

# Médian IA02 : modélisation de problèmes en logique – Printemps 2021

## Préliminaires

- **Durée** : 1h30.
- **Seul document autorisé** : une feuille A4 recto-verso **manuscrite** (aménagements possibles pour certains 1/3 temps qui en ont préalablement fait la demande).
- **Barème indicatif**, susceptible de changement sans préavis : 5 + 6 + 8 (+ 1 point pour la clarté et la présentation de la copie).
- L'élégance des solutions fournies fait partie intégrante des critères d'évaluation.
- Toute ambiguïté, erreur ou omission dans le sujet devra être résolue par le candidat et par lui seul.

## Exercice 1 – Format dimacs et base de clauses

Considérons le fichier DIMACS suivant.

```
1 c ceci est un fichier sous format DIMACS
2 p cnf 7 6
3 -1 -2 0
4 1 2 0
5 1 3 0
6 2 4 0
7 -3 4 0
8 -4 5 0
```

1. Que représente la 1<sup>re</sup> ligne ?
2. Combien de clauses la base de clauses représentée possède-t-elle ? Combien de variables la base de clauses représentée possède-t-elle ?
3. Combien de modèles la base de clauses représentée possède-t-elle ? Le justifier en utilisant par exemple l'algorithme de Quine d'énumération arborescente des modèles.

## Exercice 2 – Modélisation et résolution en logique propositionnelle

### Les métiers

M. Peintre (MP), M. Maçon (MM) et M. Électricien (ME) sont 3 amis. Ils portent le même nom que leurs 3 métiers (peintre (P), maçon (M) et électricien (E)), mais pas nécessairement dans cet ordre.

1. M. Électricien n'est pas peintre.
2. M. Maçon n'est pas électricien.
3. M. Électricien est électricien.
4. M. Maçon n'est pas peintre.

## Questions

1. Choix des variables : montrer comment modéliser ce problème avec 9 variables propositionnelles.
2. Que sont les contraintes *at\_least* et *unique* ? Comment les utiliser pour modéliser les contraintes initiales du problème en logique propositionnelle.
3. Modéliser chacun des indices en logique propositionnelle.
4. Passer l'ensemble du problème en forme normale (CNF).
5. Trouver un modèle (via un algorithme de votre choix). Pourquoi prendre cette précaution ?
6. Montrer, en utilisant les principes de résolution et de réfutation, que M. Peintre n'est ni maçon ni électricien.

## Exercice 3 – Premier ordre

On considère le problème suivant.

1. Tous les chats du quartier mangent dans le plat de mon chien.
2. Aucun chat roux ne peut être autrement que rusé.
3. Le chat Bichou n'a jamais eu de panier.
4. Les compagnons d'errance de mon chien aiment tous les os à moelle.
5. Seuls les chats du quartier sont rusés.
6. Seuls ses compagnons d'errance mangent dans le plat de mon chien.
7. Les chats qui ne sont pas roux ont tous un panier.

## Questions

On souhaite modéliser ce problème en logique du premier ordre. On utilisera les concepts `chat/1`, `du_quartier/1`, `roux/1`, `rusé/1`, `possède_panier/1`, `aime_les_os_à_moelle/1`, ainsi que les relations `mange_dans_le_plat_de/2`, `compagnon_errance/2` et les constantes `bichou` et `mon_chien`.

1. Modéliser de chacune des phrases en logique du premier ordre.
2. Passer chaque formule sous forme normale (CNF), via par exemple un passage sous forme préfixe et sous forme de Skolem.
3. Montrer, en utilisant le principe de résolution, que Bichou aime les os à moelle.