi scalare care poate fi:
a. modulul Z şi argumentul φ (defazajul dintre tensiune şi curent) al impedanţei :

$$Z = \frac{U}{I}\ ; \ \varphi = \gamma_u - \gamma_i \ ; \varphi \in \left[-\frac{®}{2} .+ \frac{®}{2} \right] \qquad (3)$$

b. admitanţa scalară Y şi defazajul φ :

$$Y = \frac{I}{U}; \ \varphi = \gamma_u - \gamma_i \ ; \ \varphi \in \left[-\frac{®}{2} ,+ \frac{®}{2} \right] \qquad (4)$$

c. rezistenţa echivalentă R şi reactanţa echivalentă X :

$$R = Z \cdot \cos\varphi \ ; \qquad X = Z \cdot \sin\varphi \qquad (5)$$

d. conductanţa echivalentă G şi susceptanţa echivalentă B :

$$G = Y \cdot \cos\varphi \ ; \qquad B = -Y \cdot \sin\varphi \qquad (6)$$

Aceste marimi scalare derivă din impedanţa complexă $\underline{Z}$ sau admitanţa complexă $\underline{Y}$, de care sînt legate prin relaţiile:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\cdot\gamma_u}}{I \cdot e^{j\cdot\gamma_i}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j\cdot(\gamma_u - \gamma_i)} = Z \cdot e^{j\cdot\varphi} = R + j \cdot X \qquad (7)$$

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I \cdot e^{j\cdot\gamma_i}}{U \cdot e^{j\cdot\gamma_u}} = \frac{I}{U} \cdot e^{-(\gamma_u - \gamma_i)} = Y \cdot e^{-j\cdot\varphi} = G + j \cdot B \qquad (8)$$

unde $\underline{U}$ şi $\underline{I}$ sînt expresiile tensiunii u şi curentului i la bornele dipolului în complex simplificat :

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\cdot\gamma_u}\ ; \qquad \underline{I} = I \cdot e^{j\cdot\gamma_i} \qquad (9)$$

Cu ajutorul relaţiilor (7) şi (8) se pot exprima modulul şi argumentul impedanţei complexe $\underline{Z}$, respectiv ale admitanţei complexe $\underline{Y}$:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \mathrm{arctg}\frac{X}{R}; \qquad \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right] \qquad (10)$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}\ ; \quad \varphi = -\mathrm{arctg}\frac{B}{G}; \qquad (11)$$

$$\underline{Z} \cdot \underline{Y} = 1 \quad ; \quad Z \cdot Y = 1 \qquad (12)$$

Luînd în considerare parametrii menţionaţi, circuitul dipolar poate fi reprezentat printr-un circuit echivalent serie sau paralel, în care se pot pune în evidenţă componentele impedanţei complexe $\underline{Z}$ (fig.2), respectiv admitanţei complexe $\underline{Y}$ (fig.3).

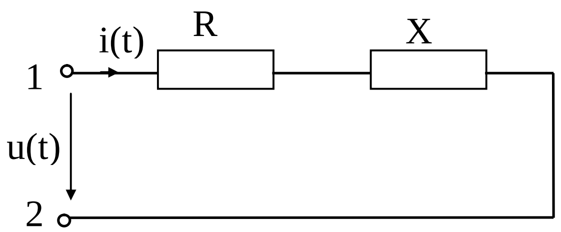


fig.2

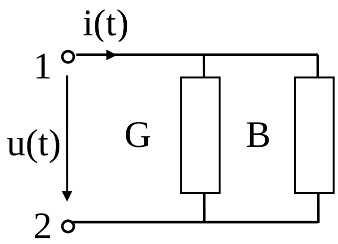


fig.3

Elementele circuitului echivalent paralel se pot exprima funcţie de cele ale circuitului echivalent serie utilizînd relatiile (7), (8) şi (12). Relaţiile de calcul sînt:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}\ ; \qquad B = -\frac{X}{R^2 + X^2} \qquad (13)$$

Puterea aparentă complexă la bornele circuitului dipolar pasiv este :

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot e^{j\cdot\gamma_u} \cdot I \cdot e^{-j\cdot\gamma_i} = U \cdot I \cdot e^{j\cdot(\gamma_u - \gamma_i)}$$

$$\underline{S} = U\cdot I\cdot e^{j\cdot\varphi} = S\cdot e^{j\cdot\varphi} = P + j\cdot Q \qquad (14)$$

unde :

$$P = U\cdot I\cdot\cos\varphi = R\cdot I^2 = G\cdot U^2 \qquad (15)$$

$$Q = U\cdot I\cdot\sin\varphi = X\cdot I^2 = -B\cdot U^2 \qquad (16)$$

P şi Q fiind puterea activă şi respectiv puterea reactivă la bornele circuitului dipolar.

Determinarea parametrilor care caracterizează circuitul se poate face fie prin metoda industrială fie prin metoda celor trei voltmetre.

2.1 Metoda industrială

Această metodă presupune utilizarea a trei aparate de măsură: un ampermetru un voltmetru şi un wattmetru pentru determinarea valorilor efective ale curentului, tensiunii şi puterii active primite de circuit de la sursă de alimentare.

Relaţiile de calcul ale parametrilor circuitului sînt:

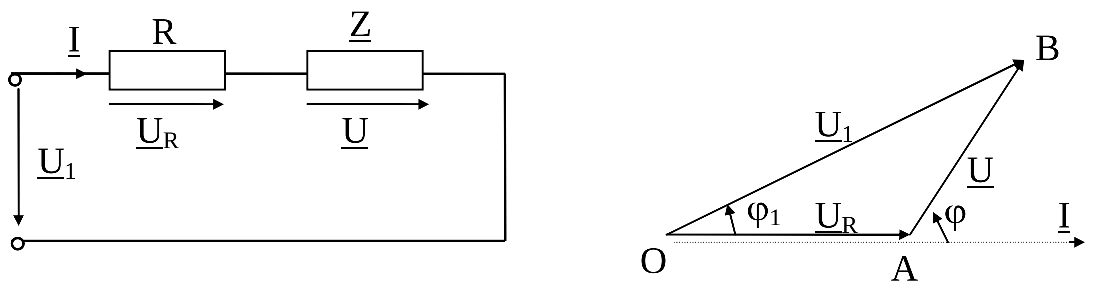
$$
\begin{aligned}
&Z = \frac{U}{I}\ ; \qquad Y = \frac{I}{U}\ ; \qquad \varphi = \arccos\frac{P}{U \cdot I} \\
&R = \frac{P}{I^2}\ ; \qquad X = \pm\sqrt{Z^2 - R^2} \qquad\qquad (17) \\
&G = \frac{P}{U^2}\ ; \qquad -B = \pm\sqrt{Y^2 - G^2}
\end{aligned}
$$

Defazajul φ, respectiv reactanţa X, sunt pozitive pentru circuitele inductive (pentru care susceptanţa este negativă), şi negative pentru circuitele capacitive (pentru care susceptanţa este pozitivă).

Stabilirea semnelor defazajului, reactanţei şi susceptanţei în cazul în care nu este cunoscut caracterul circuitului va fi prezentat ulterior.

2.2 Metoda celor trei tensiuni

Principiul metodei este ilustrat în fig.4.



a. b.

fig.4

Dacă dipolul studiat prezintă impedanţa complexă $\underline{Z}$, se conectează în serie cu acesta un rezistor avînd rezistenţa R (fig.4a) şi se masoară valorile efective ale tensiunilor la bornele circuitului (U_1), la bornele rezistorului (U_R), şi la bornele dipolului studiat (U), precum şi valoarea efectivă a curentului în circuit (I).

Considerînd fazorul curentului în circuit ca origine de fază, se construieşte diagrama fazorială (fig.4b). Din această construcţie grafică, realizată la scară se poate determina unghiul de defazaj între curentul şi tensiunea la bornele dipolului φ :

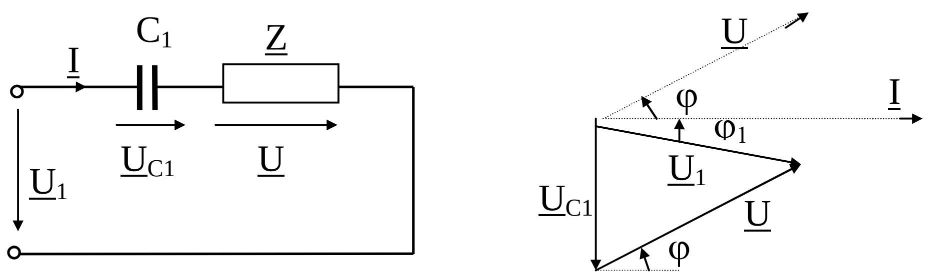
$$\cos\varphi = \frac{U_1^2 + U_R^2 - U^2}{2 \cdot U_1 \cdot U_R}\ ; \qquad \varphi = \pm \arccos\frac{U_1^2 + U_R^2 - U^2}{2 \cdot U_1 \cdot U_R} \qquad (18)$$

Parametrii circuitului dipolar se vor determina cu relaţiile: (5), (6) şi (17).

2.3 Determinarea caracterului (inductiv, capacitiv), al unui dipol pasiv

Pentru determinarea caracterului dipolului studiat se procedează în felul următor:

a. printr-una din metodele prezentate anterior se determină modulul |X| al reactanţei echivalente a dipolului care se studiază, după care, în serie cu circuitul dipolar studiat se conectează un condensator cu reactanţa cunoscută $X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$ (fig.5a).



a. b.

fig.5

Se determină modulul reactanţei echivalente pentru noul circuit dipolar realizat: $|X'| = |X + X_C|$.

Daca se exclude cazul X =0, este evident că:

dacă $|X'| > |X|$ si $|X'| > |X_C|$ dipolul are caracter capacitiv.

dacă $|X'| < |X|$ si $|X'| < |X_C|$ dipolul are caracter inductiv.

b. Se determină puterea reactivă Q a circuitului dipolar studiat. Semnul acesteia coincide cu cel al defazajului şi al reactanţei echivalente a circuitului şi este opus semnului susceptanţei echivalente.

c. Se aplică metoda celor trei voltmetre circuitului format prin înserierea dipolului studiat cu un condensator presupus ideal (fig.5a). Din diagrama fazorială a tensiunilor pentru acest circuit (fig.5b), se determină defazajul:

$$\sin\varphi = \frac{U^2 + U_C^2 - U_1^2}{2 \cdot U \cdot U_C} \qquad (19)$$

3. Procedeu experimental

Se utilizează metoda industrială pentru determinarea parametrilor circuitului echivalent serie şi paralel al unor circuite dipolare pasive. In acest scop se vor considera pe rînd ca dipoli pasivi următoarele circuite:

a - circuit serie, rezistor-bobina (fig.6a);
b - circuit serie, rezistor-condensator (fig.6b);
c - gruparea serie a dipolilor realizaţi la punctele a şi b;
d - gruparea paralel a dipolilor realizaţi la punctele a şi b.

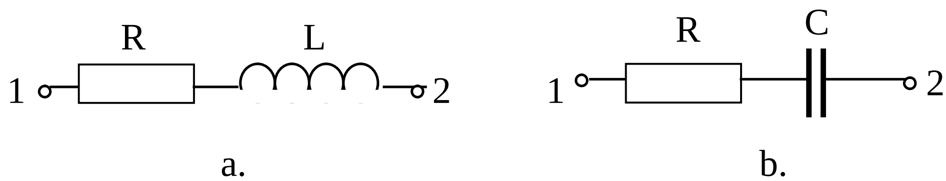


fig.6

Se realizează montajul din figura 7, în care dipolul pasiv DP va fi pe rînd constituit din circuitele prezentate anterior.

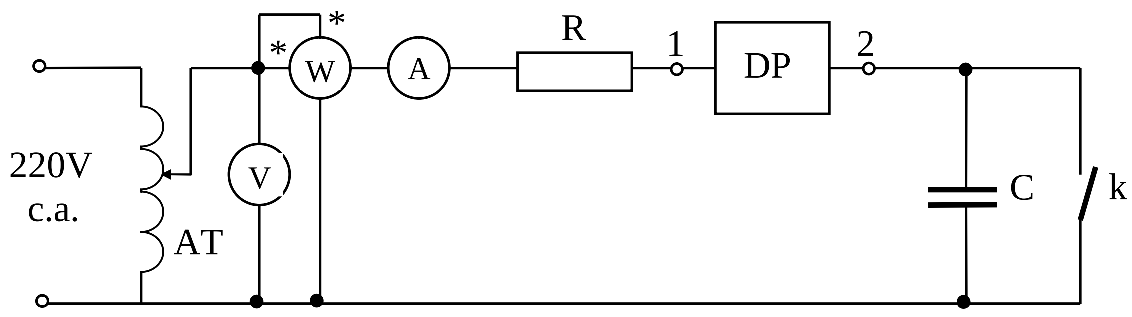


fig.7

Pentru poziţia închis a întrerupătorului k (C scurtcircuitat), se măsoară tensiunea, curentul şi puterea activă pentru fiecare din cei patru dipoli pasivi consideraţi. Rezultatele măsurătorilor se trec în tabelul 1.

Se deschide întrerupătorul k şi se determină I' si P' pentru noul circuit. Cu aceste valori se determină caracterul inductiv sau capacitiv al dipolului studiat.

Cu relaţiile (17) se determină parametrii circuitului echivalent serie respectiv paralel. Rezultatele obţinute prin calcul se trec în tabelul 2.

Tabelul 1 (Valori măsurate)

Dipolul studiat	U [V]	I [A]	P [W]	I' [A]	P' [W]
a					
b					
c					
d					

Tabelul 2 (Valori calculate)

Dipolul studiat	Z [Ω]	Y [S]	φ [rad]	R [Ω]	|X| [Ω]	|X'| [Ω]	X [Ω]	G [S]	B [S]
a									
b									
c									
d									

2. Se realizează montajul din fig.8, pentru determinarea parametrilor circuitului echivalent serie şi paralel prin metoda celor trei voltmetre.

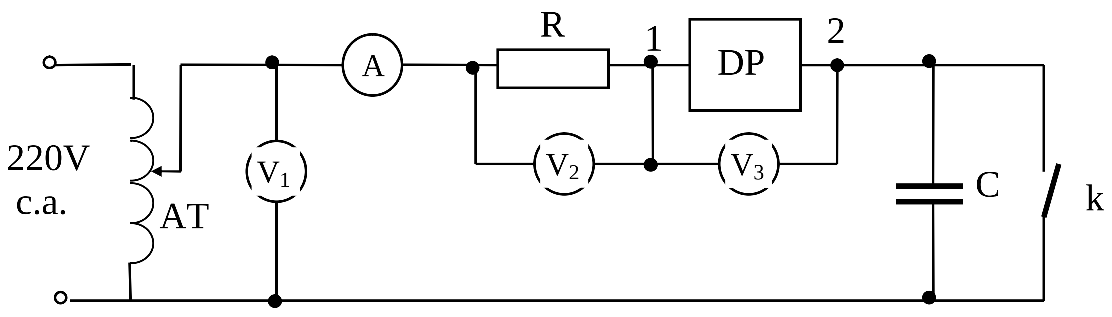


fig.8

Pentru fiecare din cei patru dipoli pasivi prezentaţi mai sus se masoară tensiunile U_1 (la voltmetrul V_1), U_R (la voltmetrul V_2) si U (la voltmetrul V_3) pentru poziţia închis a întrerupătorului k. Cu aceste valori se calculează modulul reactanţei circuitului echivalent serie X .

Pentru poziţia deschis a întrerupătorului k se citesc I' si U_1' , cu care se calculează modulul reactanţei X' .

Prin compararea celor două reactanţe se determină semnul lor, respectiv caracterul inductiv sau capacitiv al dipolului considerat.

Valorile măsurate se trec în tabelul 3 iar rezultatele de calcul în tabelul 4.

Tabelul 3 (Valori măsurate)

Dipolul studiat	U_1 [V]	U_R [V]	U [V]	I [A]	U_1' [V]	I' [A]
a						
b						
c						
d						

Tabelul 4 (Valori calculate)

Dipolul studiat	Z [Ω]	Y [S]	|X| [Ω]	|X'| [Ω]	X [Ω]	φ [rad]	R [Ω]	G [S]	B [S]
a									
b									
c									
d									

STUDIUL DIPOLULUI PASIV IN CURENT CONTINUU

1. SCOPUL LUCRĂRII

Scopul lucrării este evidenţierea regimurilor limită de funcţionare şi a valorilor mărimilor caracteristice în aceste regimuri, precum şi verificarea teoremei transferului maxim de putere.

2. CONSIDERAŢII TEORETICE

Un dipol electric este un circuit care are doua borne de acces cu exteriorul și care nu are cuplaje magnetice între laturile interioare şi exterioare. Dacă suma algebrică a curenţilor celor două borne de acces este zero, oricare ar fi potenţialul bornelor, atunci acesta formează o poarta. Daca dipolul conţine numai elemente pasive de circuit, el se numeşte dipol pasiv.

O linie de curent continuu, de distribuţie a energiei electrice, de tensiune relativ redusă, poate fi asimilata unui dipol pasiv dacă se neglijează curenţii de dispersie prin izolaţia liniei. Parametrul care caracterizează conductoarele liniei în curent continuu este rezistenţă electrică, care este distribuită pe întreaga lungime a acestora. Dacă lungimea liniei este *l* iar secțiunea *s*, linia poate fi înlocuită cu o rezistenţă concentrată de valoare $R = 2 \cdot \frac{\rho \cdot l}{s}$, iar dipolul (fig. 1a) ar deveni echivalent cu cel din figura 1b:

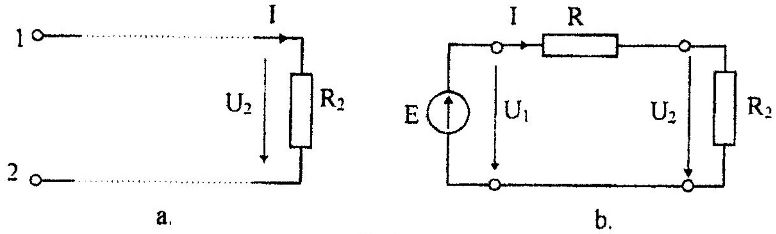


fig. 1

Ecuaţia dipolului obținut este:

$$U_1 = U_2 + R \cdot I$$

Presupunând că rezistenţa interioară R_i a generatorului de tensiune este neglijabilă, tensiunea U_1 de alimentare a liniei rezultă constantă.

Mărimile electrice caracteristice funcţionării dipolului și respectiv liniei sunt:

- tensiunea la receptor (la sfârșitul liniei):

$$U_2 = U_1 - R \cdot I$$

- căderea de tensiune pe linie:

$$\Delta U = R \cdot I$$

- puterea la bornele generatorului:

$$P_1 = U_1 \cdot I$$

- puterea la bornele receptorului:

$$P_2 = U_2 \cdot I = (U_1 - R \cdot I) \cdot I = U_1 \cdot I - R \cdot I^2$$

- randamentul transmisiei:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_1 \cdot I - R \cdot I^2}{U_1 \cdot I} = 1 - \frac{R \cdot I}{U_1}$$

Pentru linia de transport modelată prin dipolul considerat se studiază cele două regimuri limită de funcţionare (gol şi scurtcircuit) precum şi regimul care corespunde transferului maxim de putere între generator și receptor.

2.1. Regimul de mers în gol corespunde situaţiei când linia este deschisă la capăt ($R_2 = \infty$), iar mărimile caracteristice iau următoarele valori particulare:

$$I = 0,\ \Delta U = 0,\ U_1 = U_2,\ P_1 = 0,\ P_2 = 0.$$

2.2. Regimul de scurtcircuit ($R_2 = 0$) când mărimile caracteristice devin:

- curentul în circuit: $I = I_{sc} = \dfrac{U_1}{R}$
- căderea de tensiune pe linie: $\Delta U = R \cdot I_{sc} = U_1$
- tensiunea la consumator (la sfârșitul liniei): $U_2 = 0$
- puterea debitată de sursă: $P_1 = U_1 \cdot I_{sc} = \dfrac{U_1^2}{R}$
- puterea transmisă la receptor: $P_2 = 0$
- randamentul transmisiei: $\eta = 0$

2.3. Regimul de transfer maxim de putere de la generator către receptor reprezintă un alt caz important în funcționarea liniilor de transport. Puterea transmisă la receptor este:

$$P_2 = U_2 \cdot I = (U_1 - R \cdot I) \cdot I = U_1 \cdot I - R \cdot I^2$$

Și are valoarea maximă rezultând din anularea derivatei de ordinul I a puterii P_2 în raport cu intensitatea I :

$$\frac{dP_2}{dI} = U_1 - 2 \cdot R \cdot I = 0$$

Intensitatea curentului care corespunde regimului de transfer de putere maximă are valoarea:

$$I_{(P_{\max})} = \frac{U_1}{2 \cdot R} = \frac{I_{sc}}{2}$$

Înlocuind, rezultă valoarea puterii maxime:

$$P_{\max} = \frac{U_1 \cdot I_{sc}}{2} = \frac{U_1}{4 \cdot R}$$

Randamentul transmisiei, care în general se calculează cu relația:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2 \cdot I^2}{(R + R_2) \cdot I^2} = \frac{R_2}{R + R_2},$$

în cazul regimului de transfer maxim de putere este:

$$\eta = \frac{P_{2\max}}{P_{1\max}} = \frac{U_2 \cdot I_{(P_{\max})}}{U_1 \cdot I} = \frac{U_1 - R \cdot I_{(P_{\max})}}{U_1} = 1 - \frac{R \cdot I_{(P_{\max})}}{U_1} = 1 - \frac{R}{U_1} \cdot \frac{U_1}{2 \cdot R} = 0{,}5.$$

Egalând expresia generală de calcul a randamentului cu valoarea ei particulară în cazul regimului de transfer maxim de putere, rezultă că acest regim corespunde unei rezistențe de sarcină egală cu cea a liniei de transport ($R = R_2$). În această situație, se spune că linia funcționează în regim adaptat.

Puterea electrică transferată de la un generator ideal de tensiune printr-un dipol liniar pasiv în curent continuu la un receptor de rezistență variabilă este maximă atunci când rezistența receptorului este egală cu rezistența dipolului. Randamentul transmisiei puterii maxime este de 50%, indiferent de tensiunea electromotoare a generatorului și rezistența dipolului.

Deoarece în practică randamentul transmisiei energiei se impune a fi ridicat, rezultă necesitatea ca rezistența receptorului să fie mult mai mare decât rezistența dipolului ($R_2 >> R$). Transmisia nu se face nici la randament maxim nici la putere maximă, ci se realizează un compromis eficient din punct de vedere economic între cele regimuri.

Graficul de variaţie a puterii electrice în funcție de intensitatea curentului în circuit este prezentat în figura 2.

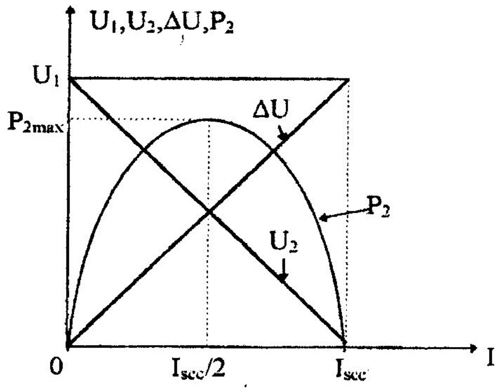


Fig. 2

Se constată că puterea absorbită de rezistența de sarcină R_2 este zero în cele două regimuri limită (gol și scurtcircuit), atingând un maxim care corespunde unui curent egal cu jumătate din valoarea curentului de scurtcircuit.

Tensiunea de alimentare a liniei rămâne nemodificată pe întreaga durată a experimentului, ea nefiind influențată de parametrii liniei sau ai sarcinii (sursa se consideră de putere infinită).

Căderea de tensiune pe linie, egală cu diferența între tensiunile la cele două capete ale liniei, are o variație liniară crescătoare, fiind zero la gol și egală cu tensiunea de alimentare a liniei în regim de scurtcircuit.

Tensiunea la receptor are o variație de asemenea liniară, fiind zero la scurtcircuit și maximă (egală cu tensiunea de alimentare) în regim de mers în gol.

3. PROCEDEU EXPERIMENTAL

3.1. Realizarea montajului şi dimensionarea rezistenţei R a liniei de transport

Se realizează montajul din figura 3:

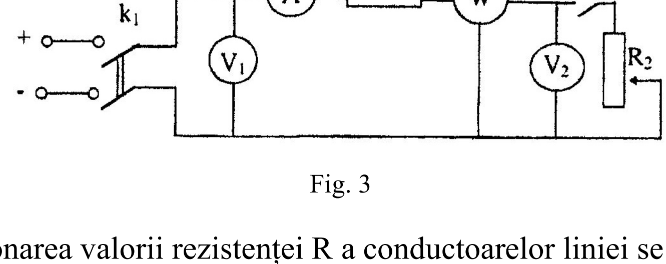


Fig. 3

Pentru dimensionarea valorii rezistenței R a conductoarelor liniei se procedează astfel:

- se scurtcircuitează rezistența de sarcină R_2;

- se variază rezistența R prin modificarea poziției cursorului, până ce acul ampermetrului este în cea de-a doua jumătate a scalei. Valoarea respectivă a curentului reprezintă intensitatea de scurtcircuit I_{sc}.

- în continuare, nu se va mai modifica poziţia cursorului rezistenţei R, valoarea acesteia rămânând fixă.

3.2. Ridicarea experimentală a datelor pentru regimurile de funcţionare în sarcină

Se închid întrerupătoarele K_1 şi K_2 şi se variază rezistenţa R_2 de la valoarea maximă la zero, ridicându-se treptat datele necesare tabelelor de valori.

3.3. Realizarea regimului de mers în gol ($R_2=\infty$)

Se deschide înterupătorul K_2 şi se citesc indicaţiile aparatelor. Se verifică valorile determinate experimental cu cele teoretice.

3.4. Interpretarea grafică a datelor

Se reprezintă grafic mărimile caracteristice în funcţie de curentul din circuit:

$$U_1(I),\ U_2(I),\ P_1(I),\ P_2(I),\ \Delta U(I),\ \eta(I).$$

Se compară graficele trasate pe baza datelor experimentale cu cele prezentate teoretic în figura 2.

<u>TABELE DE VALORI:</u>

1. Valori calculate

Nr. Crt.	Regim	% din R	R_2 [Ω]	I [A]	U_1 [V]	U_2 [V]	$P_1=U_1I$ [W]	$\Delta U=U_1-U_2$ [V]	P_2 [W]	η
1	Sc.circ.	0								
2	Sarcina	20								
3		40								
4		60								
5		80								
6		**100**								
7		120								
8		140								
9		160								
10		180								
11		200								
12	Gol	∞								

2. Valori simulate

Nr. Crt.	Regim	% din R	R_2 [Ω]	I [A]	U_1 [V]	U_2 [V]	$P_1=U_1I$ [W]	$\Delta U=U_1-U_2$ [V]	P_2 [W]	η
1	Sc.circ.	0								
2	Sarcina	20								
3		40								
4		60								
5		80								
6		**100**								
7		120								
8		140								
9		160								
10		180								
11		200								
12	Gol	∞								

3. Valori măsurate

Nr. Crt.	Regim	% din R	R_2 [Ω]	I [A]	U_1 [V]	U_2 [V]	$P_1 = U_1 I$ [W]	$\Delta U = U_1 - U_2$ [V]	P_2 [W]	η
1	Sc.circ.	0								
2	Sarcina	20								
3		40								
4		60								
5		80								
6		**100**								
7		120								
8		140								
9		160								
10		180								
11		200								
12	Gol	∞								

STUDIUL UNEI RETELE DE
CURENT CONTINUU

1.Scopul lucrarii este verificarea experimentala a principalelor teoreme referitoare la regimul stationar al circuitelor electrice liniare.

2.Consideratii teoretice

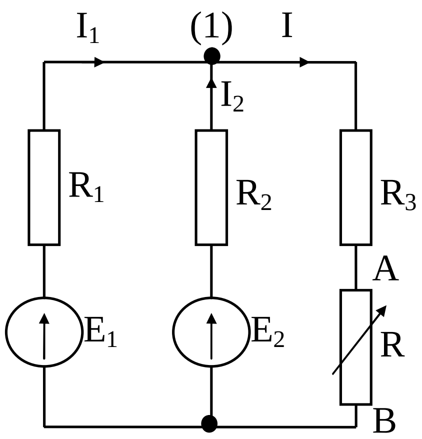


fig.1

Se considera reteaua de curent continuu din fig.1, avînd trei laturi, doua noduri si doua ochiuri independente, alcatuita din elemente liniare. Cele doua surse de tensiune sunt practic ideale, adica tensiunile lor electromotoare E_1 si E_2 nu depind de intensitatile curentilor I_1 si I_2 ai laturilor respective.

Rezistoarele R_1 , R_2 si R_3 au valori fixe ale rezistentei, iar rezistorul R este un reostat cu cursor, a carui rezistenta poate fi modificata.

2.Teorema I a lui Kirchhoff afirma ca suma algebrica a intensitatilor curentilor laturilor incidente într-un nod al unei retele este nula. Pentru nodul (1) din fig.1, prin aplicarea teoremei I a lui Kirchhoff se stabileste relatia:

$$I_1 + I_2 - I = 0 \tag{1}$$

2.2 Teorema superpozitiei afirma ca într-o retea liniara si activa intensitatea curentului unei laturi este egala cu suma algebrica a intensitatilor curentilor care s-ar stabili în acea latura daca fiecare dintre surse, considerate ideale, s-ar afla singura în retea (celelalte surse se pasivizeaza). Pasivizarea unei laturi se realizeaza prin anularea tensiunii sale electromotoare (înlocuirea sursei cu rezistenta ei interioara).

2.3 Teorema reciprocitatii afirma ca într-o retea liniara, initial pasiva, o sursa ideala de tensiune introdusa în latura 1, determina în latura 2 un curent de intensitate I_{21}, egala cu intensitatea I_{12} a curentului care s-ar stabili in latura 1 daca aceeasi sursa este introdusa în latura 2.

Expresia matematica a teoremei este:

$$I_{12} = I_{21} \tag{2}$$

2.4 Teoremele surselor echivalente stabilesc echivalenta în raport cu doua borne de acces care formeaza o poarta, dintre o retea activa si o sursa reala de tensiune sau de curent care s-ar conecta între aceleasi borne.

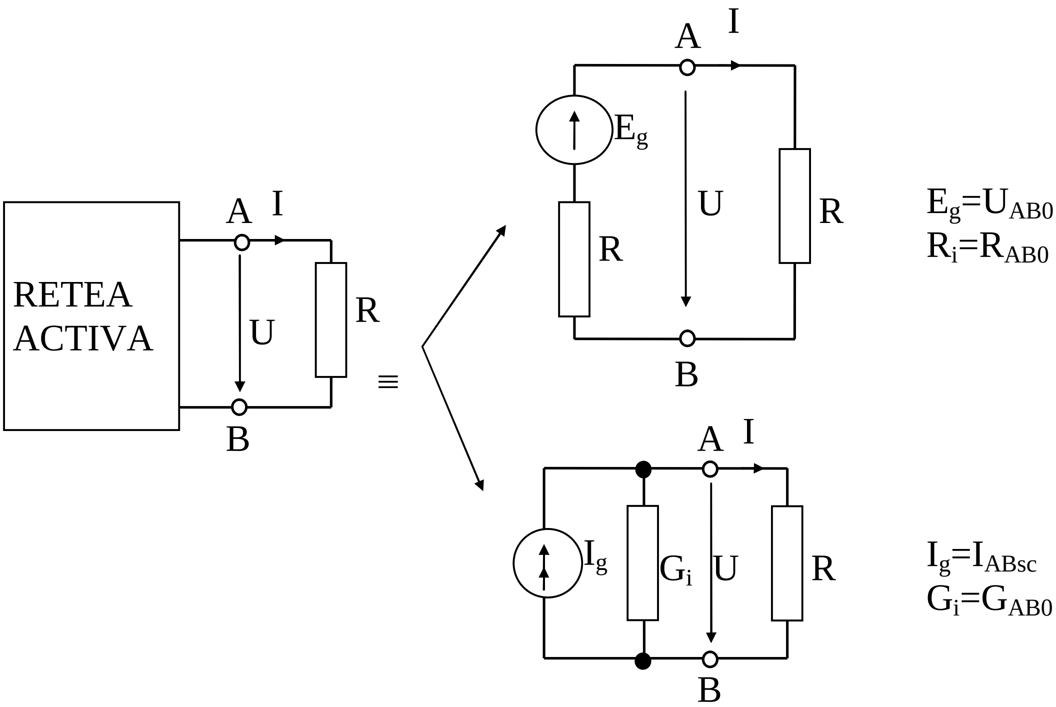


fig.2

Sursa echivalenta de tensiune (teorema Thevenin) are tensiunea electromotoare E_g egala cu tensiunea U_{AB0} care se stabileste între bornele A si B cînd curentul portii este nul (I=0), deci latura exterioara AB este în gol. Rezistenta interna R_i a generatorului de tensiune este egala cu rezistenta echivalenta R_{AB0} între bornele A si B ale retelei pasivizate.

Sursa echivalenta de curent (teorema Norton) are curentul sursei I_g egal cu curentul de scurtcircuit I_{ABsc} al portii AB obtinut la scurtcircuitarea bornelor (U=0) si rezistenta interna R_i egala cu rezistenta echivalenta R_{AB0} a retelei pasivizate.

Evident

$$R_{AB0} = \frac{1}{G_{AB0}} = \frac{U_{AB0}}{I_{ABsc}} \tag{3}$$

2.5. Teorema transferului maxim de putere stabileste ca puterea cedata pe la borne de un dipol activ este maxima atunci cînd rezistenta de sarcina conectata la bornele dipolului este egala cu rezistenta interna a generatorului echivalent de tensiune.

Puterea cedata de dipolul activ este:

$$P_{max} = \frac{E_g}{4 \cdot R_i} \qquad (4)$$

Pentru orice alta valoare a rezistentei de sarcina puterea cedata este mai mica decît P_{max}.

2.6 Teorema conservarii puterilor afirma ca puterea P_g generata de sursele retelei este egala cu puterea P_r disipata în rezistoarele sale.

3.Procedeu experimental

Se vor verifica experimental urmatoarele teoreme:

3.1 Teorema I a lui Kirchhoff

Se realizeaza circuitul din fig. 3. Masurînd intensitatile curentilor din laturile circuitului din fig.3 se verifica experimental ca relatia (1) este satisfacuta, cu o eroare absoluta marginita superior de suma erorilor tolerate ale ampermetrelor utilizate. Daca cele trei ampermetre folosite sînt identice din punct de vedere al clasei de precizie si domeniului de masura, erorile tolerate de acestea vor fi egale, iar prima teorema a lui Kirchhoff se verifica cu relatia:

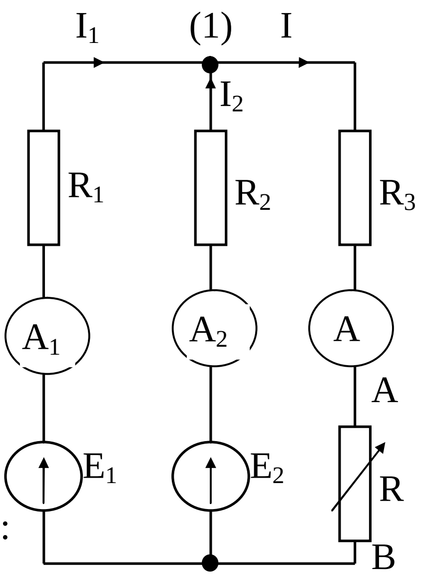


fig.3

$$\left| I_1 + I_2 - I \right| \le 3 \cdot \Delta I \qquad (5)$$

Eroarea tolerata a ampermetrelor avînd clasa de precizie C si domeniul de masura I_n se calculeaza cu relatia:

$$\Delta I = \frac{C}{100} \cdot I_n \qquad (6)$$

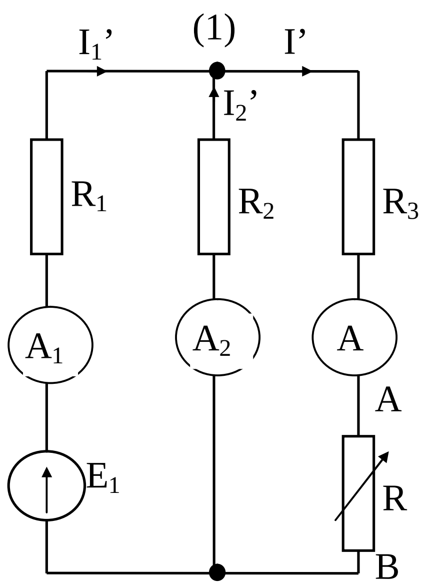
Rezultatele masuratorilor se trec în tabelul 1.

3.2 Teorema superpozitiei

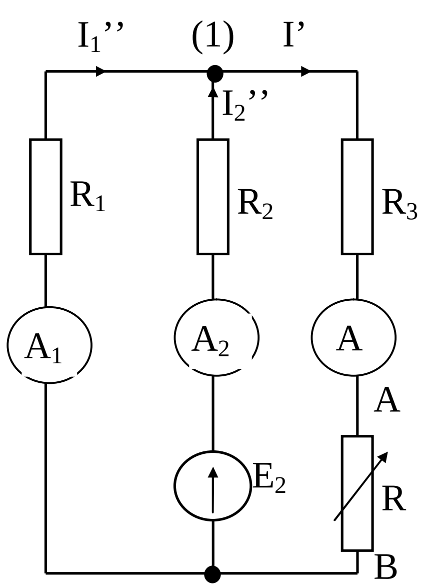
Reteaua din fig.3 contine doua surse de tensiune practic ideale, deci pentru verificarea teoremei superpozitiei se vor lua în considerare cele doua configuratii din fig.4: prima cînd în circuit actioneaza numai sursa E_1, iar E_2=0 (fig.4a) si a 2-a cînd exista numai sursa E_2 iar E_1=0 (fig.4b).

Cu notatiile din fig.3 si fig.4, teorema superpozitiei consta în verificarea relatiilor:

$$\begin{aligned} I_1' + I_1'' &= I_1 \\ I_2' + I_2'' &= I_2 \qquad (7) \\ I' + I'' &= I \end{aligned}$$



a.



b.

fig.4

Experimental, relatiile (7) se considera satisfacute daca eroarea absoluta este marginita superior de suma erorilor tolerate ale ampermetrelor utilizate,adica:

$$\begin{aligned} &\left|I_1' + I_1'' - I_1\right| \le 3 \cdot \Delta I \\ &\left|I_2' + I_2'' - I_2\right| \le 3 \cdot \Delta I \qquad (8) \\ &\left|I' + I'' - I\right| \le 3 \cdot \Delta I \end{aligned}$$

Cu datele ridicate se completeaza tabelul 1.

Tabelul 1

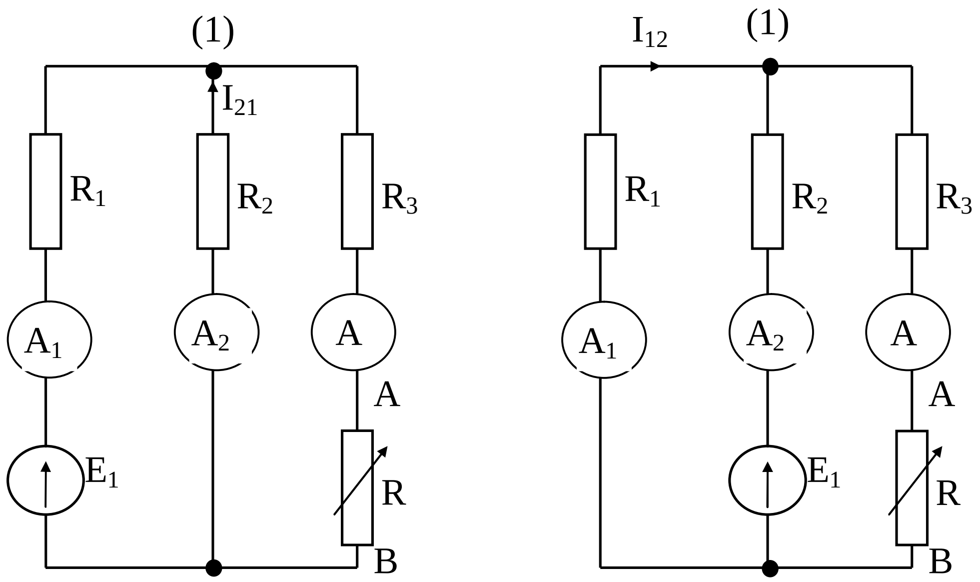
E_1	E_2	I_1 [A]	I_2 [A]	I [A]	$\lvert I_1 + I_2 - I \rvert$ [A]
in circuit	in circuit				
in circuit	pasivizata				
pasivizata	in circuit				
$\lvert I'_k + I''_k - I_k \rvert$	k = 1, 2				$3\Delta I =$

3.3 Teorema reciprocitatii

Experimental, aceasta teorema se verifica pe reteaua din fig.1, masurînd curentii I_{21} (fig.4a), respectiv I_{12} (fig.4b).

Se verifica experimental relatia:

$$\left| I_{21} - I_{12} \right| \leq 2 \cdot \Delta I \qquad (9)$$



a. b.

fig.5

3.4 Teoremele generatoarelor echivalente

Parametrii surselor echivalente se determina experimental din doua încercari:

-la functionarea in gol (I=0), se determina tensiunea U_{AB0}.

-la functionarea în scurtcircuit (U=0) se determina I_{ABsc}.

Folosind relatia (3) se calculeaza rezistenta R_{AB0}.

Se vor verifica relatiile:

$$I = \frac{E_g}{R + R_i} \qquad U = \frac{I_g}{G + G_i} \qquad (10)$$

Pentru reteaua din fig.1, parametrii generatoarelor echivalente se calculeaza cu relatiile:

$$E_g = \frac{R_2 \cdot E_1 + R_1 \cdot E_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_i = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad (11)$$

$$I_g = \frac{R_2 \cdot E_1 + R_1 E_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Datele obtinute se trec in tabelul 2.

Tabelul 2

	VALORI MASURATE		VALORI CALCULATE			
	U [V]	I [A]	E_g [V]	I_g [A]	R_i [Ω]	G_i [S]
Functionare la gol						
Functionare în sc						
Functionare în sarcina						
Cu rel. (11)						

3.6 Teorema conservarii puterilor

In cazul retelei din fig.1 rezulta:

$$P_g = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 \qquad (12)$$

$$P_r = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + (R_3 + R) \cdot I^2 \qquad (13)$$

unde $R = \frac{U}{I}$

Experimental se verifica egalitatea $P_g = P_r$.

Cu datele obtinute se completeaza tabelul 3.

Tabelul 3

VALORI MASURATE				VALORI CALCULATE		
I_1 [A]	I_2 [A]	I [A]	U [V]	R [Ω]	P_g [W]	P_r [W]

GRUPAREA REZISTOARELOR
DIVIZORUL DE TENSIUNE. DIVIZORUL DE CURENT

1. Obiectivele lucrării:

- determinaera rezistenței echivalente a unui circuit serie;
- costatarea experimentală a proprietăților relative la tensiunile și curenții din gruparea serie;
- determinarea rezistenței echivalente a unui circuit paralel;
- costatarea experimentală a proprietăților relative la tensiunile și curenții din gruparea paralel;
- identificarea unui circuit serie-paralel;
- determinarea rezistenței echivalente a unui circuit serie-paralel.

2. Consideraţii teoretice

2.1. Gruparea serie

Două sau mai multe rezistoare formează o grupare denumită *circuit serie* când sunt conectate una după alta, conform schemei din figura 1.

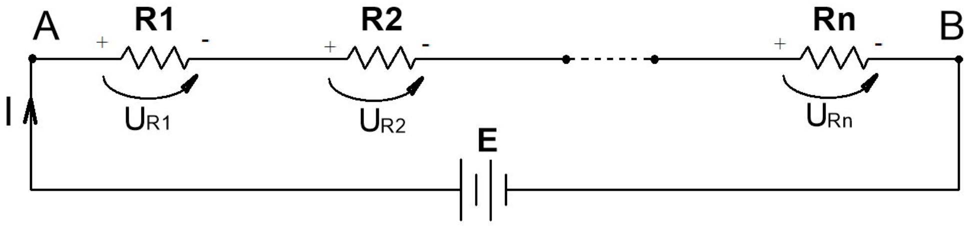


Fig.1. Gruparea serie a rezistoarelor

Un circuit serie de rezistoare alimentat de la o sursă de tensiune este caracterizată de următoarele proprietăți:

1. Intensitățile curenților electrici ce parcurg fiecare rezistor în parte sunt aceleași și egale cu intensitatea curentului electric prin bornele circuitului.

$$I = I_{R1} = I_{R2} = ... = I_{Rn} \tag{1}$$

2. Suma căderilor de tensiune pe fiecare rezistor este egală cu tensiunea la bornele circuitului:

$$E = U_{R1} + U_{R2} + ... + U_{Rn} \tag{2}$$

Aplicând legea lui Ohm pentru fiecare rezistor, se obține:

$$\begin{aligned} U_{R1} &= R_1 \cdot I \\ U_{R2} &= R_2 \cdot I \\ &... \\ U_{Rn} &= R_n \cdot I \end{aligned} \tag{3}$$

și folosind a doua proprietate, putem scrie:

$$E = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + ... + R_n \cdot I \tag{4}$$

Împărțind relația (4) la I, obținem:

$$\frac{E}{I} = R_1 + R_2 + ... + R_n \qquad (5)$$

Raportul E/I reprezintă rezistența echivalentă a unei grupări serie de rezistoare.

Putem deci scrie:

$$R_e = R_1 + R_2 + ... + R_n \qquad (6)$$

Exemplu:

Pentru exemplificare, se va determina rezistența eschivalentă, curentul și tensiunea pentru fiecare componentă a circuitului din figura 2.

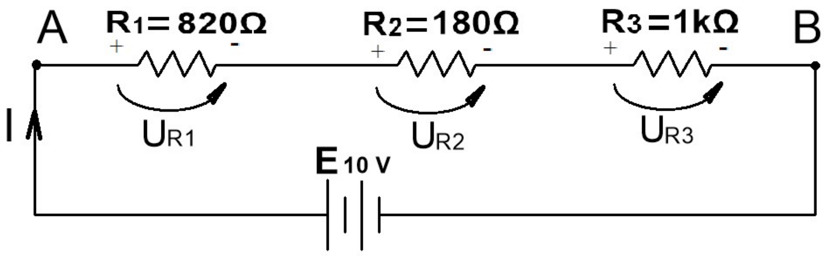


Fig.2. Grupare serie

1 – calculul rezistenței echivalente:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$
$$R_e = 820\Omega + 180\Omega + 1000\Omega$$
$$R_e = 2000\Omega$$

2 – calculul curentului:

$$I = \frac{E}{R_e} \qquad I = \frac{10V}{2000\Omega} = 5mA$$

3 – calculul căderilor de tensiune pe fiecare rezistor:

$$U_{Ri} = R_i \cdot I \qquad i = \overline{1,n}$$
$$U_{R1} = R_1 \cdot I = 820\Omega \cdot 5 \cdot 10^{-3} A = 4,1V$$
$$U_{R2} = R_2 \cdot I = 180\Omega \cdot 5 \cdot 10^{-3} A = 0,9V$$
$$U_{R3} = R_3 \cdot I = 1000\Omega \cdot 5 \cdot 10^{-3} A = 5V$$

Se observă că suma căderilor de tensiune pe fiecare rezistor este egală cu tensiunea la bornele circuitului.

Un circuit format din 2 sau mai multe rezistoare conectate în serie și alimentate de la o sursă de tensiune, cu scopul de a obţine o tensiune mai mică decât tensiunea U de la bornele sistemului poară numele de **divizor de tensiune**.

2.2. Gruparea paralel

Două sau mai multe rezistoare formează o grupare denumită *circuit paralel* când sunt conectate conform schemei din figura 3.

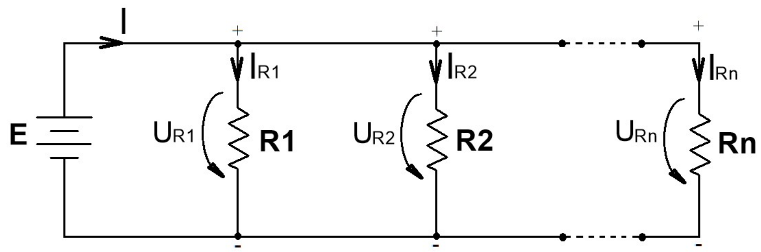


Fig.3. Gruparea paralel a rezistoarelor

Un circuit paralel de rezistoare alimentat de la o sursă de tensiune este caracterizată de următoarele proprietăți:

1. Căderile de tensiune pe fiecare rezistor au aceleași valori și sunt egale cu tensiunea la bornele circuitului.

$$E = U_{R1} = U_{R2} = ... = U_{Rn} \qquad (7)$$

2. Suma curenților parțiali (prin fiecare rezistor) este egală cu valoarea curentului total (prin bornele circuitului):

$$I = I_{R1} + I_{R2} + ... + I_{Rn} \qquad (8)$$

Se determină valoarea curentului în fiecare rezistor și anume:

$$I_{R1} = \frac{E}{R_1} \qquad I_{R2} = \frac{E}{R_2} \qquad ... \qquad I_{Rn} = \frac{E}{R_n} \qquad (9)$$

Utilizând egalitatea din proprietatea a doua, putem scrie:

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + ... + \frac{E}{R_n} \qquad (10)$$

Împărțind relația (10) la E, obținem:

$$\frac{I}{E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} \qquad (11)$$

Raportul *I/E* reprezintă inversa rezistenței echivalente a unei grupări paralel. Putem scrie:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} \qquad (12)$$

Cazuri particulare:

1 – N rezistoare cu rezistențe egale grupate în paralel:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + ... + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_e} = N \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow R_e = \frac{R}{N} \qquad (13)$$

2 – Două rezistoare grupate în paralel:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad (14)$$

adică rezistența echivalentă a unei grupări paralel formată din două rezistoare este egală cu produsul celor două rezistențe împărțite la suma acestora.

Pentru exemplificare, se va determina rezistența echivalentă, curenții prin fiecare rezistor și curentul total pentru circuitul din figura 4.

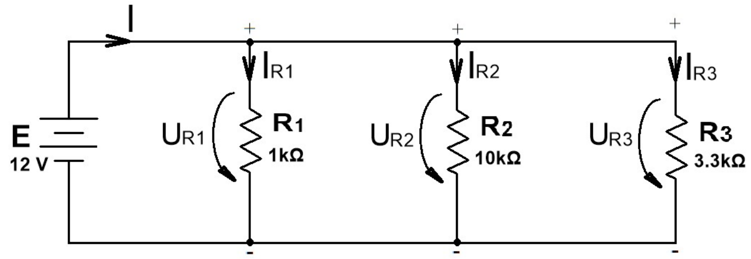


Fig.4. Grupare paralel

1 – calculul rezistenței echivalente:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10 \cdot 10^3} + \frac{1}{3{,}3 \cdot 10^3} \Rightarrow R_e = 712{,}7\Omega$$

2 – calculul curenților parțiali:

$$I_{R1} = \frac{E}{R_1} \Rightarrow I_{R1} = \frac{12V}{10^3\Omega} = 12mA$$

$$I_{R2} = \frac{E}{R_2} \Rightarrow I_{R2} = \frac{12V}{10 \cdot 10^3\Omega} = 1{,}2mA$$

$$I_{R3} = \frac{E}{R_3} \Rightarrow I_{R3} = \frac{12V}{3{,}3 \cdot 10^3\Omega} = 3{,}6mA$$

3 – calculul curentului total:

$$I = \frac{E}{R_e} = \frac{12V}{712{,}7\Omega} = 16{,}8mA$$

Se observă că suma curenților parțiali este egală cu curentul total de la bornele circuitului.

Un circuit format din doua sau mai multe rezistoare conectate în paralel plasat într-o latură a unui circuit cu scopul de a se obţine prin unul din elemente un curent mai mic decât curentul principal I poartă numele de **divizor de curent**.

2.3. Gruparea serie-paralel

Denumim circuit serie-paralel (sau mixt) un circuit format din grupări serie și paralel, în care se respectă toate proprietățile valabile pentru acestea. De exemplu, se presupun un circuit generic, ca în figura 5.

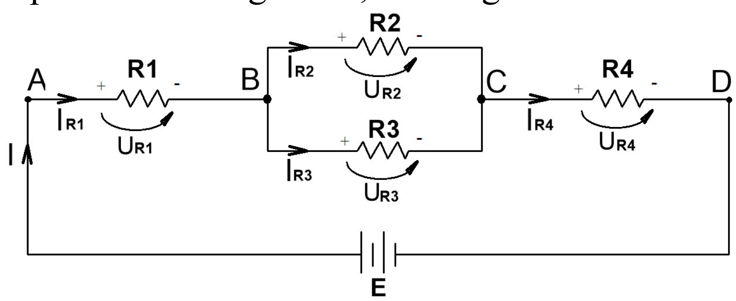


Fig.5. Gruparea mixtă a rezistoarelor

Curentul I furnizat la bornele circuitului de către sursa de tensiune parcurge rezistorul R_1 și în punctul B se divide în doi curenți I_{R2} și I_{R3}, cu valorile invers proporționale cu cele două rezistențe R_2 și R_3. Acești curenți se însumează apoi în punctul C și parcurge rezistorul R_4. Subdivizând circuitul se constată o grupare paralel compusă din R_2 și R_3, ce formează cu R_1 și R_4 o grupare serie. Astfel, putem substitui gruparea formată din R_2 și R_3 printr-o rezistență echivalentă, conform figurii 6, unde:

$$R_{e1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \tag{15}$$

Rezistența echivalentă a circuitului serie este:

$$R_e = R_1 + R_{e1} + R_4 \tag{16}$$

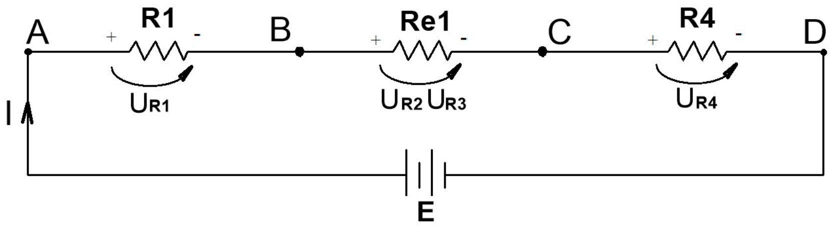


Fig.6. Gruparea serie echivalentă grupării mixte din fig. 5.

Pentru exemplificare, să se determine rezistența echivalentă, curentul total, curenții și tensiunile pentru fiecare componentă de circuit din figura 7.

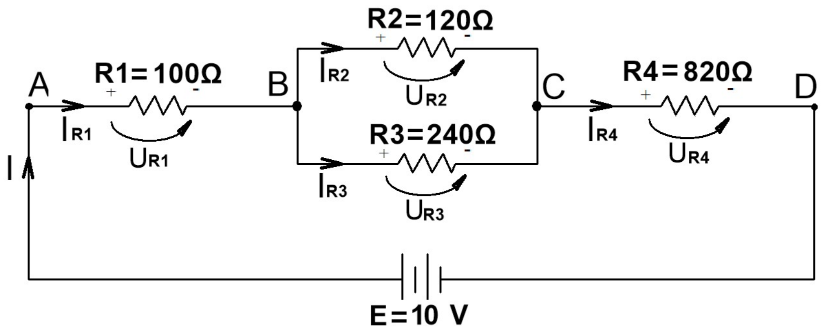


Fig.7. Gruparea mixtă

1 – calculul rezistenței echivalente:

$$R_e = 100\Omega \cdot \frac{120\Omega \cdot 240\Omega}{120\Omega + 240\Omega} + 820\Omega = 1k\Omega$$

2 – calculul curentului total:

$$I = \frac{E}{R_e} = \frac{10V}{10^3\Omega} = 10mA$$

3 – calculul tensiunilor parțiale:

$$U_{R1} = R_1 \cdot I = 100\Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3} A = 1V$$

$$U_{R2} = U_{R3} = R_{e1} \cdot I = \frac{120\Omega \cdot 240\Omega}{120\Omega + 240\Omega} \cdot 10 \cdot 10^{-3} A = 0{,}8V \text{ (proprietate a circuitului paralel)}$$

$$U_{R4} = R_4 \cdot I = 820\Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3} A = 8{,}2V$$

4 – calculul curenților parțiali:

$$I_{R1} = I_{R4} = 10mA \text{ (proprietate a circuitului serie)}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{0{,}8V}{120\Omega} = 6{,}7mA$$
$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{0{,}8V}{240\Omega} = 3{,}3mA$$

3. Procedeu experimental

Material experimental: - sursă de tensiune continuă reglabilă
- rezistoare: 29 Ω, 75 Ω, 190 Ω, 440Ω
- multimetru

1. Se realizează montajul din figura 8.

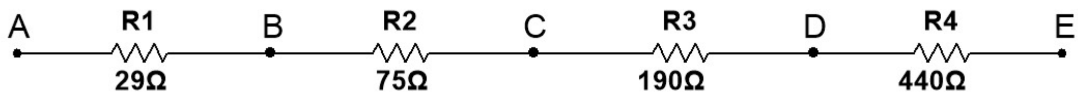


Fig.8.

Se măsoară, se calculează și se notează în tabelul 1 rezistența echivalentă între punctele A și E.

Tabelul 1.

Rezistența măsurată R_{eAE} [Ω]	
Rezistența calculată R_{eAE} [Ω]	

2. Se fixează tensiunea continuă la valoarea de 40 V și se alimentează circuitul conform schemei din figura 9.

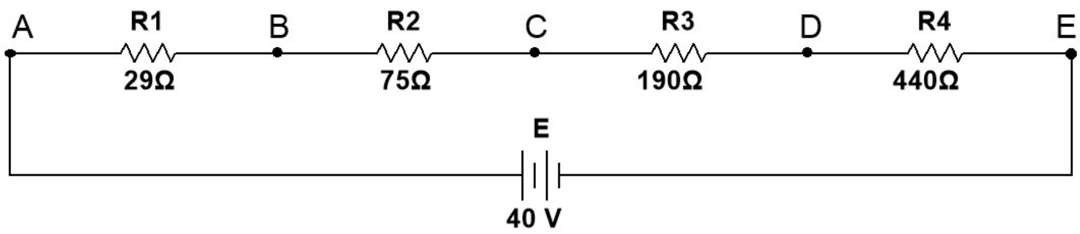


Fig.9.

3. Se măsoară și se calculează curentul în fiecare punct din circuit, tensiunea la bornele fiecărui rezistor și se notează rezultatele în tab. 2, respectiv tab. 3.

Tabelul 2.

Curentul	I_A [A]	I_B [A]	I_C [A]	I_D [A]	I_E [A]
măsurat					
calculat					

Tabelul 3.

R [Ω]	29	75	190	440
$U_{măsurat}$ [V]				
$U_{calculat}$ [V]				

4. Se realizează circuitul din figura 10.

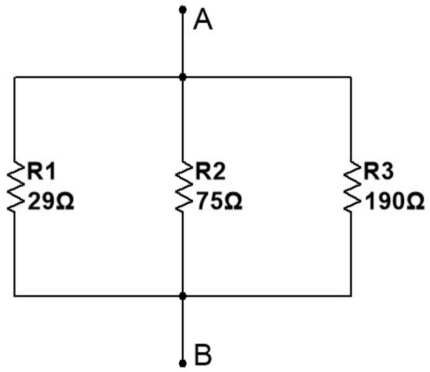


Fig.10.

Se măsoară, se calculează și se notează în tabelul 4 rezistența echivalentă între punctele A și B.

Tabelul 4.

Rezistența măsurată R_{eAB} [Ω]	
Rezistența calculată R_{eAB} [Ω]	

5. Se alimentează circuitul cu o tensiune continuă de 40 V, conform schemei din figura 11.

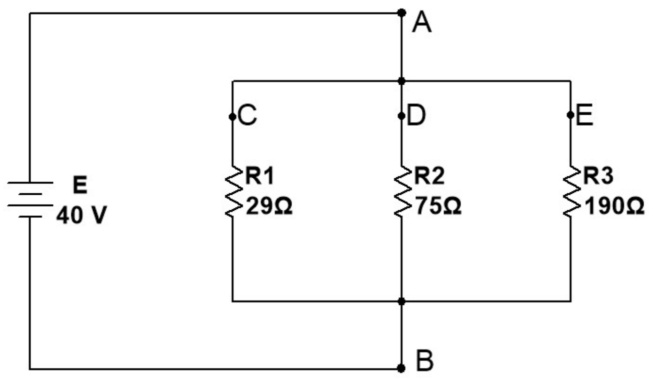


Fig.11.

6. Se măsoară și se calculează curentul în fiecare punct din circuit, tensiunea la bornele fiecărui rezistor și se trec rezultatele în tabelul 5, respectiv tabelul 6.

Tabelul 5.

Curentul	I_A [A]	I_B [A]	I_C [A]	I_D [A]	I_E [A]
măsurat					
calculat					

Tabelul 6.

R [Ω]	29	75	190
$U_{măsurat}$ [V]			
$U_{calculat}$ [V]			

7. Se realizează circuitul din figura 12.

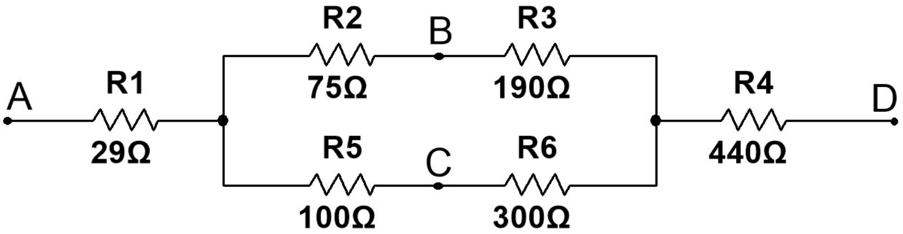


Fig.12.

Se măsoară, se calculează și se notează în tabelul 7 rezistența echivalentă între punctele A și D.

Tabelul 7.

Rezistența măsurată R_{eAD} [Ω]	
Rezistența calculată R_{eAD} [Ω]	

8. Se reglează valoarea tensiunii sursei la valoarea de 40 V și se alimentează circuitul conform schemei din figura 13.

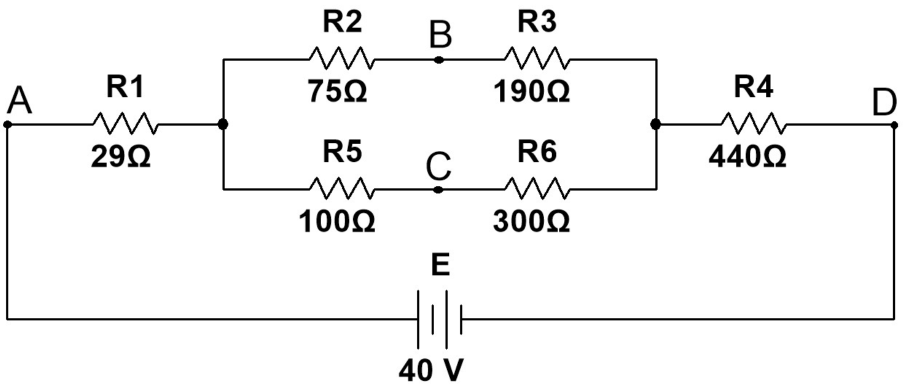


Fig.13.

9. Se măsoară curenții în fiecare punct din circuit, tensiunea la bornele fiecărui rezistor și se notează rezultatele în tabelul 8, respectiv tabelul 9.

Tabelul 8.

Curentul	I_A [A]	I_B [A]	I_C [A]	I_D [A]
măsurat				
calculat				

Tabelul 9.

R [Ω]	29	75	100	190	300	440
$U_{măsurat}$ [V]						
$U_{calculat}$ [V]						