



# Centre de Gravité et de Flottaison

## 1 - Rectangle Triple

1- On a :

$$\int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^1 \frac{xy}{1+y_2} dz dy dx$$

2-

3-

```
def integrale_triple(f,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax,N=100):
    """
        Entrée :      - f : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R

        Sortie :      -int ou float : Valeur de l'intégrale triple de f
    """

    dx = (xmax-xmin)/N
    dy = (ymax-ymin)/N
    dz = (zmax-zmin)/N

    res=0
    for i in range(0,N):
        for j in range(0,N):
            for k in range(0,N):
                res+=f(xmin+i*dx,ymin+j*dy,zmin+k*dz)*dx*dy*dz

    return res
```

4-

5-

```
def volume(rho,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax):
    """
        Entrée :      - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R

        Sortie :      -int ou float : Valeur de l'intégrale triple de f
    """
    def f_indicatrice(x,y,z):
        """
            Indique si le point A(x,y,z) est dans le solide (Si oui -> 1 sinon -> 0)
        """
        if rho(x,y,z)==0:
            return 0
        else:
            return 1

    volume = intégrale_triple(f_indicatrice,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    return volume
```

## 2 - Centre de gravité

1 -

```
def masse(rho,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax):
    """
        Entrée :      - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R

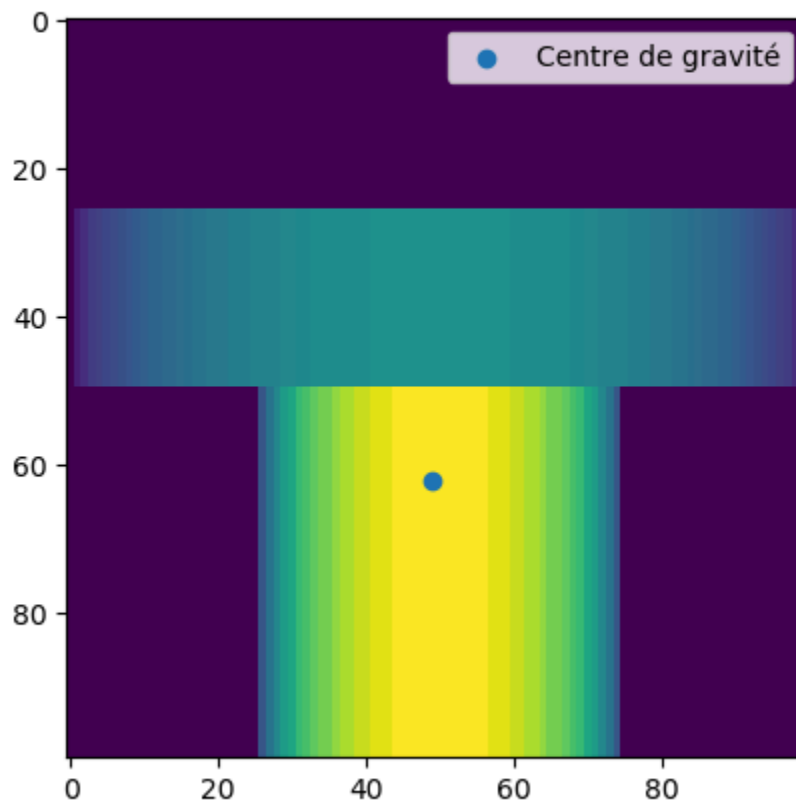
        Sortie :      - int ou float : masse du solide
    """
    return intégrale_triple(rho,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
```

2 -

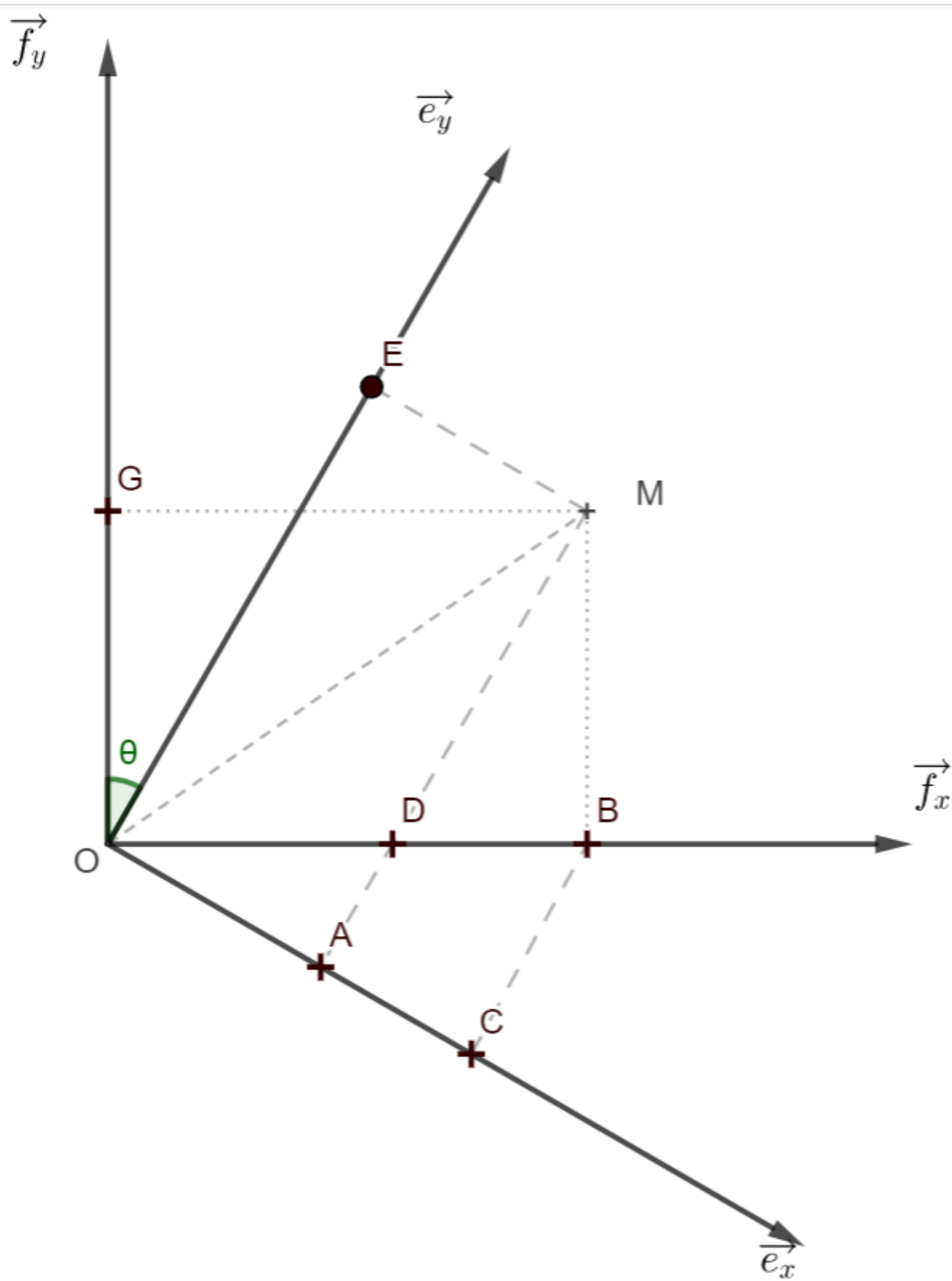
```
def centre_grav(rho,xmin, xmax, ymin, ymax, zmin, zmax):
    """
        Entrée :      - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R

        Sortie :      - Triplet (int ou float) : Coordonnées du centre de gravité
    """

    m = 1/(masse(rho,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax))
    Gx=m*intégrale_triple(lambda x,y,z:x*rho(x,y,z),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    Gy=m*intégrale_triple(lambda x,y,z:y*rho(x,y,z),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    Gz=m*intégrale_triple(lambda x,y,z:z*rho(x,y,z),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    return (Gx,Gy,Gz)
```



### 3 - Centre de gravité



D'après le théorème de Thales, on a :

$$\frac{OD}{OB} = \frac{\overline{OA}}{OC}$$

Or

$$OC = x \cos \theta$$

$$OD = x - y \tan \theta$$

Donc

$$x_1 = \frac{(x - y \tan \theta)(x \cos \theta)}{x} = x \cos \theta - y \sin \theta$$

Avec le théorème de Pythagore, on obtient

$$y_1 = x_2 + y_2 - (x \cos \theta - y \sin \theta)$$

2 -

```
def coord_R1_vers_coord_R0(x,y,z,theta):
    """
        Entrée :          - x,y,z : Coordonnées dans R1
                        - theta : Angle entre fy et ey

        Sortie :          - Triplet (int ou float) : coordonnées dans R0
    """

    c,s = np.cos(theta), np.sin(theta)
    return (x*c-y*s,x**2+y**2-(x*c-y*s)**2,z)
```

3 -

```

def un_dans_leau_et_dans_X(x,y,z,rho,theta,h):
    """
        Entrée :          - x,y,z : Coordonnées dans R0
                          - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R
                          - theta : Angle entre fy et ey
                          - h : Niveau de la surface de l'eau

        Sortie :          - 1 : Si le point est dans le solide et sous l'eau
                          - 0 : Sinon
    """
    _,y1,_ = coord_R1_vers_coord_R0(x,y,z,theta)
    if rho(x,y,z) != 0 and y1<h:
        return 1
    else:
        return 0

```

4 -

```

def volume_immergé(rho, theta, h, xmin, xmax, ymin, ymax, zmin, zmax):
    """
        Entrée :          - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R
                          - theta : Angle entre fy et ey
                          - h : Niveau de la surface de l'eau

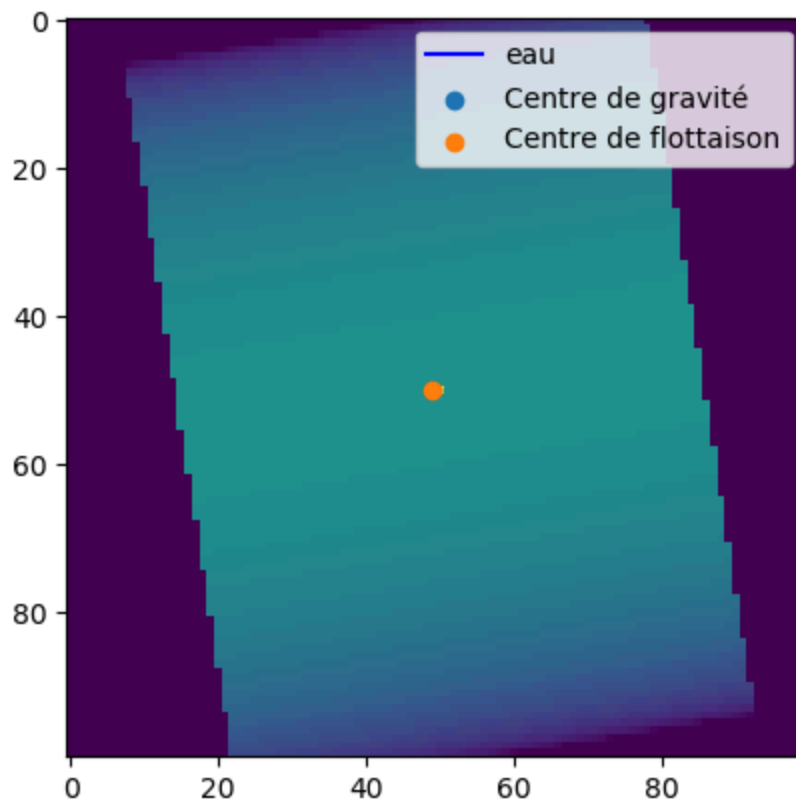
        Sortie :          -int ou float : volume immergé
    """
    return intégrale_triple(lambda x,y,z: un_dans_leau_et_dans_X(x,y,z,rho,theta,h),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)

def centre_flott(rho, theta, h, xmin, xmax, ymin, ymax, zmin, zmax):
    """
        Entrée :          - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R
                          - theta : Angle entre fy et ey
                          - h : Niveau de la surface de l'eau

        Sortie :          - Triplet (int ou float) : Coordonnées de centre de flottaison
    """
    V = 1/(volume_immergé(rho,theta,h,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax))
    Fx = V*intégrale_triple(lambda x,y,z: x*un_dans_leau_et_dans_X(x,y,z,rho,theta,h),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    Fy = V*intégrale_triple(lambda x,y,z: y*un_dans_leau_et_dans_X(x,y,z,rho,theta,h),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)
    Fz = V*intégrale_triple(lambda x,y,z: z*un_dans_leau_et_dans_X(x,y,z,rho,theta,h),xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)

    return (Fx,Fy,Fz)

```



5 -

```
def centre_grav_R1(rho,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax,theta):
    """
        Entrée :      - rho : [xmin,xmax]*[ymin,ymax]*[zmin,zmax] -> |R
                      - theta : Angle entre fy et ey

        Sortie :      - Triplet (int ou float) : Coordonnées du centre de gravité d
    """
    x,y,z = centre_grav(rho,xmin, xmax, ymin, ymax, zmin, zmax)
    x,y,z = coord_R0_vers_coord_R1(x,y,z,theta)
    return (x,y,z)
```