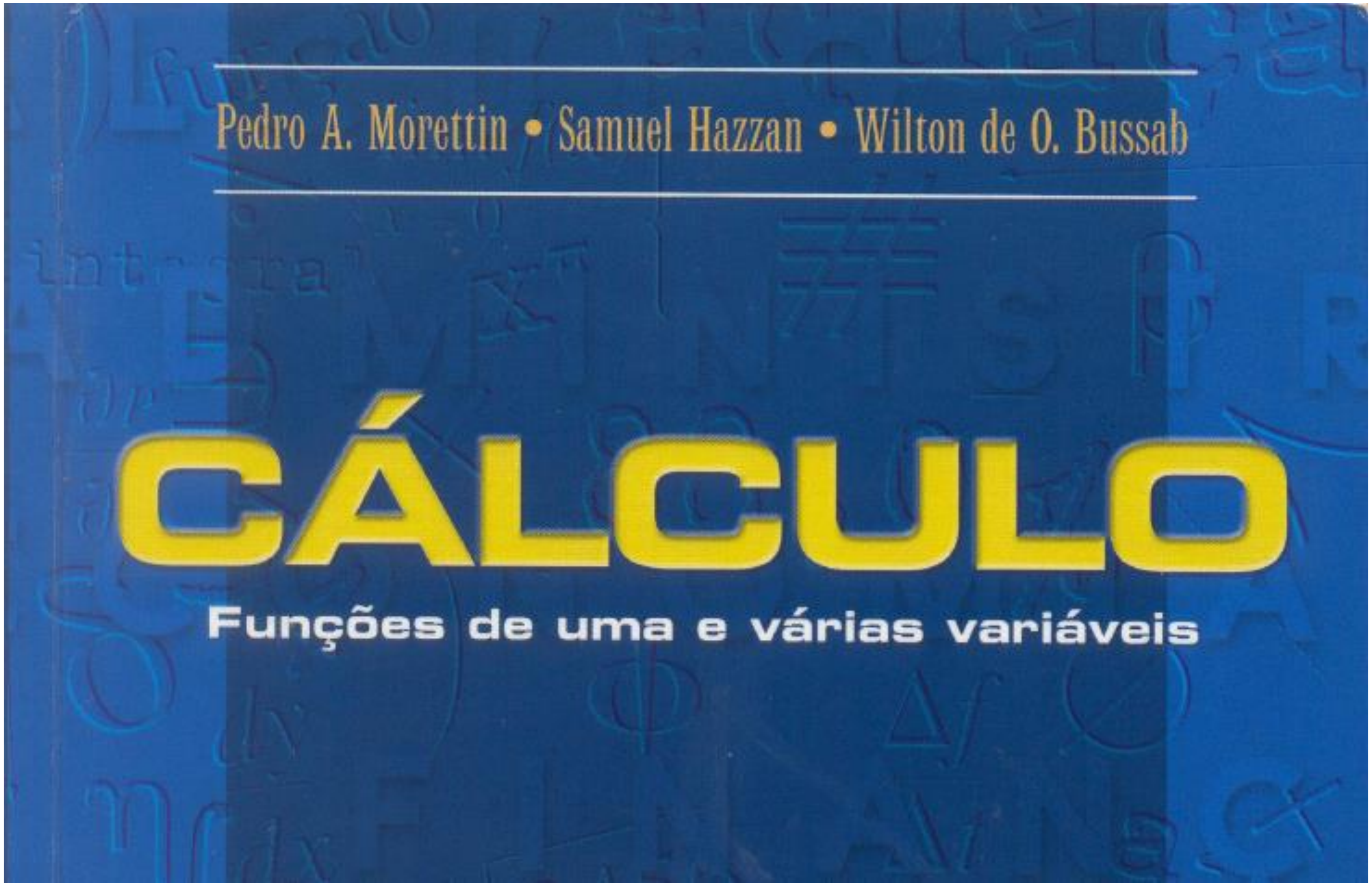
Conjuntos

Curso: Sistemas de Informação
Prof. Suene Bernardes dos Santos

Disciplina: Cálculo
UEMG – Frutal
2014

Livro adotado



Símbolos importantes

∈ = pertence

∉ = não pertence

Relaciona elemento e conjunto

⊂ = está contido

⊄ = não está contido

Relaciona conjuntos

⊃ = contém

U= União

∩= Intersecção

| = tal que

F= fracionários

R = números reais

N= números naturais

N*= naturais sem o zero

Z = números inteiros

Q = números racionais

I = números irracionais

E = conjunto universo

{ } = Ø = conjunto vazio

Conjuntos

1) Um conjunto (coleção, classe, família) é constituído de **elementos**.

Conjuntos: letras maiúsculas (A, B, C, ...).

Elementos: letras minúsculas (a, b, c, ...) ou números.

Exemplos de Conjuntos:

- Números inteiros de 5 a 60, inclusive (incluindo o 5 e o 60);
- Os pontos de uma reta;
- Números reais entre 0 e 1, exclusive (excluindo o 0 e o 1).

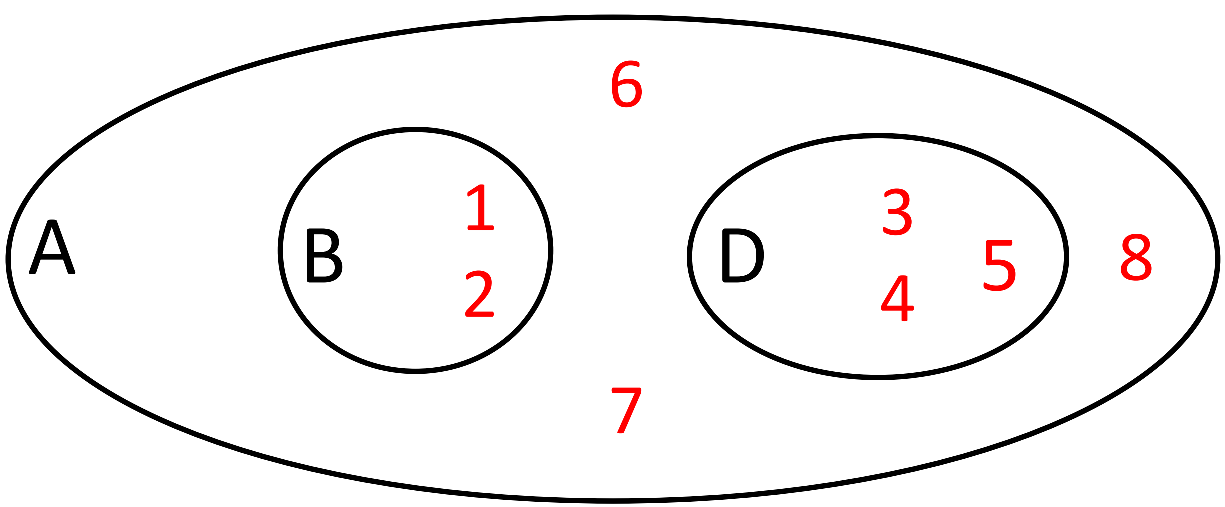
Ex) Se **A** é um conjunto de números inteiros positivos, a afirmação **x pertence ao conjunto A** significa que x é um número inteiro positivo qualquer.

Simbolicamente escrevemos: $\mathbf{x \in A}$

Por outro lado, $\frac{3}{2}$ não pertence a A: $\mathbf{\frac{3}{2} \notin A}$

$$\text{Onde} \left\{ \begin{array}{l} \in = \text{pertence} \\ \notin = \text{não pertence} \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Relaciona elemento} \\ \text{e conjunto} \end{array}$$

Em muitos casos não interessa saber quais são os elementos do conjunto. Por isso, podemos representá-los por **figuras** ou por uma **região do plano definida por uma região fechada**. Estes conjuntos podem ser constituídos de **pessoas, livros, pontos de um plano, números**, etc.



$B \subset A$

$D \subset A$

$A \supset B$

$A \supset D$

$3 \in D$

$3 \in A$

$3 \notin B$

2) Simbolicamente: existem duas maneiras de designar os elementos de um conjunto.

a) Método da enumeração ou método tabular: consiste em escrever os nomes dos elementos entre chaves.

Indicado quando o número de elementos do conjunto não é muito grande.

- Conjunto A dos números primos positivos menores do que 10: $A = \{2, 3, 5, 7\}$
- Conjunto B dos números pares positivos menores do que 6: $B = \{2,4\}$

- Conjunto C dos números primos positivos pares: $C = \{2\}$
- Conjunto dos números inteiros, não negativos, que denotaremos por N: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
- Conjunto dos números naturais, indicado por N*, que é o próprio N sem o zero:

$N^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

Conjunto **Binário**: 2 elementos (B)

Conjunto **unitário**: 1 elemento (C)

Conjunto **infinito**: infinitos elementos (N e N*)

b) Método da **designação de uma propriedade característica dos elementos**: usar uma propriedade que é satisfeita por todos os elementos do conjunto.

Ex) Considere um conjunto G de <u>números fracionários (F)</u> entre <u>0 e 3</u>, onde a variável x representa os elementos do conjunto (x pode ser substituído por qualquer elemento do conjunto).

G= {x tal que x é fracionário e 0 < x < 3}

$G = \{x \mid x \in F \text{ e } 0 < x < 3\}$ ou $G = \{x \in F \mid 0 < x < 3\}$

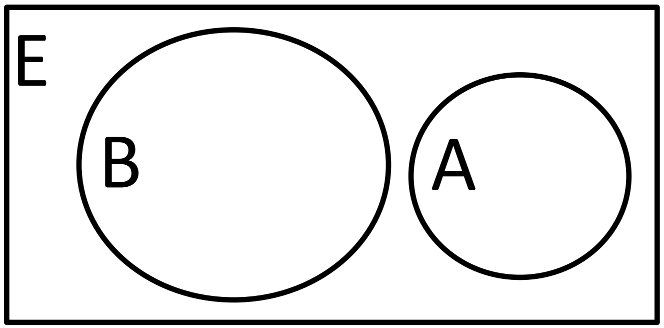
Ex) Um conjunto D de números inteiros não negativos menores do que 1000.

$$D = \{x \mid x \in N \text{ e } x < 1000\} \quad \text{ou} \quad D = \{x \in N \mid x < 1000\}$$

Ex) Um conjunto H de números fracionários cujos quadrados são maiores ou iguais a 9.

$$H = \{x \mid x \in F \text{ e } x^2 \geq 9\} \quad \text{ou} \quad H = \{x \in F \mid x^2 \geq 9\}$$

3) Conjunto universo: contém todos os elementos com os quais estamos trabalhando (E).



$A \subset E$ $\quad$ $B \subset E$

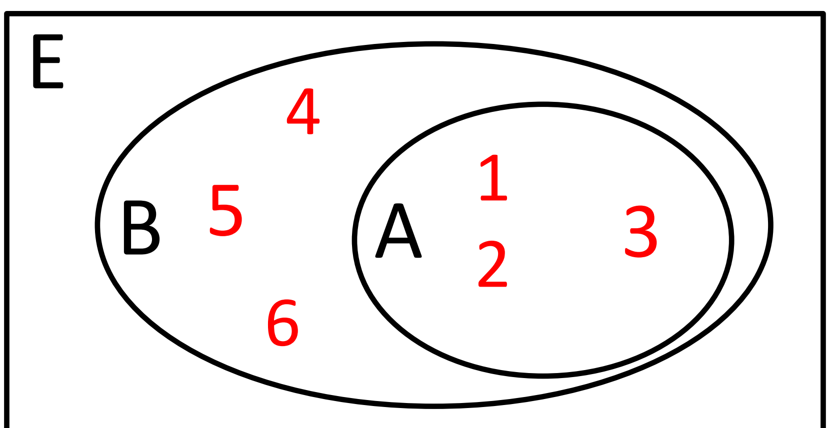
4) Subconjuntos:

Dizemos que um conjunto A é subconjunto de B se, e somente se, <u>todos os elementos de A forem elementos de B</u>.

Ex) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Neste caso, **A é subconjunto de B.**

Podemos dizer que <u>A é parte de B,</u> que <u>A está contido em B</u> ($A \subset B$) ou que B contém A ($B \supset A$).



$\mathbf{A \subset B}$

$\mathbf{B \supset A}$

Ex)

a) $\{0, 1\} \subset \{0, 1\}$

b) $\{1, 2\} \subseteq \{0, 1, 2, 3\}$

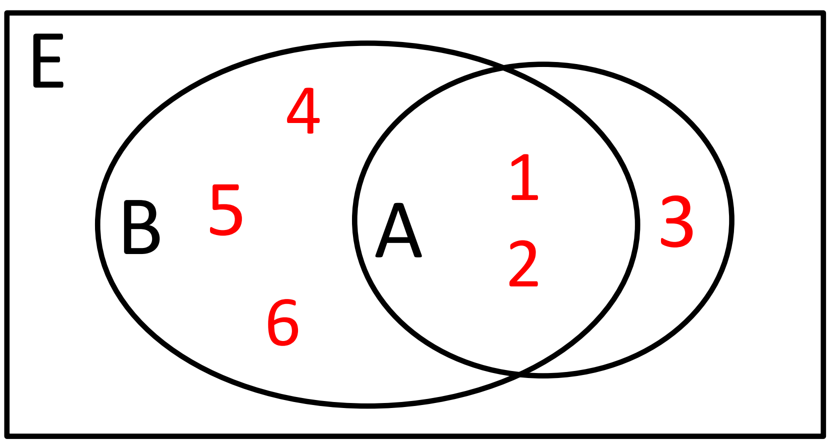
c) $N^* \subset N$

d) $\{0, 2, 4, 6, ...\} \subset N$

e) $\{1, 5\} \not\subset \{2, 4, 6\}$

F) $\{\ \} \subset \{1, 2, 3\}$

Ex)



A $\not\subset$ B

B $\not\subset$ A

A não é subconjunto de B

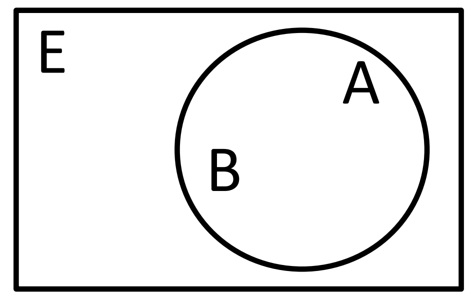
B não é subconjunto de A

5) Igualdade de conjuntos: os conjuntos A e B são iguais se, e somente se, todos os elementos de A pertencerem a B e se todos os elementos de B pertencerem a A.

a) $\{0, 1\} = \{1, 0\}$

b) $\{4\} = \{x \in N \mid x - 4 = 0\}$

c) $\{2, 4, 6\} = \{2, 4, 6\}$

d) 

$A = B$

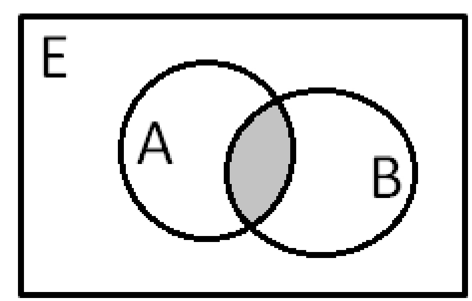
6) Intersecção de conjuntos ($\cap$): elementos que pertencem aos conjuntos simultaneamente.

a) $\{1, 3, 5, 7, ...\} \cap \{0, 2, 4, 6, ...\} = \{\ \}$

b) $\{1, 3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 3, 7\} = \{1, 3\}$

c) $\{2, 3, 6\} \cap \{\ \} = \{\ \}$

d) $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4\}$

e) 

$A \cap B$

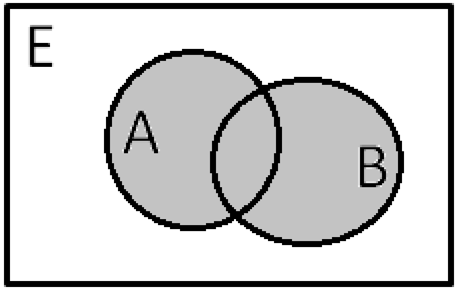
7) União de conjuntos (U): todos os elementos que pertencerem aos conjuntos citados (unir sem repetir os elementos).

a) {2, 3, 4} U {3, 4, 5} = {2, 3, 4, 5}

b) {1, 2} U { } = {1, 2}

c) {0, 2, 4, 6, ...} U {1, 3, 5, 7, ...} = N

d)



A U B

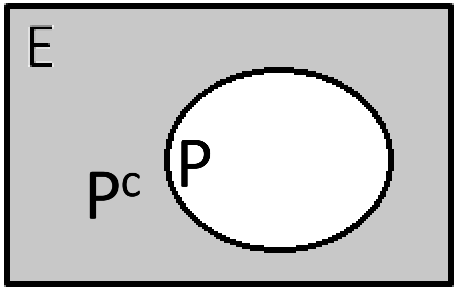
8) Complementar de um conjunto P (P^c): elementos do conjunto universo (E) que não pertencem a P.

a) E= {1, 3, 5, 9, 10} e P = {1, 9}

P^c = {3, 5, 10}

b) E = {2, 4, 6, 8, 10} e P = {6, 8}

P^c = {2, 4, 10}



9) Diferença de conjuntos

A diferença entre dois conjuntos G e D (G - D) é o conjunto dos elementos de G que não faz parte de D.

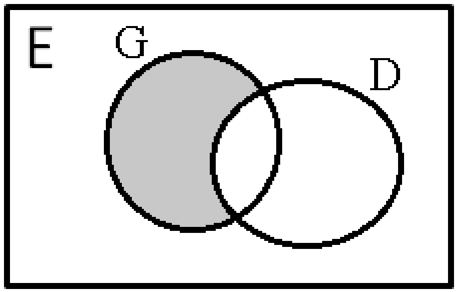
a) {1, 2, 3, 4} – {3, 4, 5} = {1, 2}

b) {3, 4, 5} – {1, 2, 3, 4} = {5}

c) {1, 2} – { } = {1, 2}

d) { } – {3, 4} = { }

e) {1, 2, 3} – {1, 2, 3, 4, 5} = { }

d) 

G - D

10) Produto cartesiano: produto de conjuntos (a ordem dos elementos é importante)

$\{a, b\} = \{b, a\}$ $\longrightarrow$ não importa a ordem

(a, b) $\longrightarrow$ par ordenado, a ordem É IMPORTENTE

$$(3, 4) \neq (4, 3)$$

O produto cartesiano de A por B, nesta ordem, é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y), onde x é o elemento de A e y é o elemento de B.

Ex) $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$

$$AxB = \{(1,3); (1,4); (1,5); (2,3); (2,4); (2,5)\}$$
$$BxA = \{(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(5,1),(5,2)\}$$

Note que: $AxB \neq BxA$

Exercício

1) Seja A = {1, 2, 3} e B = {4, 5}, calcule os produtos:

a) AxB

b) BxA

c) A^2

d) B^2

2) Seja A = {6, 9} e B = {5, 7} calcule os produtos:

a) AxB

b) BxA

c) A^2

d) B^2

Conjuntos Numéricos

1) Números inteiros (Z): positivos ou negativos.

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

2) Números racionais (Q): razão entre dois números inteiros, positivos ou negativos (fracionários).

$$Q = \{\frac{a}{b} | a \in Z, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$$

Ex.

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \in Q \\ -\frac{3}{4} \in Q \end{cases}$$

Ex. Representação decimal:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} = 0{,}75 \\ \frac{1}{2} = -0{,}5 \\ -\frac{3}{5} = -0{,}6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots \\ \frac{47}{90} = 0{,}5222\ldots \end{cases}$$

dízima periódica

3) Números irracionais (I): decimal infinita, não periódica.

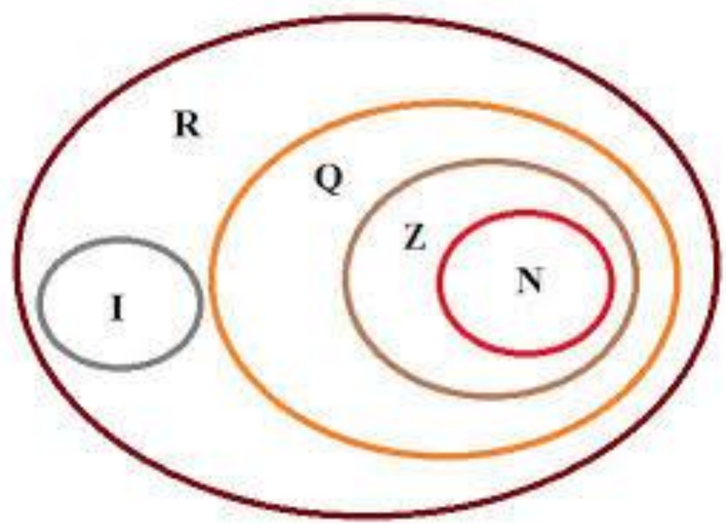
$$I = \{\sqrt{2}\}$$

Elementos: $\begin{cases} \sqrt{2} = 1{,}41421356 \ldots \\ \sqrt{3} = 1{,}73205080 \ldots \\ \pi = 3{,}14159 \ldots \end{cases}$

4) Números reais (R): racionais + irracionais.

R = Q U I

(União dos conjuntos irracionais com os racionais)



Obs: todo inteiro é um racional (Q) com b=1, pois $\frac{a}{b} = \frac{a}{1}$

Subconjuntos de R: N e Z

Exercício

1) Diga se cada uma das sentenças é verdadeira ou falsa:

a) π ∈ Q b) $\sqrt{5}$ ∈ N c) $\frac{2}{3}$ ∈ Z d) - 4 ∈ Z

e) $\sqrt{2}$ ∈ Q f) π ∈ I g) 0,43 ∈ Q h) 2π ∈ Q

i) 2,4444.... ∈ I j) $\sqrt{4}$ ∈ N k) -5 ∈ N l) $\frac{2}{3}$ ∈ Q

Referência

- MORETTIN, Pedro A.; HAZZAN, Samuel; BUSSAB, Wilton de O **Cálculo: funções de uma e várias variáveis**. São Paulo: Saraiva, 2003.