# 1.9 Análise e processamento de sinais

Prof. Dr. Sidney Bruce Shiki

e-mail: bruce@ufscar.br

Prof. Dr. Vitor Ramos Franco

e-mail: vrfranco@ufscar.br

UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

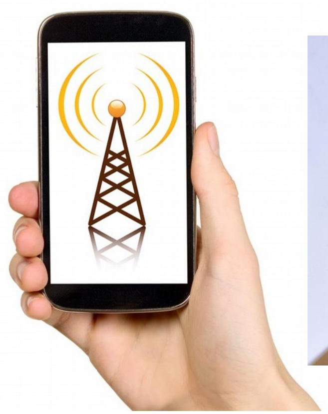
DEMec - Departamento de Engenharia Mecânica

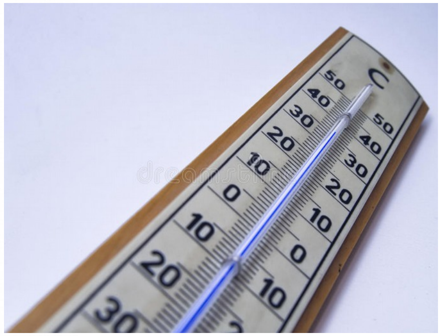
# Conteúdo

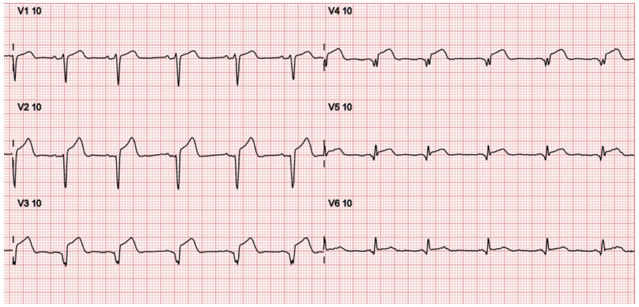
- Introdução
- Sinais e amostragem
- Geração de sinais
- Transformada de Fourier
- Transformada curta de Fourier
- Filtragem de sinais
- Exercícios

# Introdução

- Muitos aspectos da vida cotidiana envolvem sinais analógicos e digitais;
- Esses sinais são utilizados essencialmente para transferir informações.








**Fontes**: https://www.cec.com.br/materialeletrico/tomadas/conjunto-1-tomada-2p-t-10a-horizontal-com-placa-4x2-ilus-branco?produto=1168687, https://www.wilsonamplifiers.com/blog/how-to-read-cell-phone-signal-strength-the-right-way/, https://www.dreamstime.com/stock-photo-ambient-temperature-measurement-mercury-thermometer-image97118638, http://ecgnow.com.br/como-analisar-um-eletrocardiograma-parte-2/

# Introdução



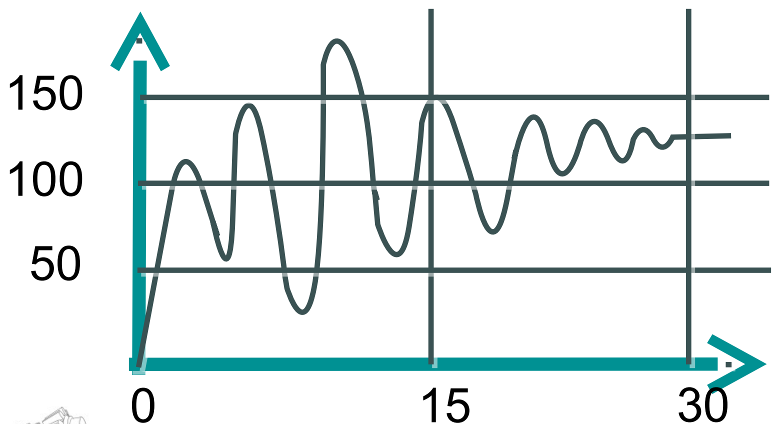
- Nesta aula o aluno aprenderá:
  - Conceitos básicos de análise e processamento de sinais;
  - Geração de sinais;
  - Realização de uma análise de sinais no domínio da frequência;
  - Filtragem;
  - Entre outros.

# Sinais e amostragem

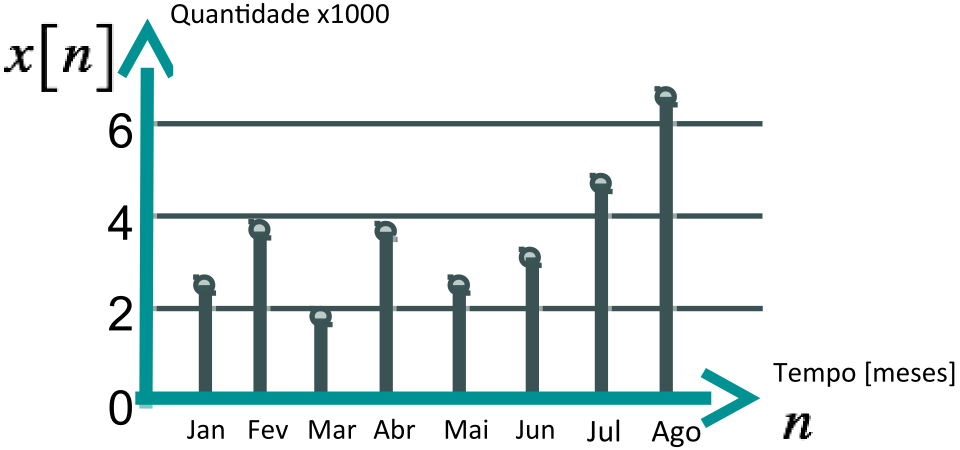
Sinal: dados observados representando um fenômeno físico (Shin e Hammond, 2008).

- Classificações:

**Tempo contínuo**
Especificado para valores contínuos de tempo (e.g. gravação de um vídeo).




**Tempo discreto**
Especificado apenas para valores discretos de tempo (e.g. vendas mensais de empresa).



# Sinais e amostragem

- Classificações:

**Sinal analógico**
Amplitude pode assumir qualquer valor em uma faixa contínua.
Exemplo – relógio analógico

**Sinal digital**
Amplitude pode assumir apenas alguns números finitos de valores.
Exemplo – relógio digital

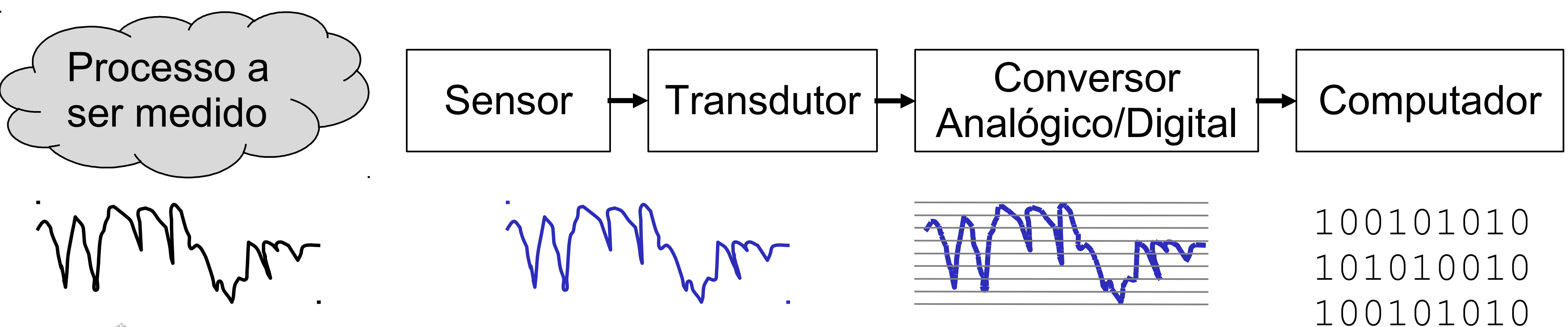


*Que tipo de sinais processaremos no computador usando MATLAB?

**Fontes:** https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-700960545-relogio-de-parede-nativo-preto-ponteiro-analogico-23-cm-_JM, https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-694605152-relogio-digital-de-mesa-parede-portatil-unico-com-led-e-lcd-_JM

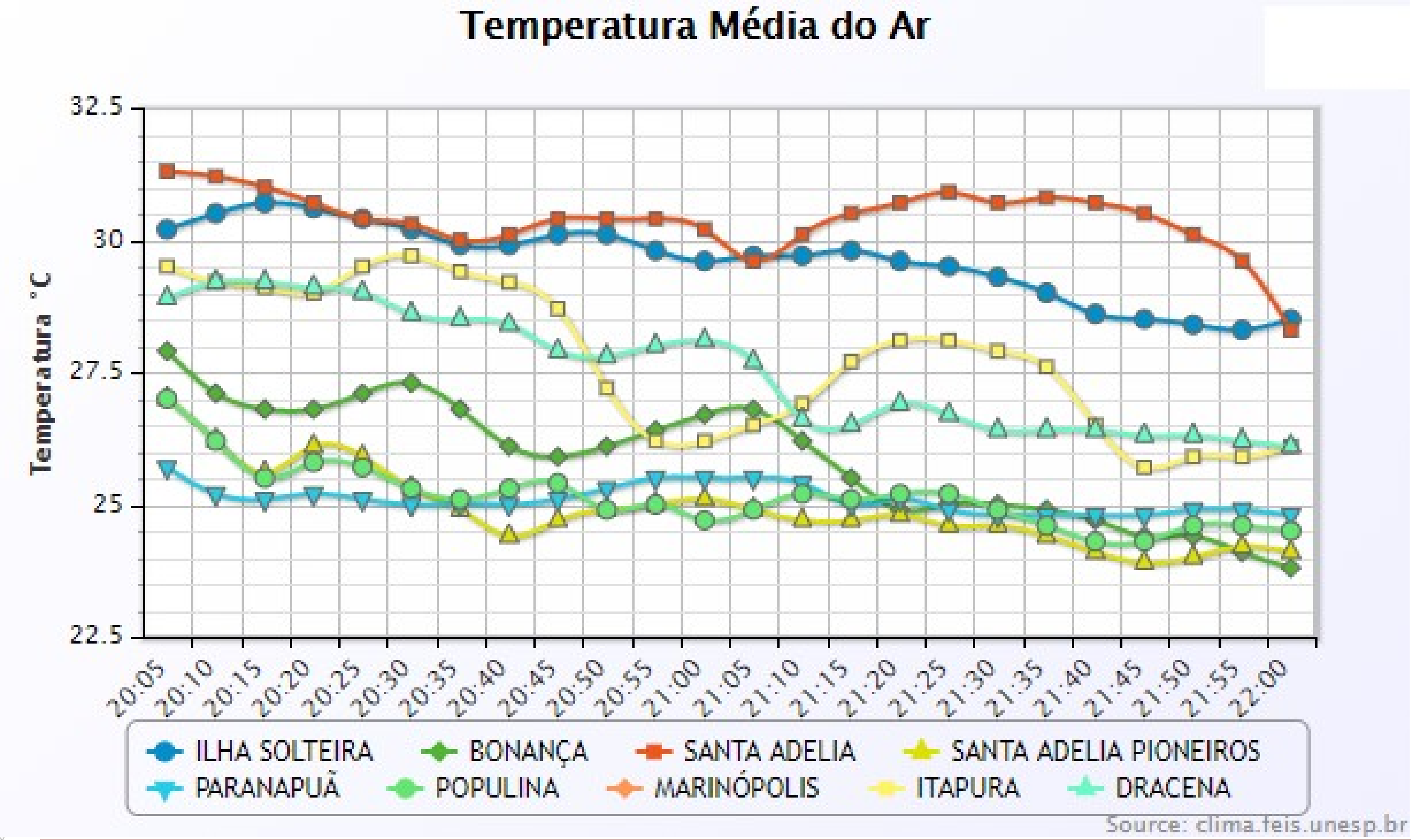
# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - Frequentemente sinais analógicos são transformados em sinais discretos digitais para facilitar seu processamento;
  - Exemplo clássico disso são sistemas de medição como o ilustrado em seguida.



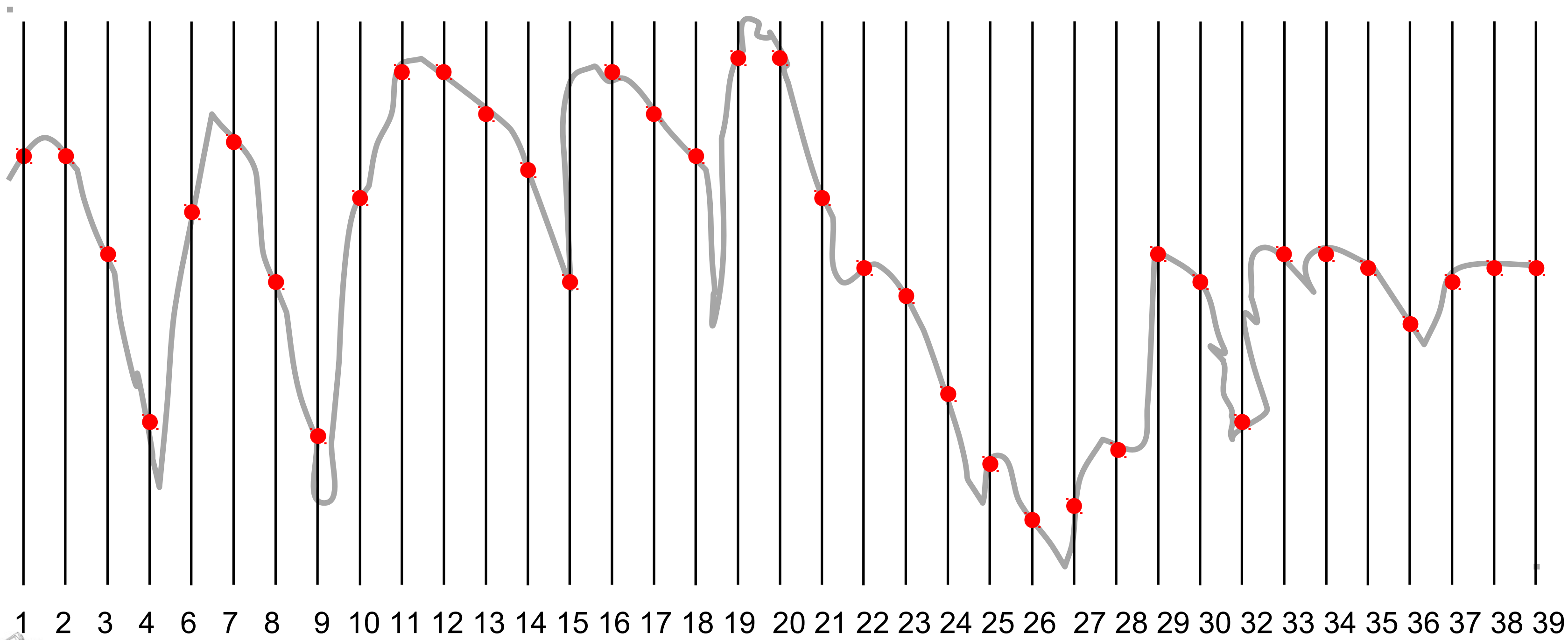
# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - Exemplo: estação meteorológica



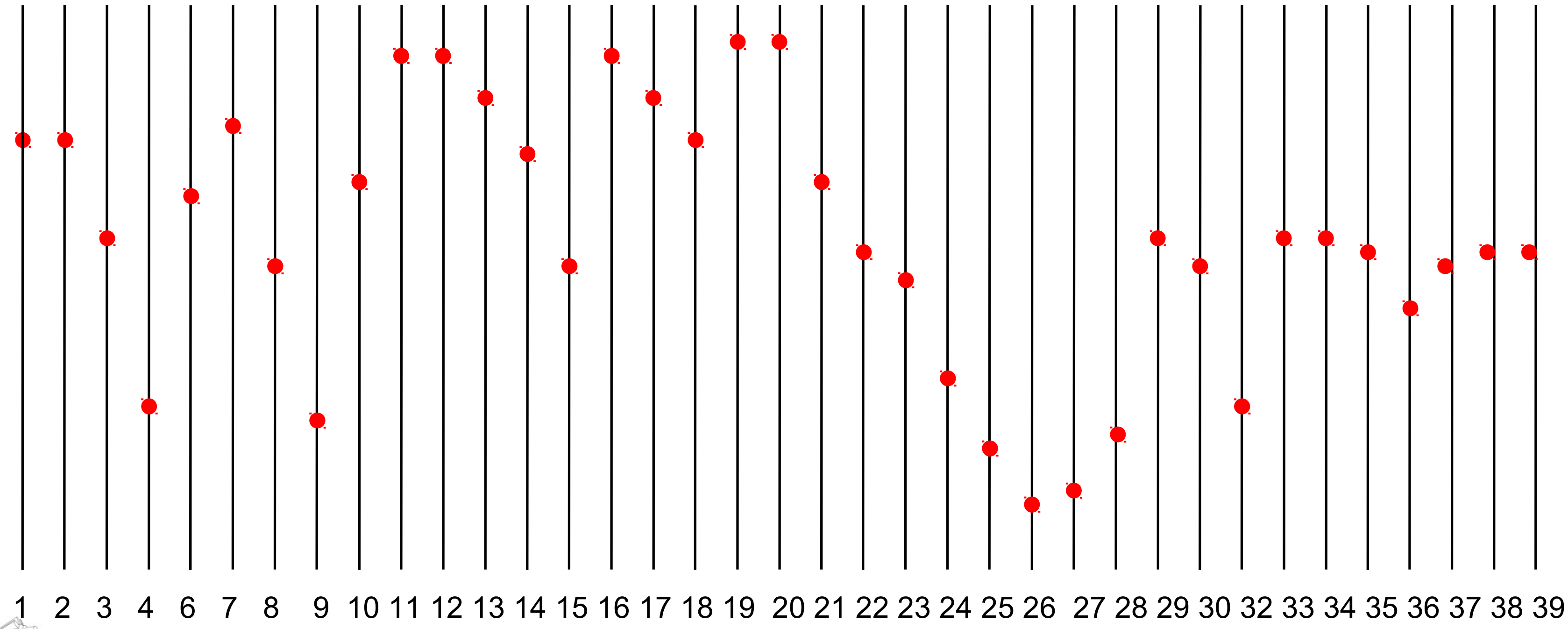
# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - A amostragem refere-se ao processo de capturar informações em intervalos de tempo pré-definidos;



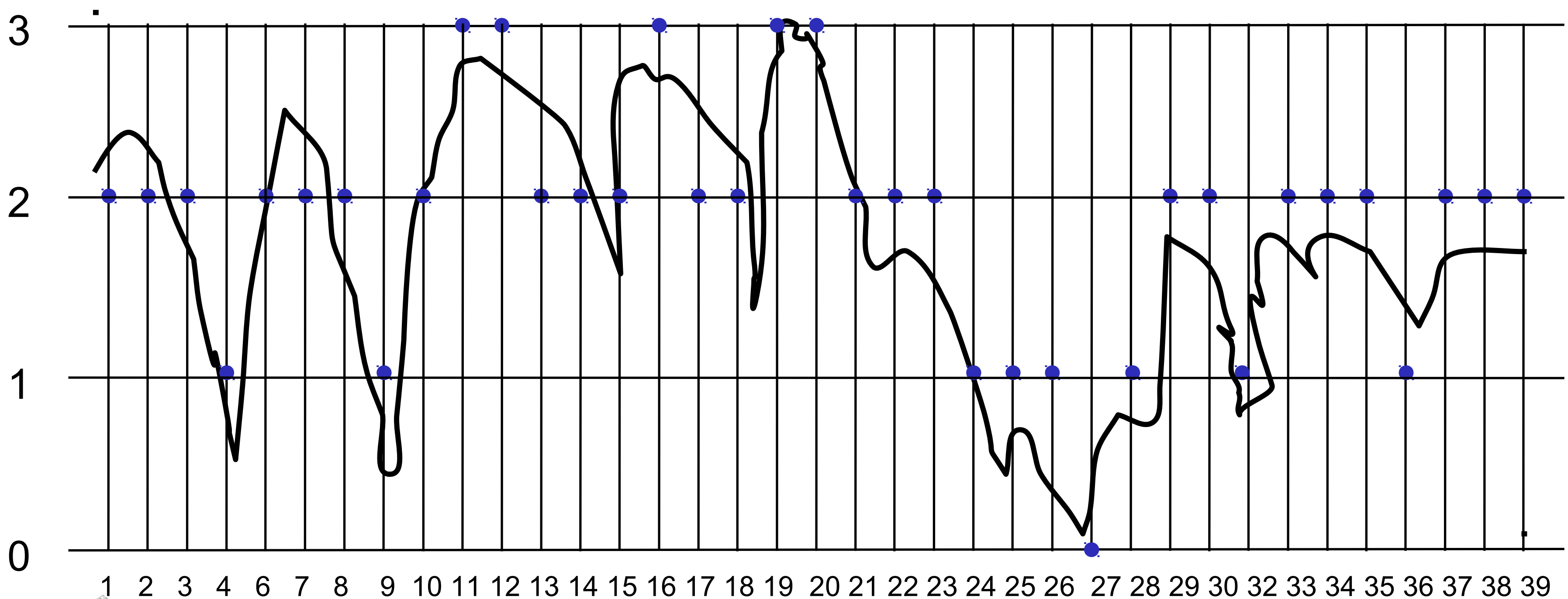
# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - A amostragem refere-se ao processo de capturar informações em intervalos de tempo pré-definidos;

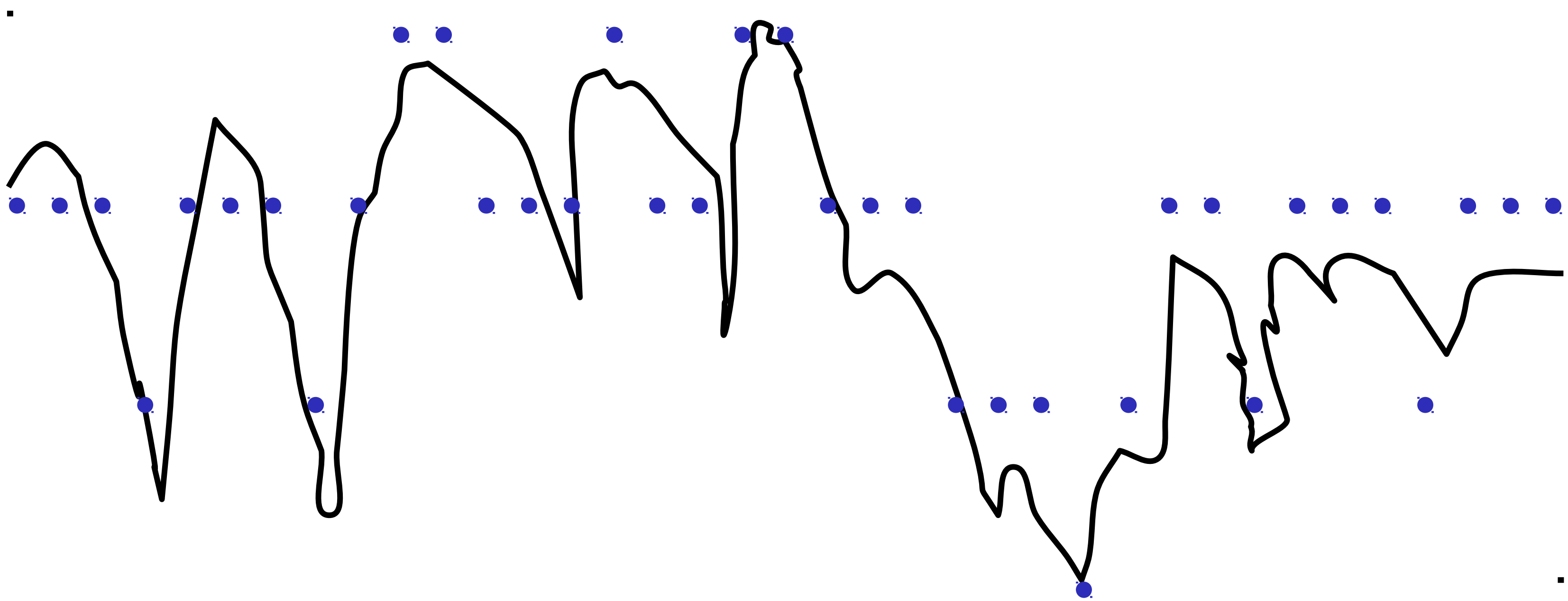


# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - Quantização é a atribuição de amplitudes em certos níveis discretos (o gráfico abaixo exemplifica um conversor AD com 2 bits);

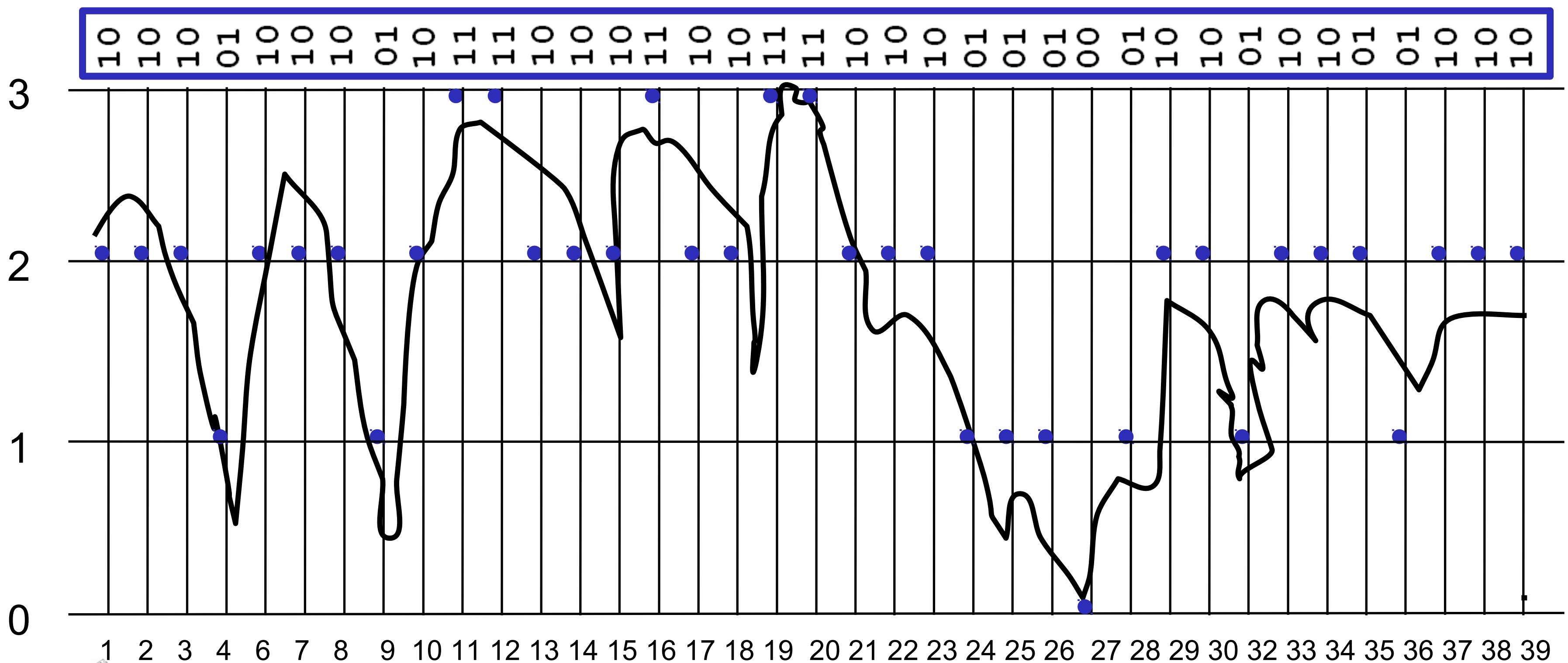


- Amostragem e quantização:
  - Resultado após amostragem seguida de quantização:



# Sinais e amostragem

- Amostragem e quantização:
  - Representação computacional:



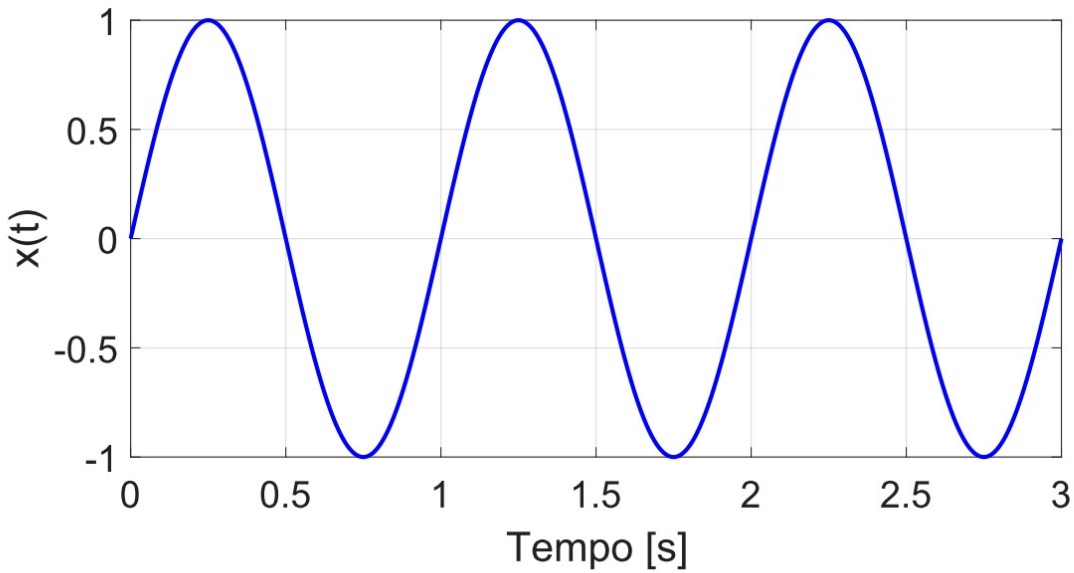
# Sinais e amostragem



- Algumas informações relevantes:
  - Tempo de amostragem (intervalo de tempo entre amostras) deve ser suficiente para evidenciar variações da grandeza sendo representada;
  - Número de níveis discretos também deve ser pensado dessa forma para se ter uma resolução de amplitude adequada.

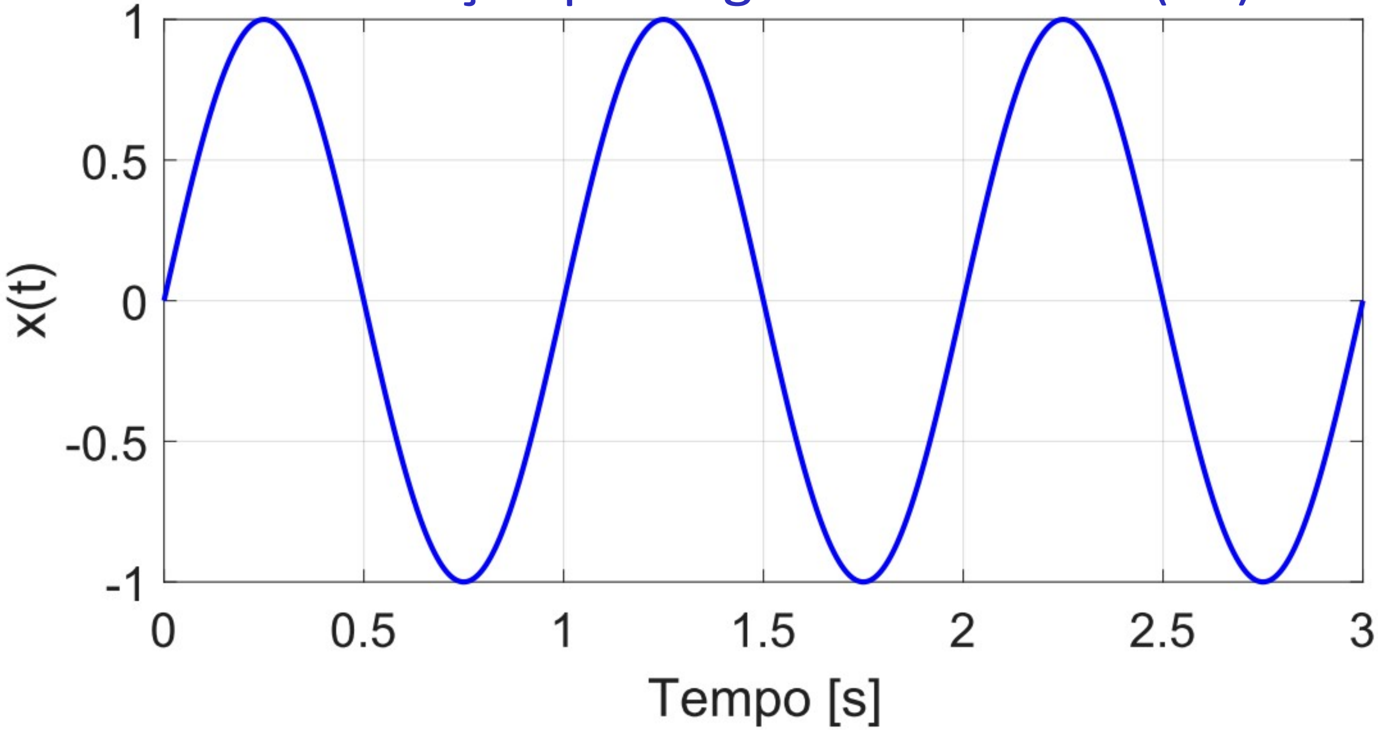
- Critério de Nyquist:
  - Taxa de amostragem (número de amostras capturadas a cada segundo) deve ser suficiente para evidenciar a dinâmica de um sinal;
  - Exemplo: imagine o seguinte sinal cuja equação é mostrada abaixo:

$$x(t) = \sin\left(2\pi t\right)$$



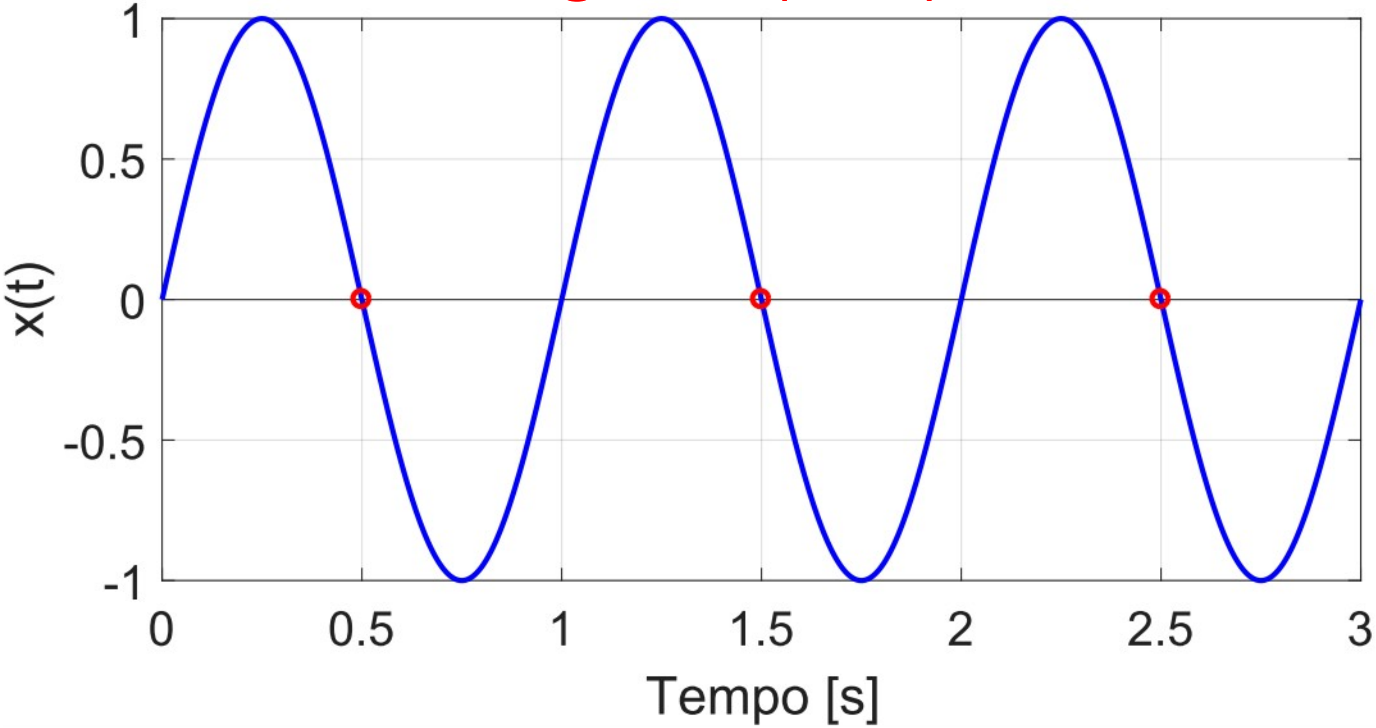
- Critério de Nyquist:
  - Quantas amostras a cada segundo precisamos para representar o sinal minimamente?

1 oscilação por segundo – 1 Hertz (Hz)



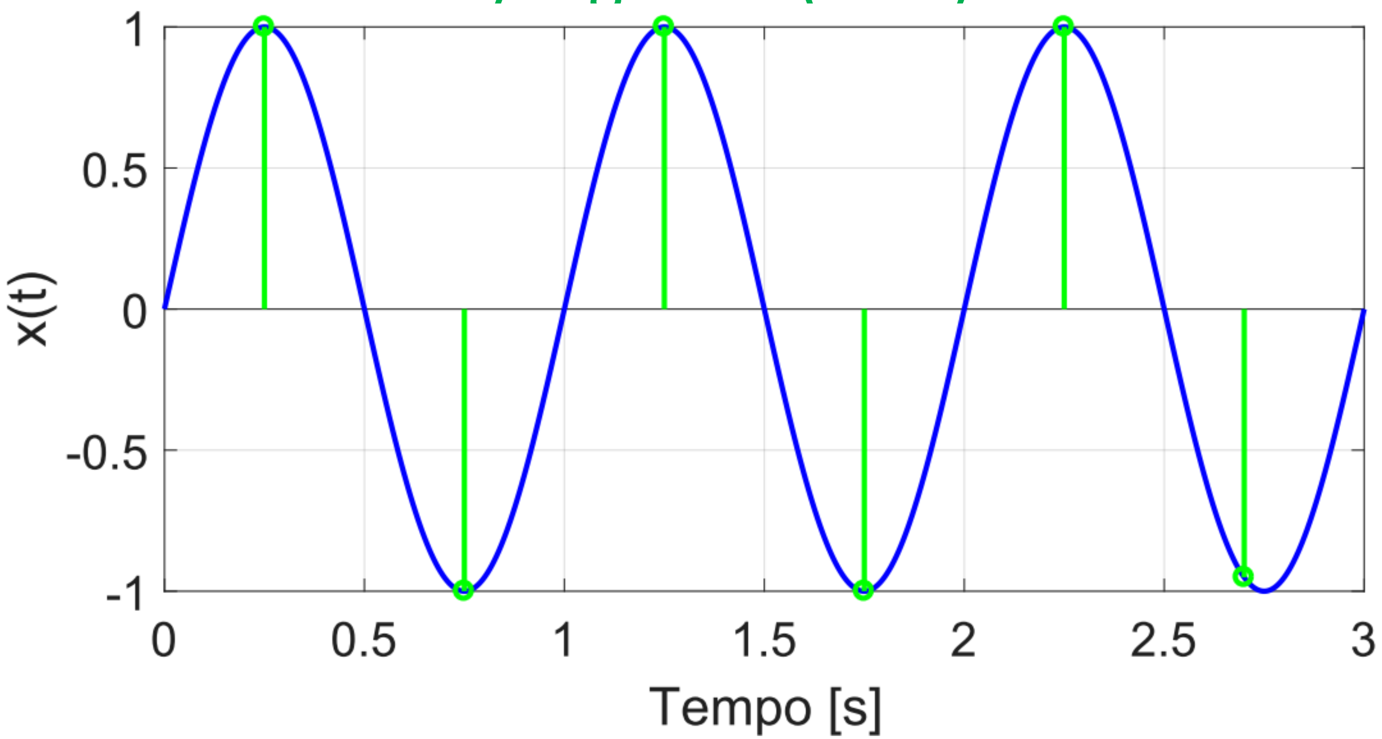
- Critério de Nyquist:
  - Quantas amostras a cada segundo precisamos para representar o sinal minimamente?

x 1 amostra/segundo (1 Hz)?



# Sinais e amostragem

- Critério de Nyquist:
  - Quantas amostras a cada segundo precisamos para representar o sinal minimamente?
    - ✓ 2 amostras/segundo (1 Hz)?



# Sinais e amostragem

- Critério de Nyquist:
  - Afirma que a taxa de amostragem ($f_s$) deve ser no mínimo duas vezes a frequência que se deseja representar ($f$):

$$\boxed{f_s \geq 2f}$$

* Na prática usa-se de 10 a 12 vezes a frequência que deseja-se representar.

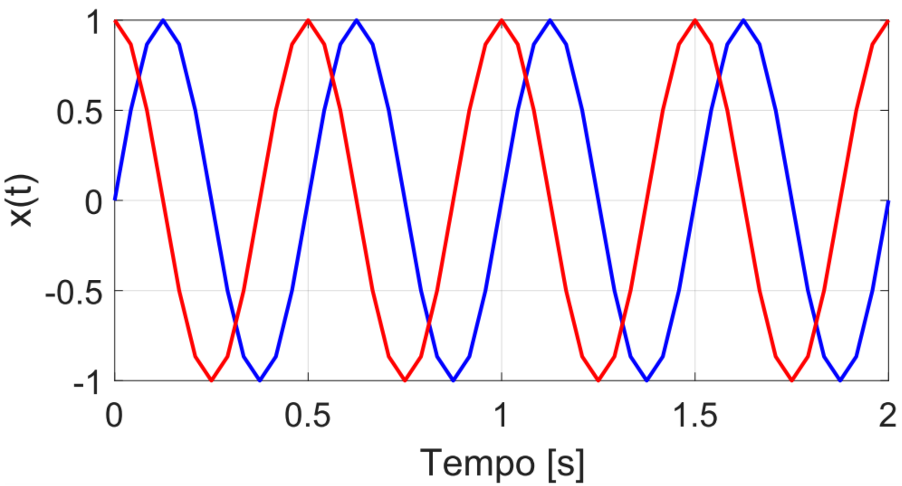
# Geração de sinais

- O MATLAB possui diversas funcionalidades para geração, análise e processamento de sinais;
- Muitas dessas funções podem ser feitas pelo próprio MATLAB ou pelo ambiente SIMULINK;
- Veremos agora alguns tipos de sinais que podem ser gerados pelo MATLAB para análise e testes.

# Geração de sinais

- Funções trigonométricas (sin, cos, tan):
  - Exemplo de criação:

```
f = 2;       % freq. do sinal
fs = 12*f; % freq. de amostragem
t = 0:(1/fs):2;    % tempo

xa = sin(2*pi*f*t); % Seno
xb = cos(2*pi*f*t); % Cosseno

figure;
plot(t,xa,'b','linewidth',2);
hold on;
plot(t,xb,'r','linewidth',2);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('x(t)');
set(gca,'fontsize',18);grid on;
```



# Geração de sinais

- Harmônica de freq. variante (`chirp`):
  - Sintaxe:

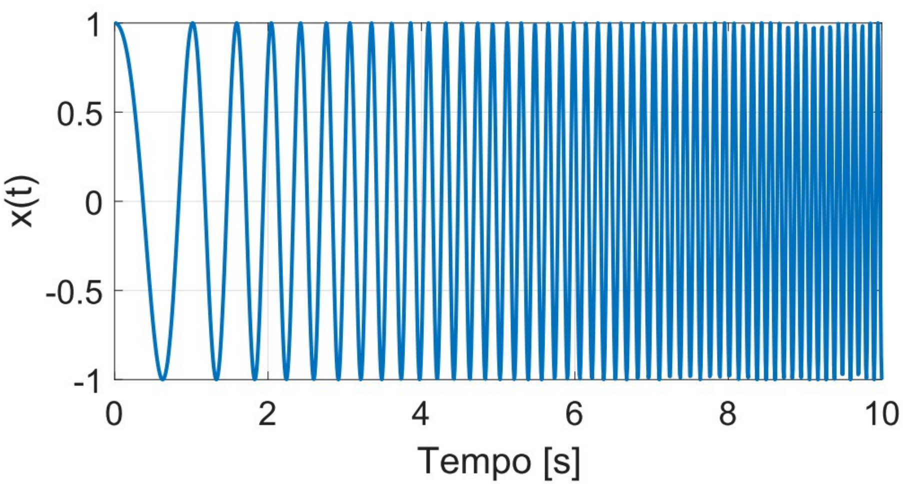
```
sinal = chirp(tempo,f0,tn,fn)
```

`tempo` – Vetor de tempo [segundos]
`f0` – Frequência inicial da harmônica [Hz]
`tn` – Instante de tempo para especificar frequência [segundos]
`fn` – Frequência no instante tn [Hz]

*O comando chirp com essa sintaxe gera uma cossenóide com variação linear da frequência, no entanto podem ser especificadas outras taxas de variação da frequência

- Harmônica de freq. variante (`chirp`):
  - Exemplo de criação:

```
f0 = 0.5;    % freq. inicial
tn = 10;     % tempo n
fn = 10;     % freq. em tn
fs = 12*fn; % amostragem

t = 0:(1/fs):tn;      % tempo
x = chirp(t,f0,tn,fn);  % sinal

figure;
plot(t,x,'linewidth',2);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('x(t)');
set(gca,'fontsize',18);grid on;
```

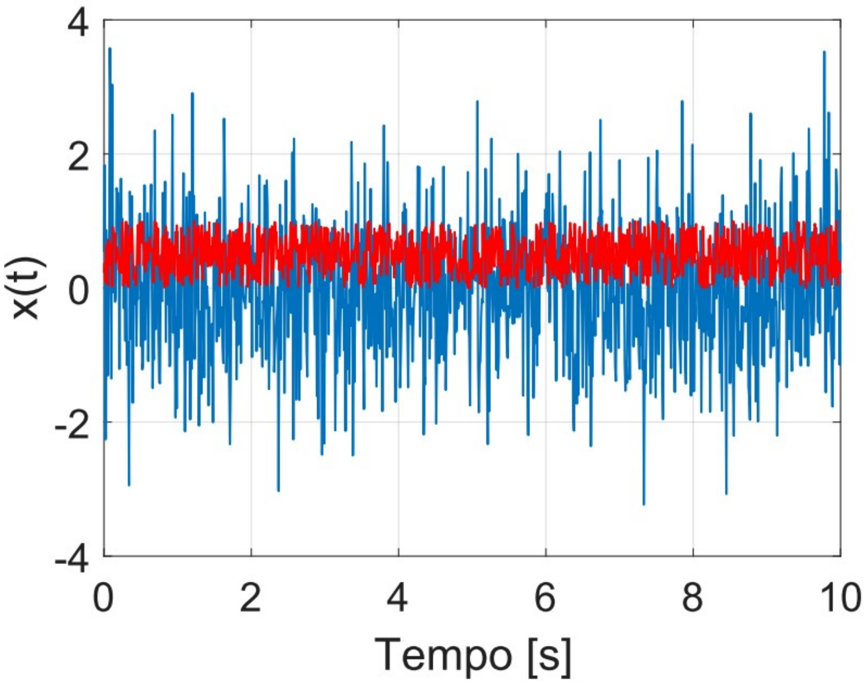


# Geração de sinais

- Sinais aleatórios (`rand`, `randn`):
  - Exemplo de criação:

```
fs = 100; % amostragem

t = 0:(1/fs):10;     % tempo
x1 = randn(size(t));  % aleatório
x2 = rand(size(t));  % aleatório

figure;
plot(t,x1,'linewidth',1);
hold on;
plot(t,x2,'r','linewidth',1);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('x(t)');
set(gca,'fontsize',18);grid on;
```

`rand` – sinal aleatório com distribuição uniforme entre 0 e 1
`randn` – sinal aleatório com distribuição gaussiana

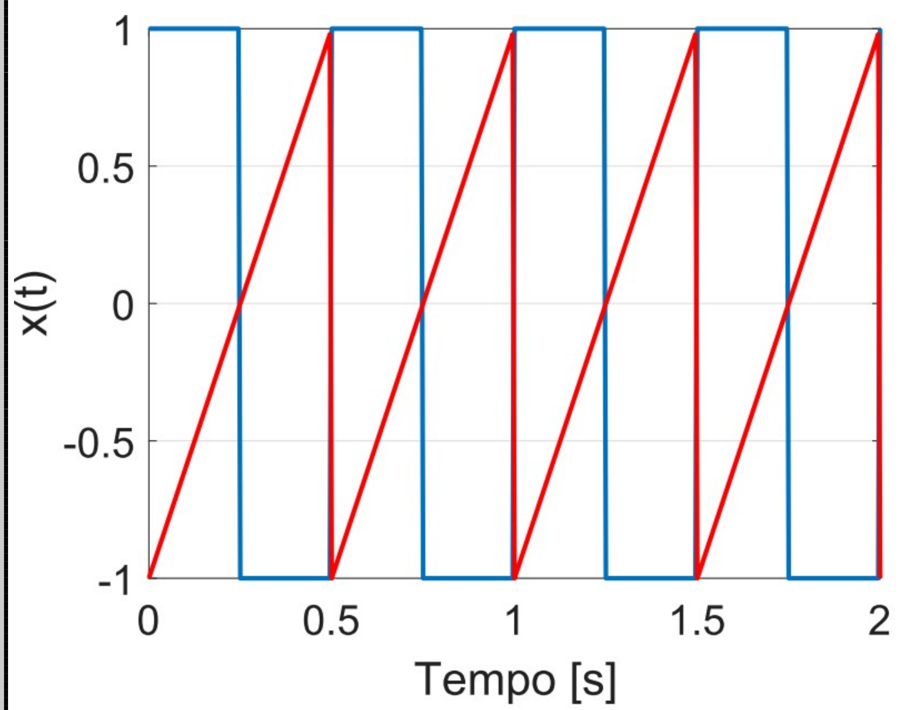


# Geração de sinais



- Onda quadrada e dente-de-serra (`square`, `sawtooth`):
  - Exemplo de criação:

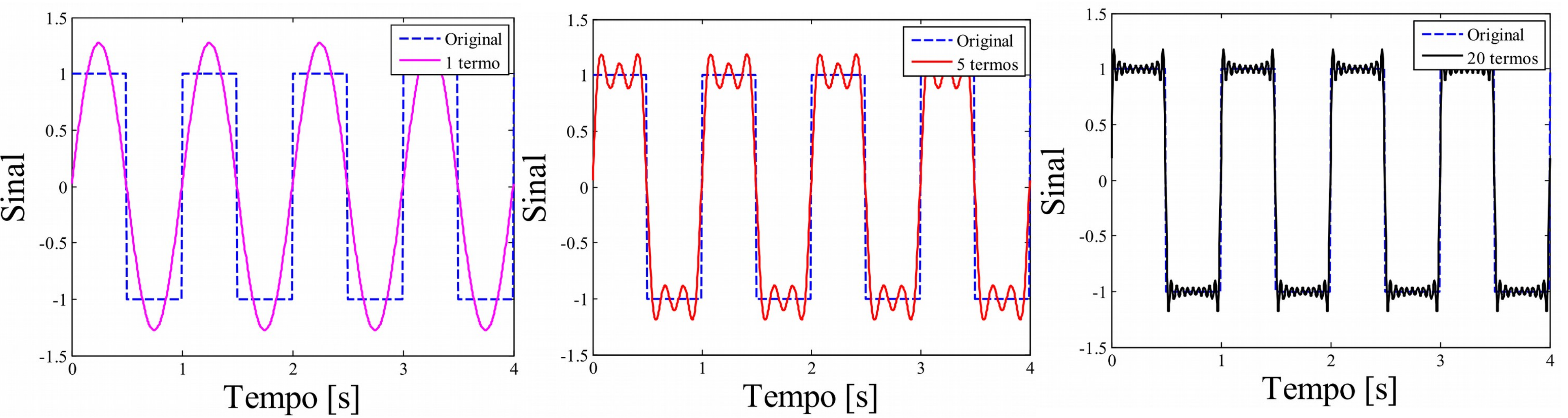
```
f = 2;   % freq. do sinal
fs = 100*f; % amostragem

t = 0:(1/fs):2;      % tempo
x1 = square(2*pi*f*t);
x2 = sawtooth(2*pi*f*t);

figure;
plot(t,x1,'linewidth',2);
hold on;
plot(t,x2,'r','linewidth',2);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('x(t)');
set(gca,'fontsize',18);grid on;
```



# Transformada de Fourier

- A expansão em séries de Fourier faz a representação de uma função periódica como a soma de senos e cossenos:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right)\right]$$



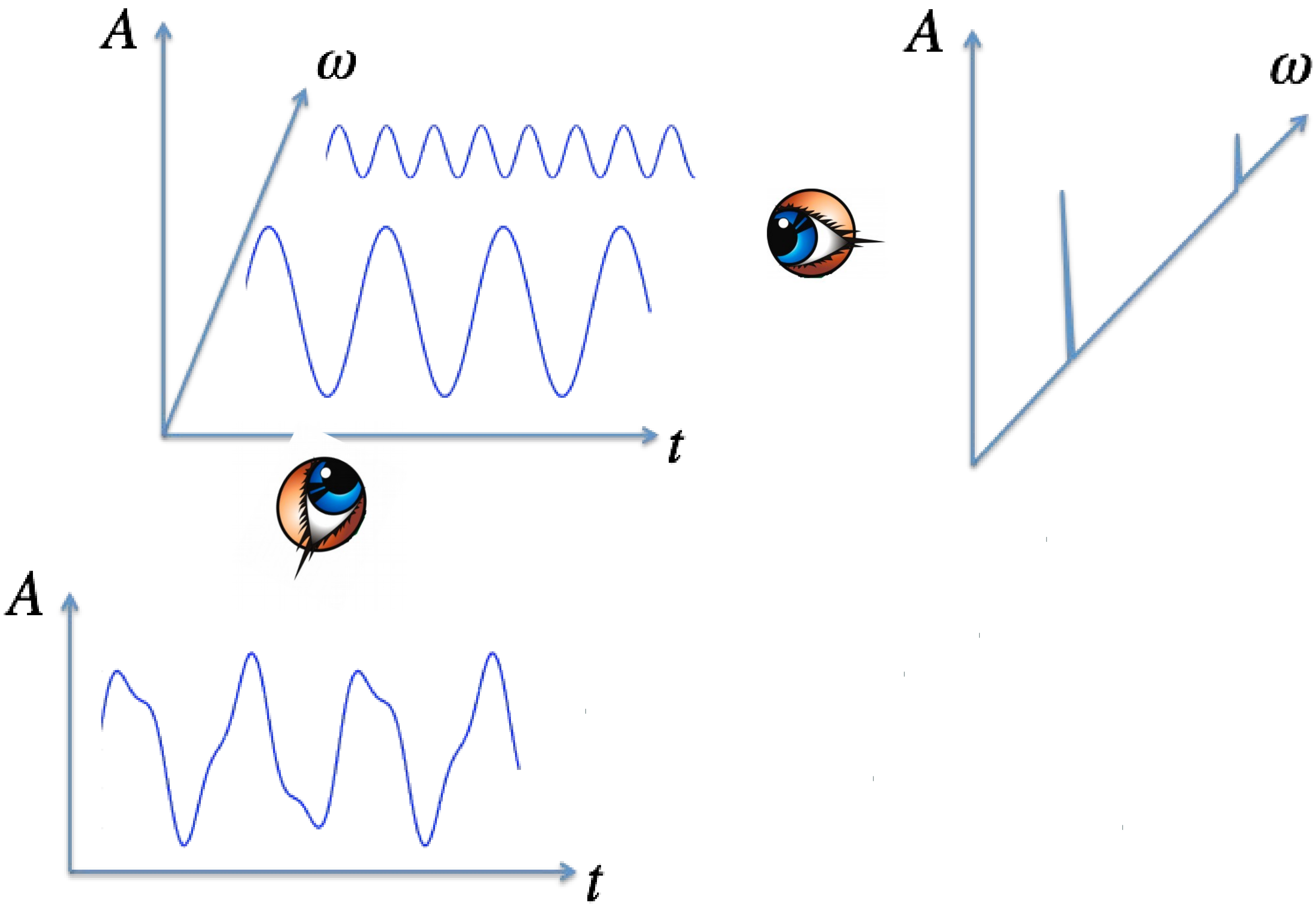
# Transformada de Fourier



- Transformada de Fourier é uma consequência da série. A mesma é usada para se calcular uma representação no domínio da frequência de um sinal x(t):

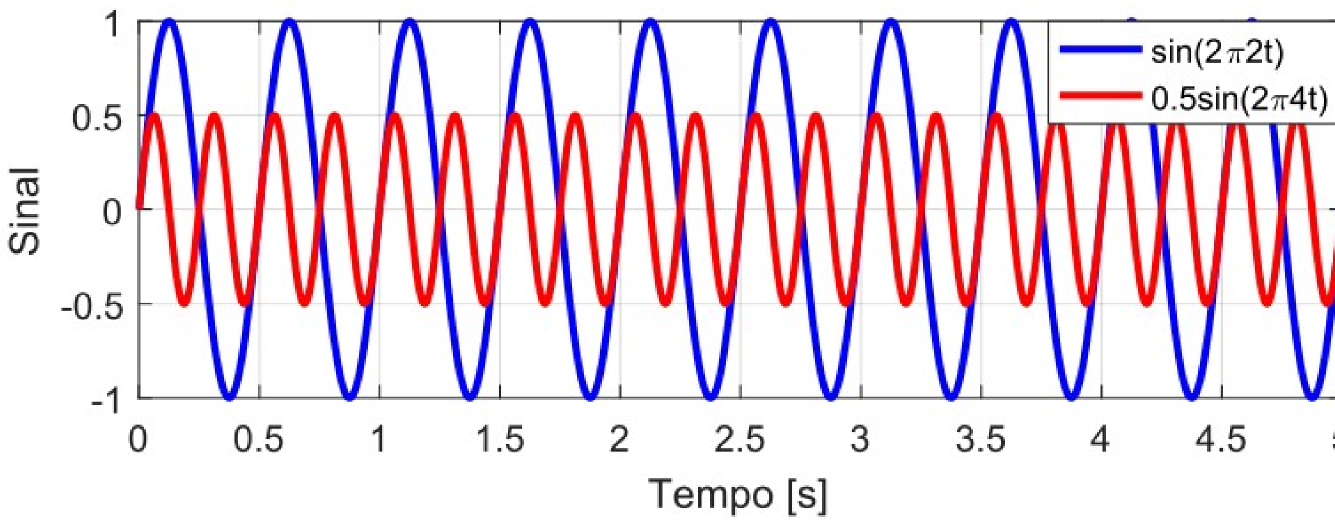
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega n t} dt$$

- Visualização da transformada de Fourier:

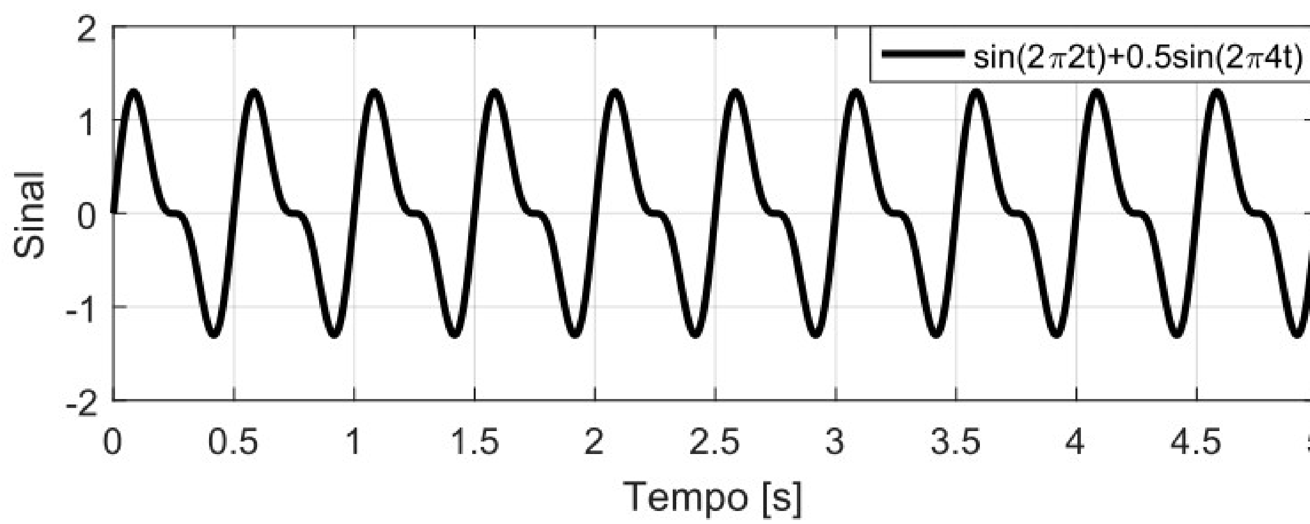


# Transformada de Fourier

- Exemplo:

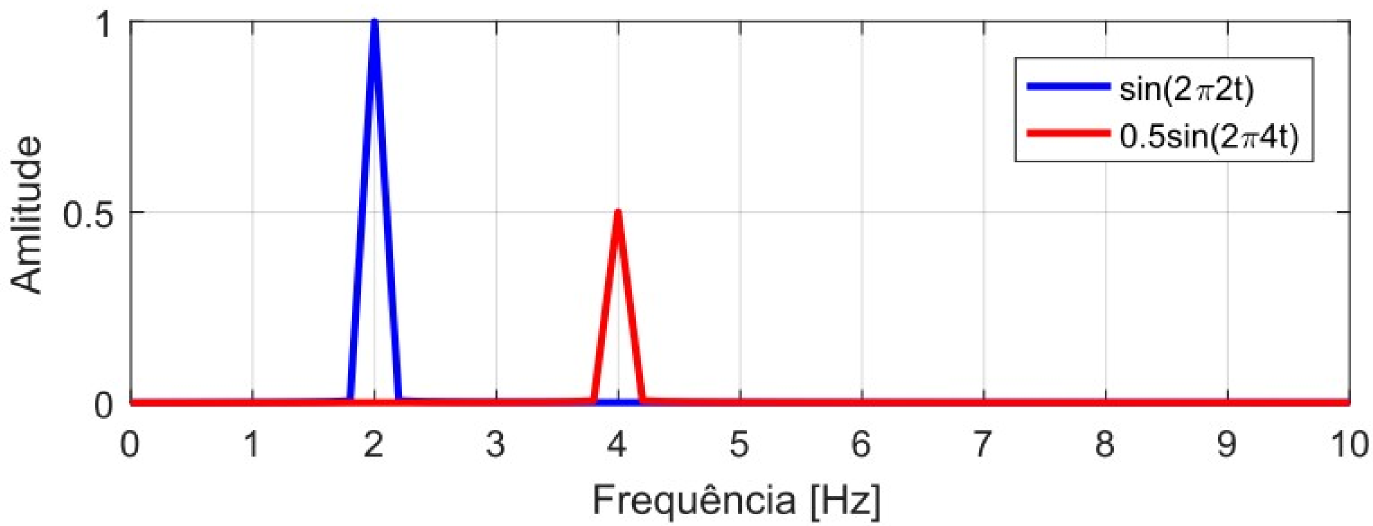


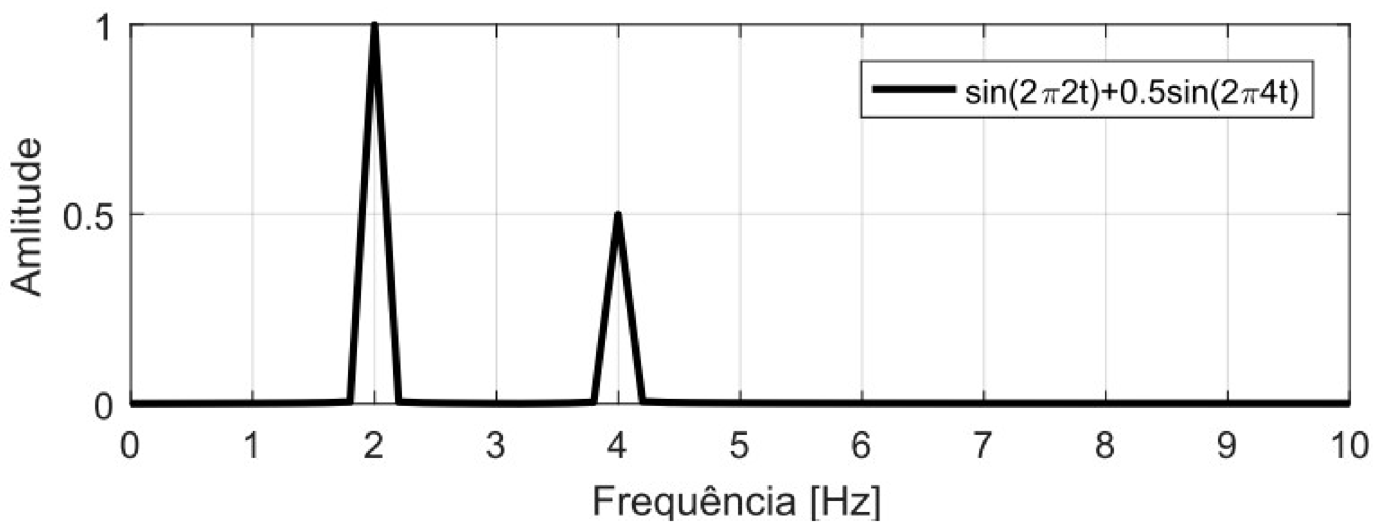

O que veríamos na transformada desses sinais?



- Exemplo:

O que veríamos na transformada desses sinais?



# Transformada de Fourier

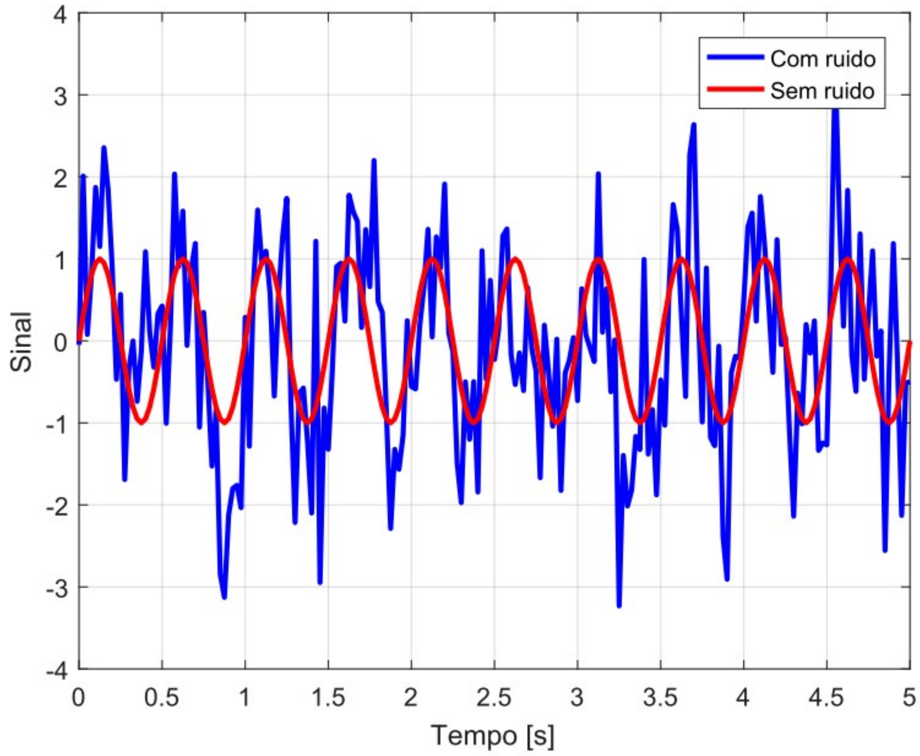
- Exemplo de criação – seno com ruido

```
f1 = 2;fs = 20*f1;

t = 0:(1/fs):5;
x = 1*sin(2*pi*f1*t);
ruido = randn(size(t));
xr = x+ruido;

np = length(t);
freq = 0:(fs/np):(fs/2);
Xr = fft(xr)/round(np/2);
X = fft(x)/round(np/2);

figure;
plot(t,xr,'b','linewidth',2);hold on;
plot(t,x,'r','linewidth',2);xlabel('Tempo [s]');grid on;
ylabel('Sinal');legend('Com ruido','Sem ruido');

figure;
plot(freq(1:round(np/2)),abs(Xr(1:round(np/2))),'b','linewidth',2);hold
on;
plot(freq(1:round(np/2)),abs(X(1:round(np/2))),'r','linewidth',2);
xlabel('Frequência [Hz]');ylabel('Amlitude');xlim([0 20]);grid on;
legend('Com ruido','Sem ruido');
```

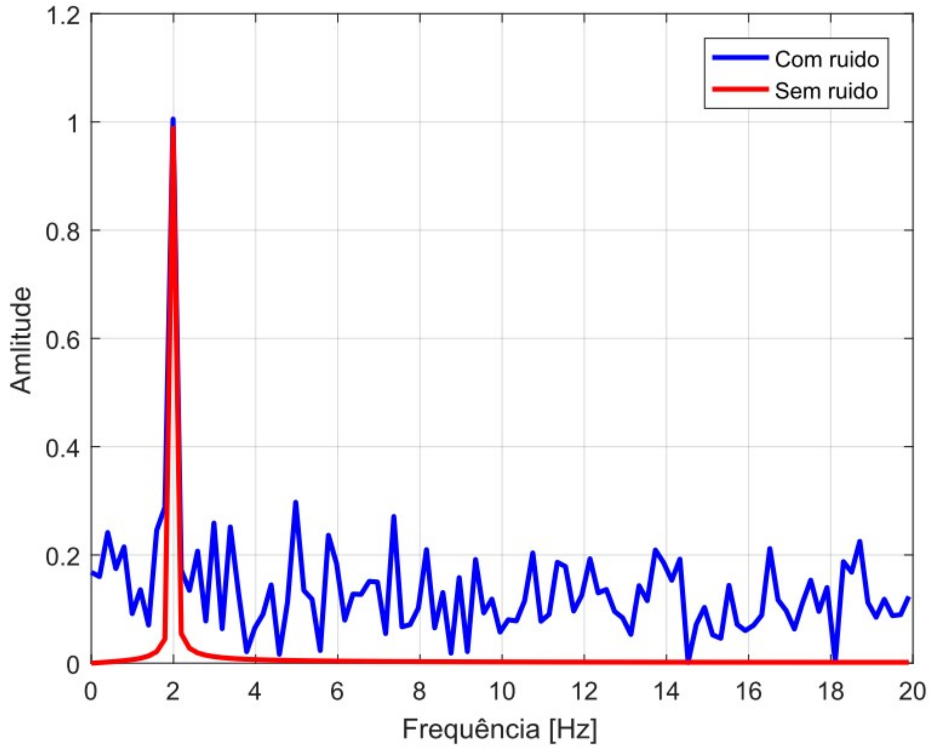
# Transformada de Fourier

- Exemplo de criação – seno com ruido

Sinal no domínio do tempo




Sinal no domínio da frequência



# Transformada de Fourier

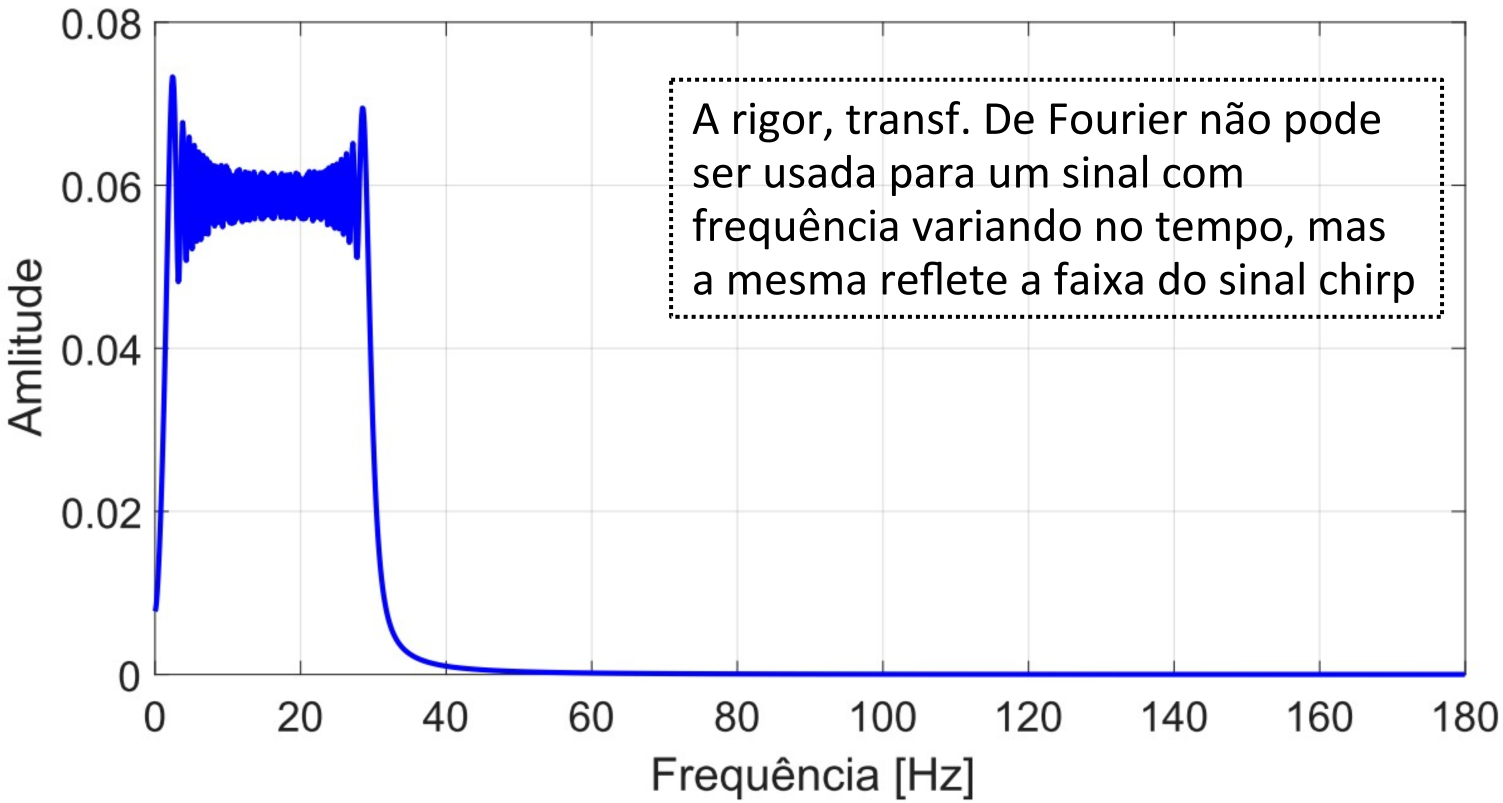
- Exercício 01 - Gere um sinal chirp que vá de 1 até 30 Hz em 10 segundos. Faça então a transformada de Fourier deste sinal, entenda os resultados obtidos.

* Sintase de `chirp()`

```
sinal = chirp(tempo,f0,tn,fn)
```

# Transformada de Fourier

- Exercício 01 - Gere um sinal chirp que vá de 1 até 30 Hz em 10 segundos. Faça então a transformada de Fourier deste sinal, entenda os resultados obtidos.



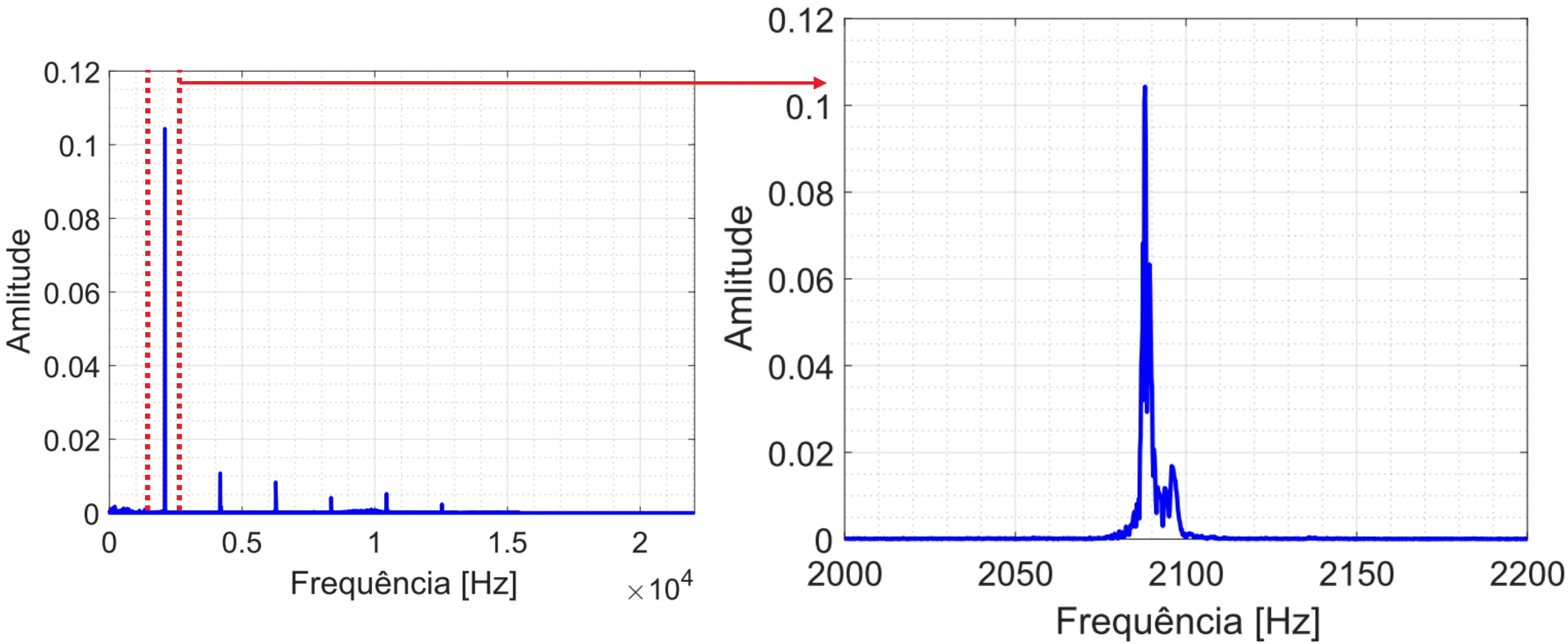
# Transformada de Fourier

•Exercício 02 – Carregue o arquivo com o link de um áudio de uma gaita sendo tocada no site do curso. O mesmo representa uma nota musical da gaita com afinação em dó. Descubra a nota que foi tocada com base na ilustração abaixo das frequências dominantes de cada nota em Hertz (para carregar os dados você pode usar a função `importdata()`).

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | E | G | C | E | G | C | E | G | C |
| 262 | 330 | 392 | 523 | 659 | 784 | 1046 | 1318 | 1568 | 2092 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 298 | 392 | 494 | 587 | 698 | 880 | 9686 | 1191 | 1397 | 1760 |
| D | G | B | D | F | A | B | D | F | A |

# Transformada de Fourier

- Exercício 02 –




Resposta: Foi tocada uma nota Dó com frequência de 2092 Hz

# Transformada curta de Fourier

- Em casos como no exercício 1 temos sinais cuja frequência varia no tempo;
- Essa situação ocorre mesmo em exemplos simples do cotidiano (ao assoviar uma melodia você varia as frequências do som continuamente);
- A transformada de Fourier original não evidencia essas variações ao longo do tempo.

# Transformada curta de Fourier

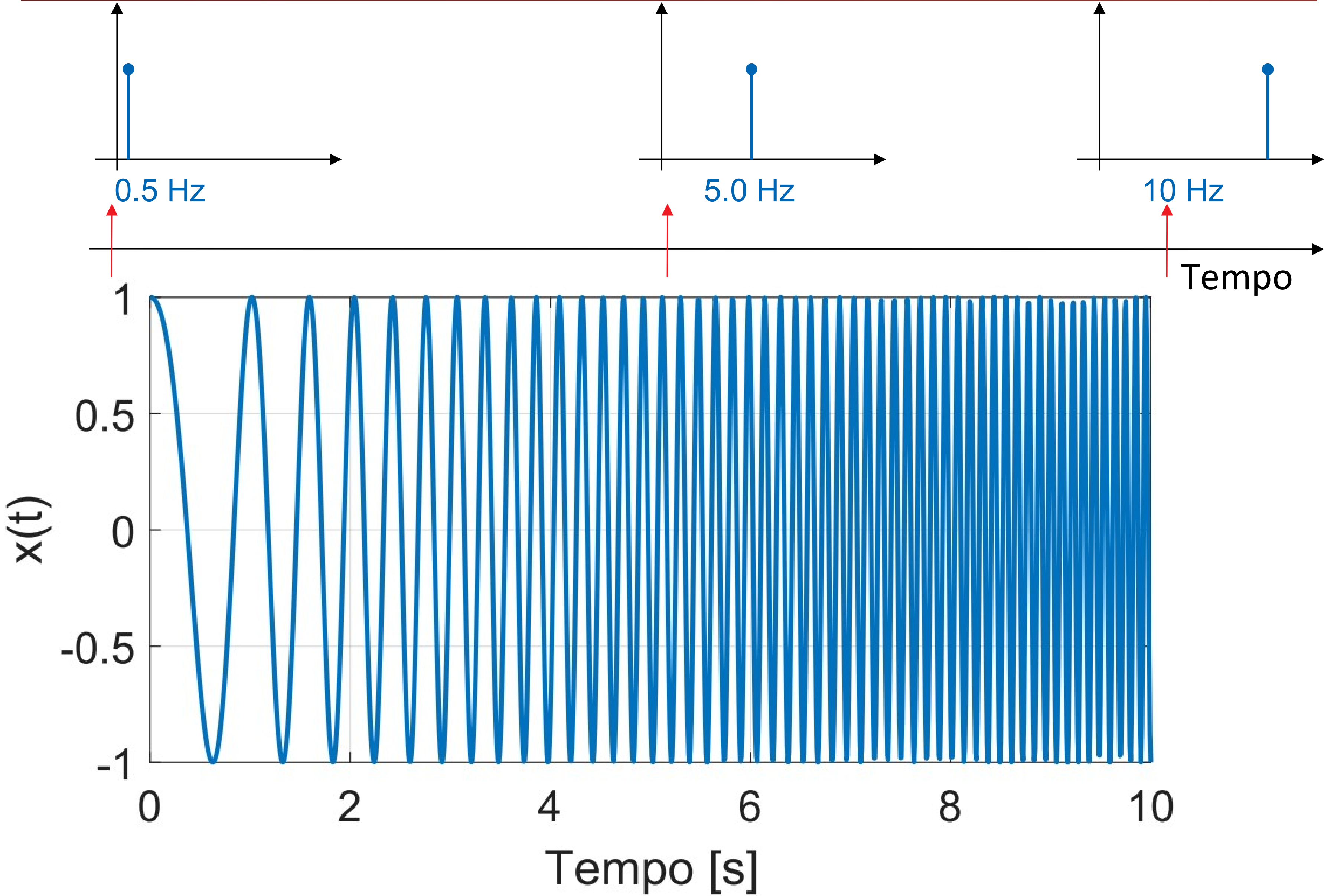


- A transformada curta de Fourier (TCF) é uma forma de se representar sinais no domínio tempo-frequência;

- Fundamentalmente a TCF é composta por diversas trasnformadas de Fourier feitas em janelas ao longo do tempo.

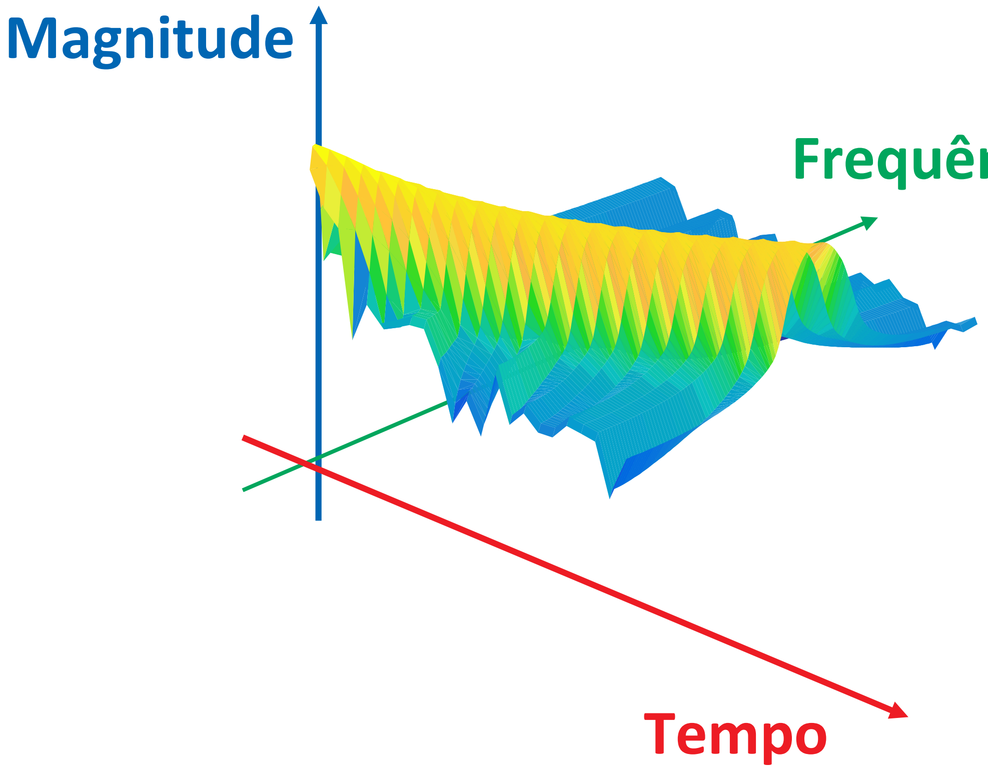
# Transformada curta de Fourier





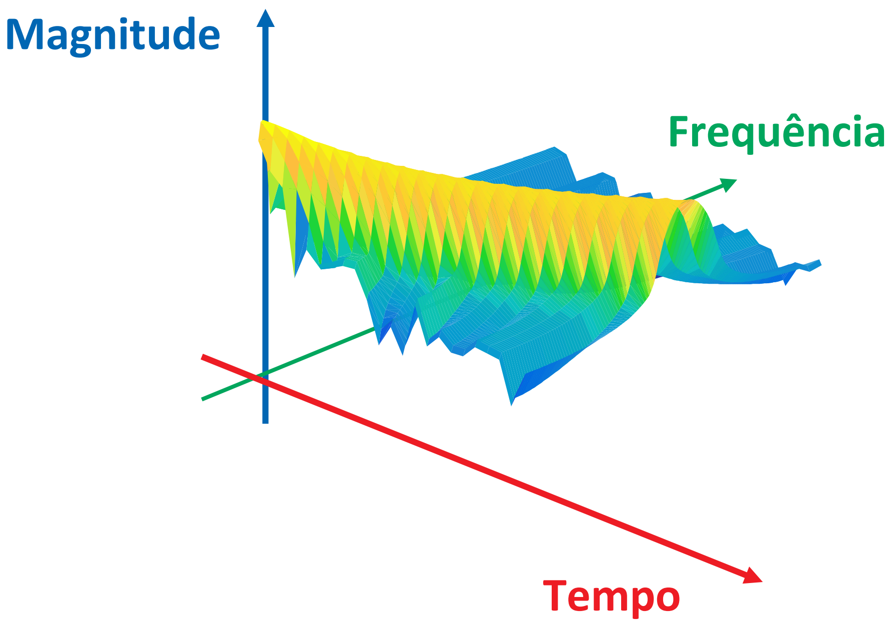
# Transformada curta de Fourier

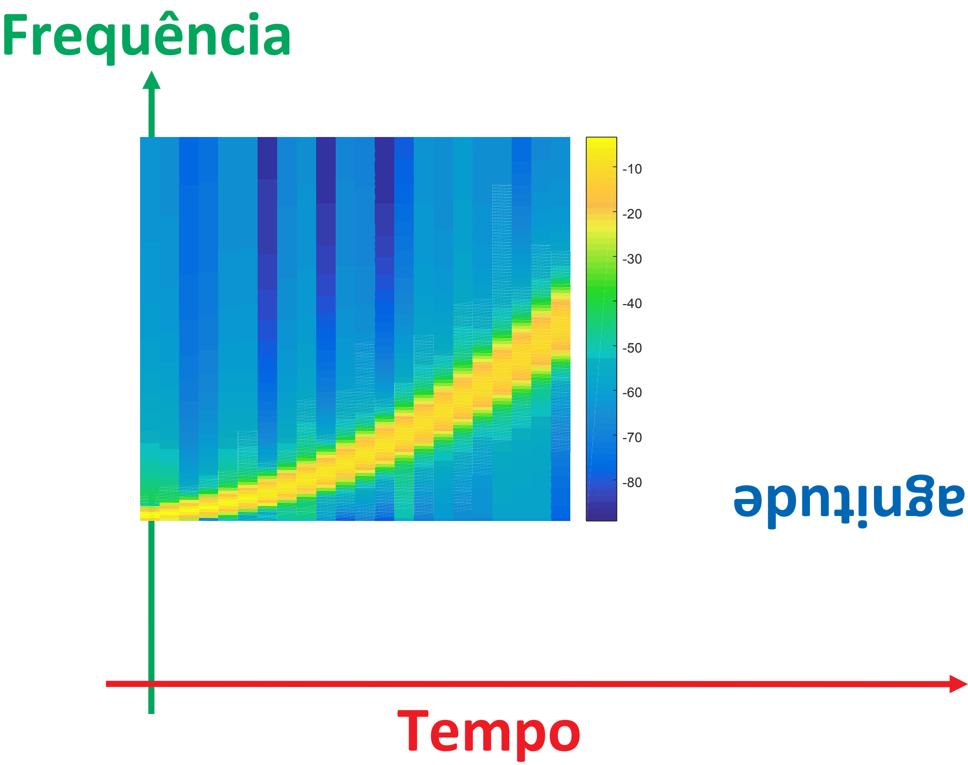
- Na TCF representamos um sinal qualquer em um gráfico tridimensional como mostrado abaixo:



# Transformada curta de Fourier

- Normalmente analisamos apenas o plano tempo-frequência:



# Transformada curta de Fourier



- Sintaxe:

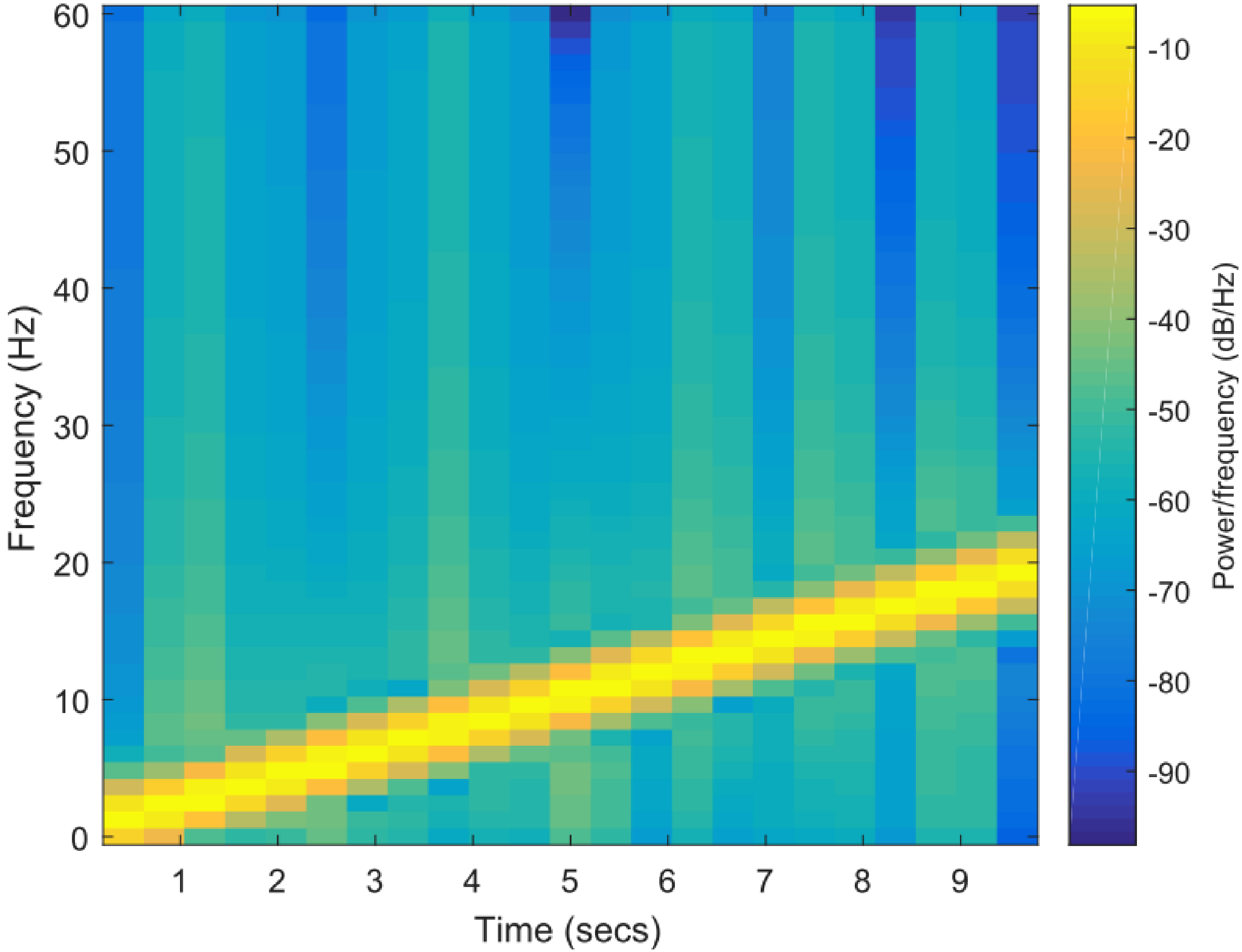
```
spectrogram(sinal,janela,overlap,tamanho_janela
,fs)
```

- Exemplo de criação:

```
f0 = 0.5;    % freq. inicial
tn = 10;     % tempo n
fn = 20;     % freq. em tn
fs = 120; % amostragem

t = 0:(1/fs):tn;     % tempo
x = chirp(t,f0,tn,fn);  % sinal

janela = 100;
overlap = 50;
spectrogram(x,janela,overlap,janela,fs,'yaxis');
```

# Transformada curta de Fourier

- Exemplo de criação:

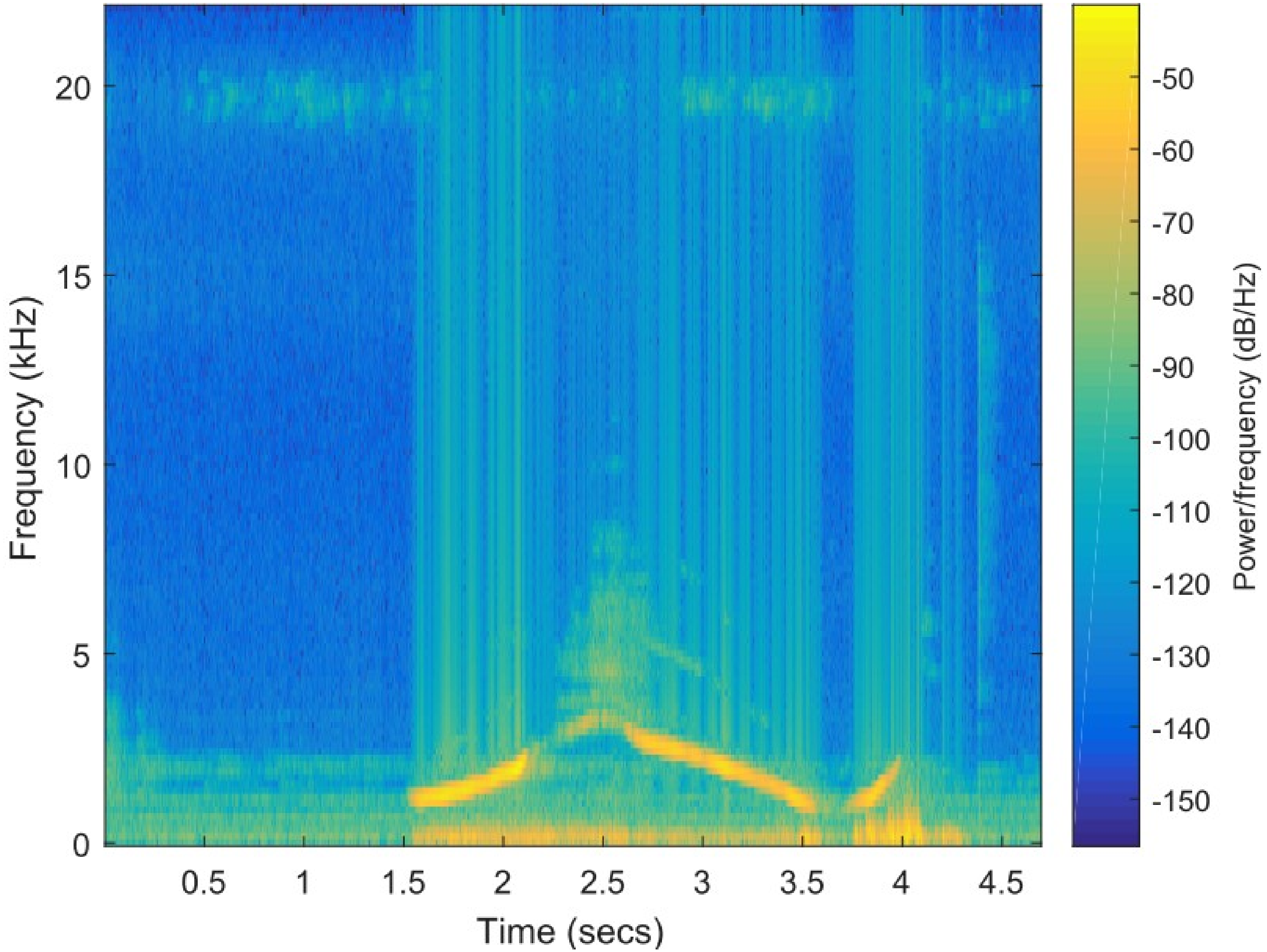


# Transformada curta de Fourier

- Exercício 03 – Carregue o arquivo com o link de um áudio de um assovio do site do curso. Faça a representação em tempo-frequência do sinal e enxergue o que está acontecendo no mesmo a partir do espectrograma (para carregar os dados você pode usar a função `importdata()`).

# Transformada curta de Fourier

- Exercício 03 –



# Filtragem de sinais



- ...

# Perguntas ?