

# Médian AI27 – lundi 1<sup>er</sup> avril 2019

---

Durée : 2h00.

Seul document autorisé : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Barème indicatif, susceptible de changement sans préavis : 2,5 + 2,5 + 3 + 2 + 2 + 7 + 1 point réservé au soin apporté à la copie.

Toute réponse doit être justifiée. Il sera tenu compte dans le barème de l'élégance des solutions proposées.

## Exercice 1 : question de cours

---

Que représente le symbole  $\models$  en logique propositionnelle ? Et le symbole  $\vdash$  ? Quels liens existe-t-il entre les deux ?

*Une dizaine de ligne maximum.*

## Exercice 2 : un nouvel opérateur

---

Soit l'opérateur  $\odot$  défini selon la table de vérité suivante :

x	y	$x \odot y$
F	F	V
F	V	V
V	F	V
V	V	F

- Combien d'opérateurs binaires différents peut-on envisager en logique propositionnelle ?  
Tous ont-ils un sens ?
- À quoi vous fait penser l'opérateur  $\odot$  ?
- Exprimer les formules  $\neg x$ ,  $x \wedge y$ ,  $x \vee y$ ,  $x \rightarrow y$ ,  $x \leftrightarrow y$ , uniquement avec le connecteur  $\odot$

## Exercice 3 : tautologies

---

Montrer les 3 assertions suivantes. On pourra s'aider du théorème de la déduction.

1.  $\models (P \leftrightarrow Q)$  ssi  $P \equiv Q$
2.  $\models (P \wedge Q)$  ssi  $\models P$  et  $\models Q$
3. si  $\models P$  ou  $\models Q$  alors  $\models (P \vee Q)$

## Exercice 4 : conséquences logiques

---

Dans les 2 cas suivants, peut-on montrer que  $A \models B$  ?

1.  $B = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$  et  $A = q \vee r$
2.  $B = (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \neg r)$  et  $A = \neg p$

## Exercice 5 : comptage de modèles

---

1. En considérant le vocabulaire  $V_c = \{a, b, c, d\}$ , combien la formule suivante a-t-elle de modèles ?
2. Comment procéder avec un solveur SAT ? Décrire l'algorithme précisément.

$$((\neg b \vee c) \wedge (c \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow ((b \wedge \neg c \vee \neg b \wedge c) \rightarrow \neg a)$$

## Problème : les filles du roi

---

Un roi avait trois filles, dont deux étaient brunes et deux avaient les yeux bleus.

1. Modéliser cet énoncé en logique propositionnelle. Montrer que seules 6 variables sont nécessaires.
2. Montrer en utilisant le principe de résolution qu'au moins une des filles du roi était brune aux yeux bleus.
3. Écrire le fichier DIMACS correspondant à ce problème.