DM - Modélisation d'une épidémie

1 Analyse mathématique

1- On a $S + M + D + R = 1$ car il s'agit des proportions de quatres partitions qui definisent la totalité de la population

2- On a :

$$S \sim 1$$
$$D \sim 0$$
$$R \sim 0$$

Donc

$$M \sim 0$$

2 Euler

1- $X(t)$ est un vecteur, il est plus facile d'utiliser les tableaux Numpy qui gèrent les calculs entre tableau

2- On a :

[2]:
```
def Xprime (X,c,d,r):
    """entrée : X qui contient X(t)
    sortie : X'(t)"""
    S,M=X[0],X[3]
    return np.array([-c*S*M,d*M,r*M,c*S*M-(d+r)*M])
```

3- On a :

[3]:
```
def euler(t0,tf,M0,dt,c,d,r):
    X=np.array( [1-M0,0,0,M0])
    t=t0
    tX=[]
    tt=[]
    while t<tf:
        X= X + dt*Xprime(X,c,r,d)
        tX.append(X)
        t+=dt
        tt.append(t)
    return tt,tX
```

3 Détermination des paramètres

3.1 r et d

1- On a :

$$m = \frac{\int_{t_0}^{t_f} D'(t).dt}{\int_{t_0}^{t_f} (D'(t) + R'(t)).dt}$$

D'où :

$$m = \frac{\int_{t_0}^{t_f} dM(t).dt}{\int_{t_0}^{t_f} (d+r)M(t).dt}$$

Ainsi :

$$m = \frac{d}{d+r}$$

2a- On a :

$$M(t) = M_0.e^{-\frac{d}{m}(t-t_0)}$$

2b- On a :

$$\tau = -\frac{1}{M_0}\int_0^{\infty} tM'(t).dt$$

$$\tau = -\frac{1}{M_0}\lim_{t_f\to\infty}\int_0^{\infty} t(-d+r)M(t).dt$$

Ainsi :

$$\tau = \frac{1}{d+r}$$

3- On a donc :

$$\begin{cases} \tau = \frac{1}{d+r} \\ m = \frac{d}{d+r} \end{cases}$$

On prend $\tau = 15$ et $m = 0.95$. On obtient:

Donc :

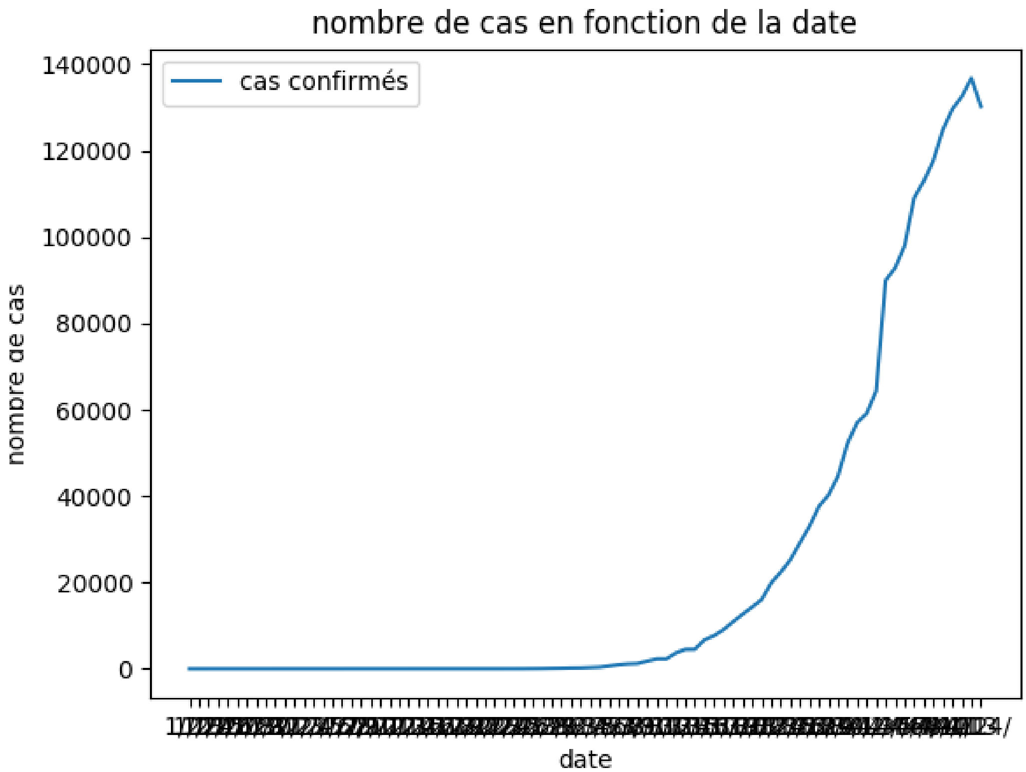
$$\begin{cases} d = \frac{19}{300} \\ r = \frac{1}{300} \end{cases}$$

3.2 Taux de contagion (c)

1- On obtient le graphe :

Les calculs sont donc validés

3- On fait la fonction suivante :



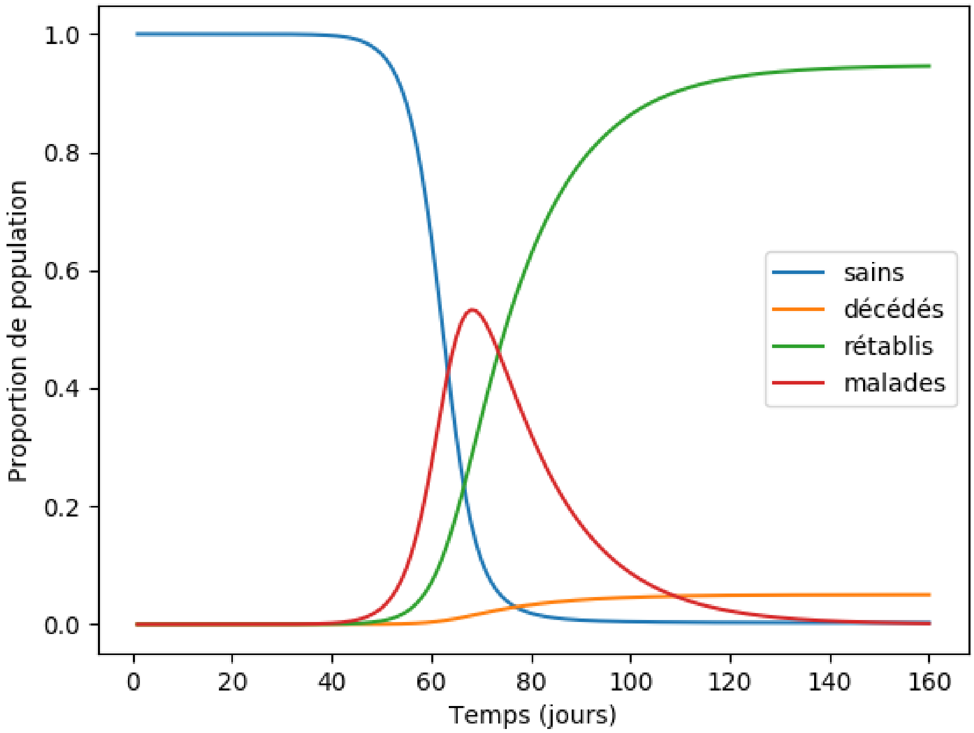
[5]:
```
def reg_lin():
    tx,ty=lib.extrait_donnée(10+25, 10+29+14)
    res = []
    for i in range (len(ty)):
        res.append(i)
    return np.polyfit(res,np.log(ty),1)
```

On obtient donc $M_0 = 3.5$ et $\lambda = 0.3$.

4- On en deduit que $c = 0.37$

3.3 Conclusion

On obtient alors le graphe suivant :



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
Proportion de population
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Temps (jours)
sains
décédés
rétablis
malades