MC102 – Algoritmos e Programação de Computadores

Instituto de Computação

UNICAMP

Primeiro Semestre de 2015

Roteiro

- Maior número
- 2 Soma de *n* números
- Fatorial
- Máximo Divisor Comum (MDC)
- Números primos
- 6 Primeiros *n* números primos
- 🕜 Fatoração em números primos
- Números de Fibonacci
- 9 Número de letras de uma sequência de caracteres
- 10 Conversão de números binários para decimais
- Conversão de números decimais para binários
- Jogo de dados
- Exercícios

Introdução

- Vimos quais são os comandos de repetição em C:
 - ▶ while
 - ▶ do-while
 - ▶ for
- Veremos agora alguns exemplos de utilização desses comandos.

Maior número

- Vamos escrever um programa que receba n números $(n \ge 1)$ e descubra qual deles é o maior.
- O programa deve ter os seguintes passos:
 - 1 Ler um número n.
 - 2 Ler *n* números.
 - 3 Determinar o maior entre os *n* números.
- Como determinar o maior?

Maior número

- A ideia é criarmos uma variável maior que armazenará o maior número lido até então.
- Algoritmo:

```
maior(n)
  ler um número maior
  repetir n-1 vezes
    ler um numero aux
    se aux > maior então
       maior = aux
  imprimir maior
```

Major número

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int i, n;
 double maior, aux;
 printf("Digite a quantidade de numeros: ");
  scanf("%d", &n):
 printf("Digite um numero: ");
  scanf("%lf", &maior);
 for (i = 1; i < n; i++) {
   printf("Digite um numero: ");
   scanf("%lf", &aux);
    if (aux > maior)
      maior = aux;
 printf("Maior numero: %.2f\n", maior);
 return 0:
```

Soma de *n* números

- Vamos escrever um programa que receba n números quaisquer e calcule a soma deles.
- Uma variável soma irá armazenar a soma dos números lidos.
- Ao ler um próximo número, como atualizar a variável soma?

```
▶ soma = soma + numero;
```

- soma += numero;
- É importante lembrar que a variável soma deve ser inicializada com o valor zero (elemento neutro da soma).

Soma de *n* números

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int i, n;
  double aux, soma = 0;
  printf("Quantidade de numeros: ");
  scanf("%d", &n);
  for (i = 1; i \le n; i++) {
    printf("Digite um numero: ");
    scanf("%lf", &aux);
    soma = soma + aux;
  printf("Soma dos numeros: %.2f\n", soma);
  return 0:
```

- Vamos escrever um programa que leia um número inteiro positivo n e calcule o valor do seu fatorial.
- O programa deve ter os seguintes passos:
 - Ler um número n.
 - 2 Calcular $n! = 1 \times 2 \times \dots (n-1) \times n$
- Como fazer este cálculo?
- Note que n não é fixo, portanto, temos que usar comandos de repetição.

- A ideia é criarmos uma variável fatorial que na *i*-ésima iteração do laço de repetição possua o valor *i*!
- Note que $(i+1)! = (i+1) \times i!$, portanto, na (i+1)-ésima iteração podemos atualizar a variável fatorial da seguinte maneira:
 - ▶ fatorial = (i+1) × fatorial
- Algoritmo:

```
fatorial(n)
  fatorial = 1
  para i de 1 até n faça
    fatorial = i * fatorial
  imprimir fatorial
```

 Note que a variável fatorial deve ser inicializada com o valor um (elemento neutro da multiplicação).

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int i, n;
  unsigned int fatorial = 1;
  printf("Digite numero inteiro (nao negativo): ");
  scanf("%d", &n):
  for (i = 1; i \le n; i++)
    fatorial = fatorial * i;
  printf("%d! = %d\n", n, fatorial);
  return 0;
```

- No exemplo anterior, o fatorial é calculado corretamente para $n \le 14$, entretanto, falha para $n \ge 15$.
- Por quê? Como resolver este problema?
 - Podemos trocar o tipo da variável fatorial de unsigned int para unsigned long int ou mesmo por double.
 - Com unsigned long int é possível calcular corretamente até o fatorial de 20, enquanto que, com double, até 170 (neste caso, com perda de precisão numérica).

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned short int i, n;
  unsigned long int fatorial = 1;
  printf("Digite numero inteiro (nao negativo): ");
  scanf("%hu", &n);
  for (i = 1; i \le n; i++)
    fatorial = fatorial * i;
  printf("%hu! = %lu\n", n, fatorial);
  return 0;
```

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned short int i, n;
  double fatorial = 1;
  printf("Digite numero inteiro (nao negativo): ");
  scanf("%hu", &n);
  for (i = 1; i \le n; i++)
    fatorial = fatorial * i;
  printf("\%hu! = \%.0f\n", n, fatorial);
  return 0;
```

Máximo Divisor Comum (MDC)

- O algoritmo de Euclides para o cálculo do Máximo Divisor Comum (MDC) entre dois números inteiros positivos m e n, apresentado em 300 a.C., é um dos algoritmos mais antigos do mundo.
- O algoritmo pode ser resumido na seguinte fórmula:

$$mdc(m, n) = \begin{cases} m, & \text{se } n = 0\\ mdc(n, m \% n), & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Máximo Divisor Comum (MDC)

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int m, n, aux;
 printf("Entre com dois numeros inteiros positivos: ");
  scanf("%d %d", &m, &n);
 while (n > 0) {
   aux = n;
   n = m \% n;
   m = aux;
 printf("MDC = %d\n", m);
 return 0;
```

- Um número é primo se ele tem exatamente dois divisores naturais distintos: o número um e ele mesmo.
- O programa deve ter os seguintes passos:
 - 1 Ler um número n.
 - 2 Testar se nenhum dos números entre 2 e n-1 divide n.
- Lembre-se que o operador % retorna o resto da divisão inteira.
- Portanto (a % b) é zero se, e somente se, b divide a.
- Note que não é necessário testar os números entre $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ e n-1.
- De fato é possível testar menos números ainda...
 - ① Se $n = a \times b$, sendo n, $a \in b$ números naturais e $a \le b$, então $a \le \sqrt{n} \le b$.
 - 2 Logo, precisamos testar apenas os números inteiros entre 2 e $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$.

```
primo(n)
  aux = 2
  primo = verdadeiro
  enquanto primo e aux <= n/2 faça
    se aux for um divisor de n então
    primo = falso
  aux = aux + 1
  imprimir primo</pre>
```

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned int aux, n, primo = 1;
  printf("Digite um numero inteiro: ");
  scanf("%u", &n);
  for (aux = 2; primo && (aux \leq n/2); aux++)
    if ((n \% aux) == 0)
      primo = 0;
  if (primo)
    printf("Numero primo\n");
  else
    printf("Numero composto\n");
  return 0;
}
```

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main() {
 unsigned int aux, n, primo = 1;
 printf("Digite um numero inteiro: ");
  scanf("%u", &n);
 for (aux = 2; primo && (aux <= sqrt(n)); aux++)
    if ((n \% aux) == 0)
      primo = 0;
  if (primo)
   printf("Numero primo\n");
 else
   printf("Numero composto\n");
 return 0;
}
```

- Já sabemos testar se um dado número é primo.
- Como fazer para imprimir os *n* primeiros números primos?

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int aux, numero = 2, primos = 0, n, primo;
  printf("Digite o numero de primos a serem calculados: ");
  scanf("%d",&n);
  while (primos < n) {
    /* inserir aqui trecho de codigo que
       verifica se o numero eh primo */
    if (primo) {
      printf("%d\n", numero);
     primos++;
    numero++;
  return 0;
}
```

```
while (primos < n) {
  /* inserir aqui trecho de codigo que
     verifica se o numero eh primo */
  if (primo) {
    printf("%d\n", numero);
    primos++;
  numero++;
```

```
while (primos < n) {
  primo = 1;
  for (aux = 2; primo \&\& (aux <= numero/2); aux++)
    if (numero % aux == 0)
      primo = 0;
  if (primo) {
    printf("%d\n", numero);
    primos++;
  numero++;
```

- Note que o número 2 é o único número par que é primo.
- Podemos alterar o programa para primeiro imprimir o número 2...

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int aux, numero, primos = 1, n, primo;
  printf("Digite o numero de primos a serem calculados: ");
  scanf("%d",&n);
  if (n > 0) {
    printf("%d\n", 2);
    ...
```

• ... e depois imprimir os primos ímpares:

```
. . .
  for (numero = 3; primos < n; numero = numero + 2) {
    primo = 1;
    for (aux = 2; primo && (aux <= numero/2); aux++)
      if (numero % aux == 0)
        primo = 0;
    if (primo) {
      printf("%d\n", numero);
      primos++;
return 0;
```

• ... e depois imprimir os primos ímpares:

```
. . .
  for (numero = 3; primos < n; numero = numero + 2) {
    primo = 1;
    for (aux = 3; primo && (aux <= numero/2); aux = aux + 2)
      if (numero % aux == 0)
        primo = 0;
    if (primo) {
      printf("%d\n", numero);
      primos++;
return 0;
```

Fatoração em números primos

- Dado um número inteiro positivo n, como fatorá-lo em números primos?
- Podemos verificar todos os candidatos a fatores de n, ou seja, números menores ou iguais a n.
- Seja fator o número que está sendo testado numa certa iteração. Se fator for um divisor de n, então imprima fator e divida n por fator.
 Caso contrário, incremente fator.
- Note que não é necessário testar se fator é um número primo.

Fatoração em números primos

```
#include <stdio.h>
int main() {
 unsigned int n, fator = 2;
 printf("Digite um numero inteiro positivo: ");
  scanf("%u", &n);
 printf("%d = 1", n);
 while (n > 1) {
    if ((n % fator) == 0) {
      printf(" x %d", fator);
     n = n / fator;
   } else
      fator++;
 printf("\n");
 return 0;
}
```

Números de Fibonacci

- A série de Fibonacci é a seguinte:
 - **1**, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...
- Ou seja, o *n*-ésimo termo da série é dado pela seguinte fórmula:

$$F(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 1 \\ 1, & \text{se } n = 2 \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

 Como escrever um algoritmo para imprimir os primeiros n números da série?

Números de Fibonacci

```
fibonacci(n)
  atual = 1
  proximo = 1
  para i de 1 até n faça
   imprimir atual
  temp = atual + proximo
  atual = proximo
  proximo = temp
```

Números de Fibonacci

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned long int n, atual = 1, proximo = 1, temp, i;
  printf("Digite um numero inteiro positivo: ");
  scanf("%lu", &n);
  for (i = 1: i <= n: i++) {
    printf("%lu\n", atual);
    temp = atual + proximo;
    atual = proximo;
    proximo = temp;
  return 0;
```

Número de letras de uma sequência de caracteres

- Considere o seguinte problema: dada uma sequência de caracteres em uma única linha (uma frase, por exemplo), determinar o seu número de letras.
- Exemplo:
 - Entrada: Um4 seQu3nc!4de c4r4ct3r3S
 - Saída: 16 letras
- Como determinar se um caractere é uma letra?
 - ▶ Letras maiúsculas: de 65 ('A') a 90 ('Z') na tabela ASCII
 - ▶ Letras minúsculas: de 97 ('a') a 122 ('z') na tabela ASCII
- Como determinar o fim da sequência de caracteres?

Número de letras de uma sequência de caracteres

```
#include <stdio.h>
int main() {
  char c;
  int letras = 0;
 printf("Digite uma frase: ");
 do {
   scanf("%c", &c);
    if (((c >= 65) && (c <= 90)) || ((c >= 97) && (c <= 122)))
      letras++;
 } while (c != '\n');
 printf("%d letras\n", letras);
 return 0;
```

Número de letras de uma sequência de caracteres

```
#include <stdio.h>
int main() {
  char c:
  int letras = 0;
  printf("Digite uma frase: ");
  do {
    scanf("%c", &c);
    if (((c >= 'A') \&\& (c <= 'Z')) || ((c >= 'a') \&\& (c <= 'z')))
      letras++;
  } while (c != '\n');
  printf("%d letras\n", letras);
  return 0;
```

Conversão de números binários para decimais

- "There are 10 types of people in the world: those who understand binary and those who don't." Unknown
- Sabemos que um computador armazena todas as informações na forma binária, portanto, é útil saber como converter números decimais em binários (e vice-e-versa).
- Dado um número binário $b_n b_{n-1} \dots b_2 b_1 b_0$, este corresponde na forma decimal a:

$$\sum_{i=0}^n b_i \times 2^i$$

• Exemplos:

$$101 = 2^2 + 2^0 = 5$$

$$1001110100 = 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 = 512 + 64 + 32 + 16 + 4 = 628$$

Conversão de números binários para decimais

- Vamos supor que lemos um inteiro binário.
- Ou seja, ao lermos n = 111 assumimos que este é um número binário (e não "cento e onze").
- Como transformar este número no correspondente valor decimal (7, neste caso)?
- Podemos usar a expressão:

$$\sum_{i=0}^{n} b_i \times 2^i$$

Para isso, entretanto, devemos conseguir recuperar os dígitos binários (bits) individualmente.

- Note que:
 - ▶ n % 10 recupera o último dígito de n.
 - ▶ n = n / 10 remove o último dígito de n.

Conversão de números binários para decimais

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned long int n, dec = 0, pot = 1, bit;
  printf("Digite um numero binario: ");
  scanf("%lu", &n);
  while (n > 0) {
    bit = n \% 10:
    n = n / 10:
    dec = dec + (bit * pot);
    pot = pot * 2;
  printf("%lu\n", dec);
  return 0;
```

Conversão de números decimais para binários

- Agora, dado um número em decimal, como obter o correspondente em binário?
- Qualquer número pode ser escrito como uma soma de potências de 2:

$$6 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$13 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

- O que acontece se dividirmos, sucessivamente, um número decimal por 2?
- Vamos testar com o número 13:

$$13/2 = 6$$
, com resto 1
 $6/2 = 3$, com resto 0
 $3/2 = 1$, com resto 1
 $1/2 = 0$, com resto 1

Conversão de números decimais para binários

```
#include <stdio.h>
int main() {
  unsigned long int n, bin = 0, pot = 1, bit;
  printf("Digite um numero decimal: ");
  scanf("%lu", &n);
  while (n > 0) {
    bit = n \% 2;
    n = n / 2:
    bin = bin + (bit * pot);
    pot = pot * 10;
 printf("%lu\n", bin);
  return 0;
```

Jogo de dados

- Suponha que queremos imprimir todas as possibilidades de resultados ao se jogar 4 dados de 6 faces.
- Para cada possibilidade do primeiro dado, devemos imprimir todas as possibilidades dos 3 dados restantes.
- Para cada possibilidade do primeiro e do segundo dado, devemos imprimir todas as possibilidades dos 2 dados restantes e assim por diante.

Jogo de dados

```
#include <stdio.h>
int main() {
  int d1, d2, d3, d4;
  printf("D1 D2 D3 D4\n");
  for (d1 = 1; d1 \le 6; d1++)
    for (d2 = 1; d2 \le 6; d2++)
      for (d3 = 1; d3 \le 6; d3++)
        for (d4 = 1; d4 \le 6; d4++)
           printf("%d %d %d\n", d1, d2, d3, d4);
  return 0;
```

Exercícios

- Um número inteiro é dito perfeito se a soma dos seus divisores positivos (excluindo ele mesmo) é igual ao próprio número. Dado um número inteiro n, escreva um programa que determine se ele é perfeito.
- Dado um número x qualquer e um número inteiro não negativo n, escreva um programa para calcular o valor de xⁿ, sem usar a biblioteca matemática (math.h).
- Dados dois números x e y ($x \ge 1$, y > 1), escreva um programa para calcular o valor de $\lfloor \log_y x \rfloor$, sem usar a biblioteca matemática (math.h).
- Escreva um programa que, dados dois números inteiros positivos, calcule o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) deles.
- Dado um número inteiro positivo n escrito na base x, converta-o para a base y, sendo que x e y também são fornecidos como entrada do seu programa $(2 \le x, y \le 10)$.