



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## PROJETO FOURIER

Leonardo Sattler Cassará

Relatório apresentado à Prof.<sup>a</sup>  
Margarete O. Domingues como ati-  
vidade do curso Análise Wavelet I.

Repositório deste projeto:  
[github/leosattler/projeto-fourier](https://github.com/leosattler/projeto-fourier)

INPE  
São José dos Campos  
25 de setembro de 2020

## RESUMO

Neste trabalho, dados do fluxo solar na faixa de 10.7 cm foram analisados no contexto da Análise de Fourier. Três conjuntos de dados, médias diárias, médias de 27 dias e médias anuais foram explorados através da biblioteca `numpy` (da linguagem `Python`) com a rotina `numpy.fft`. O espectro de potência dos sinais foi extraído e seu resultado discutido à luz do conhecido ciclo de atividade solar, cujo período é de onze anos. O objetivo deste projeto é a familiarização de técnicas para análise de séries temporais através do formalismo de Fourier, contribuindo para a assimilação de conceitos relevantes à disciplina Análise Wavelet I.

Palavras-chave: Fluxo solar. Transformada de Fourier. Espectro de potência. Análise de sinal. Séries temporais.

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Médias diárias do índice F10.7 . . . . .	2
2.2 Médias de 27 dias do índice F10.7 . . . . .	3
2.3 Médias anuais do índice F10.7 . . . . .	4
2.4 Tratamento dos dados de média diária. . . . .	5
3.1 Exemplo Série de Fourier - função periódica. . . . .	6
3.2 Exemplo Série de Fourier - função não periódica. . . . .	6
3.3 Exemplo Transformada de Fourier. . . . .	7
4.1 Resultado da análise espectral. . . . .	8
4.2 Resultado em função do tempo. . . . .	8

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>2 OS DADOS . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>3 METODOLOGIA DE FOURIER . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>10</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O fluxo solar na faixa de 10.7 cm (doravante chamado F10.7) é uma medida da intensidade da emissão do sol na faixa do rádio, mais precisamente em 10.7 cm (ou 2800 MHz). Este índice é um indicador da atividade magnética do Sol, fornecendo informações da atividade solar no ultravioleta e raio-X. Por isso, esse índice é muito relevante em ramos como astrofísica, meteorologia e geofísica. Com aplicações em modelagem climática, seu monitoramento é importante para a manutenção dos sistemas de comunicação via satélite (HUANG et al., 2009).

Em conjunto com os dados de manchas solares, F10.7 é um dos indicadores mais usados para previsão da atividade solar. Por esse motivo, muitos estudos objetivando predição do clima espacial o utilizam como parâmetro de input. Por exemplo, Mordvinov (1986) utilizou autorregressão multiplicativa para predição mensal dos valores de F10.7. Dmitriev et al. (1999) aplicaram redes neurais para a predição. Por sua vez, Zhong et al. (2005) aplicou análise espectral para prever os valores de F10.7. Já Bruevich et al. (2014) aplicou análise Wavelet sobre as médias mensais desse dado para análise da série temporal.

A análise espectral é um método para representar um sinal como a combinação linear de funções periódicas. Ela faz parte de uma família de técnicas chamadas de Análise de Fourier. No presente trabalho, os dados do índice F10.7 são analisados no contexto da Análise de Fourier. Este manuscrito está assim organizado: na Seção 2 os dados e os tratamentos nele realizados são descritos; na Seção 3 é feita uma recapitulação da Análise de Fourier; na Seção 4 os resultados são apresentados com uma breve discussão; na Seção 5 são oferecidas as considerações finais do autor.

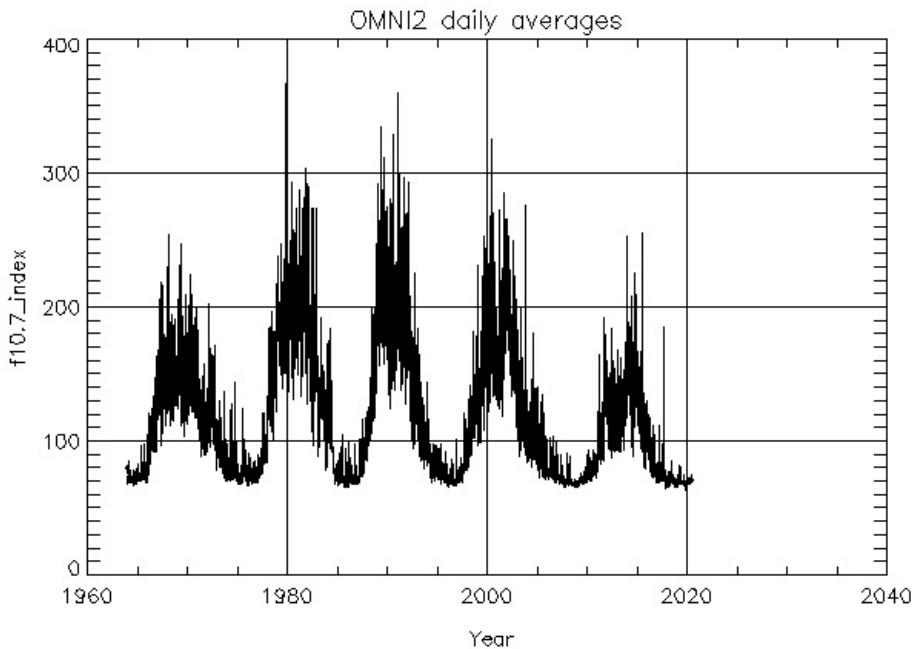
## 2 OS DADOS

Como descrito na seção anterior, os dados aqui analisados dizem respeito ao fluxo solar no comprimento de onda de 10.7 cm que, junto com o número de manchas solares, é um dos dados de mais longo registro da atividade solar - o início sistemático de sua observação se deu em 1947 (TAPPING, 2013). Esta quantidade é expressa em unidades de fluxo solar (ou sfu, do inglês *solar flux unit*), onde  $1 \text{ sfu} = 10^{-22} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ .

Os dados foram baixados de <https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>. Eles dizem respeito à série temporal de 28 de novembro de 1963 a 20 de julho

de 2020. Para esta janela temporal, os seguintes dados foram baixados: média dos valores diários (Figura 2.1), média de 27 dias (Figura 2.2) e média anual (Figura 2.3). As Figuras a seguir foram geradas automaticamente pelo portal de acesso aos dados.

Figura 2.1 - Médias diárias do índice F10.7.

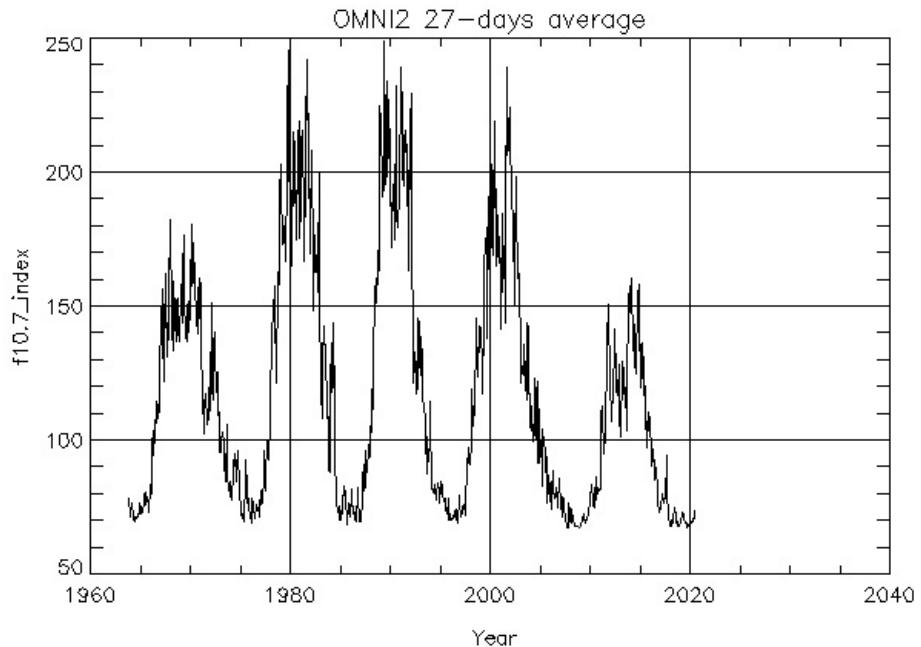


Médias das medições diárias do fluxo solar. Visualização fornecida pelo portal utilizado para download. Uma análise direta dos dados indicou presença de saltos com valores 999.9, denotando falhas na aquisição. Variações de grande amplitude ocorrem com maior frequência (diariamente), enquanto uma variação global de amplitude média ocorre na escala de alguns anos. O arquivo possui 20440 registros.

Fonte: <https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>.

Os dados diários (Figura 2.1) apresentam valores iguais a 999.9, denominados um valor espúrio a ser lidado antes da análise. Outra característica deste dado é que, para cada ano, existem 365 ou 366 registros, dependendo de ser um ano bissexto ou não. Para os dados da média de 27 dias (Figura 2.2), existem 13 ou 14 registros, dependendo do ano (por motivos intrínsecos ao processo de aquisição dos dados e seus intervalos de medição). Os dados anuais (Figura 2.3) possuem, como esperado, um registro para cada ano. Porém, os anos de 1963 e 2020 de todos os dados dizem respeito a registros incompletos destes anos (apenas de novembro a dezembro de 1963 e de

Figura 2.2 - Médias de 27 dias do índice F10.7.



Médias de 27 dias. As médias tornam o sinal menos oscilatório em pequenas escalas. Ao todo são 672 medições.

Fonte: <https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>.

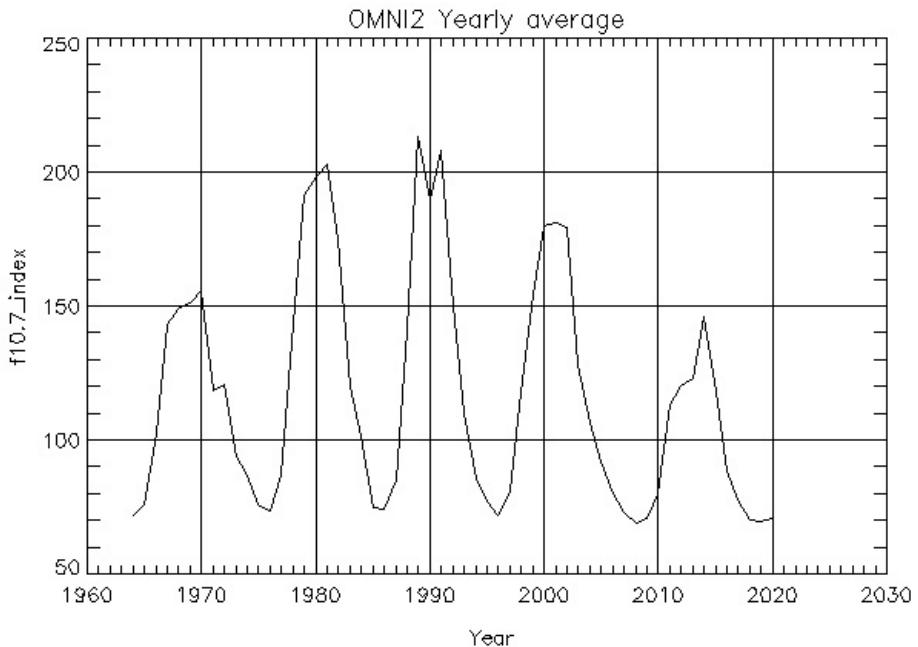
janeiro a julho de 2020).

Tendo em vista estas características, os dados foram tratados com a seguinte estratégia: (1) a série de 1964 a 2019 foi usada, ignorando-se os valores referentes a 1963 e 2020; (2) os valores 999.9 dos dados de média diária foram substituídos pela média da série; (3) 365 registros de cada ano foram usados nos dados de média diária, ignorando-se o registro extra dos anos bissextos; (4) 12 registros de cada ano foram usados nos dados de média de 27 dias, ignorando-se os demais; (5) o tamanho da série foi reduzida para a maior potência de dois entre zero e o tamanho da série. A Figura 2.4 exibe o dado de média diária antes e depois dos procedimentos (1), (2) e (3) descritos neste parágrafo.

### 3 METODOLOGIA DE FOURIER

Análise de Fourier é uma coleção de técnicas para representar funções (ou sinais) gerais como a combinação linear de funções periódicas (LI, 1999). As ferramentas

Figura 2.3 - Médias anuais do índice F10.7.



Média anual. Novamente o sinal evidencia sua característica de longo prazo: uma variação sinusoidal com o período de alguns anos. O arquivo possui 56 registros.

Fonte: <https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>.

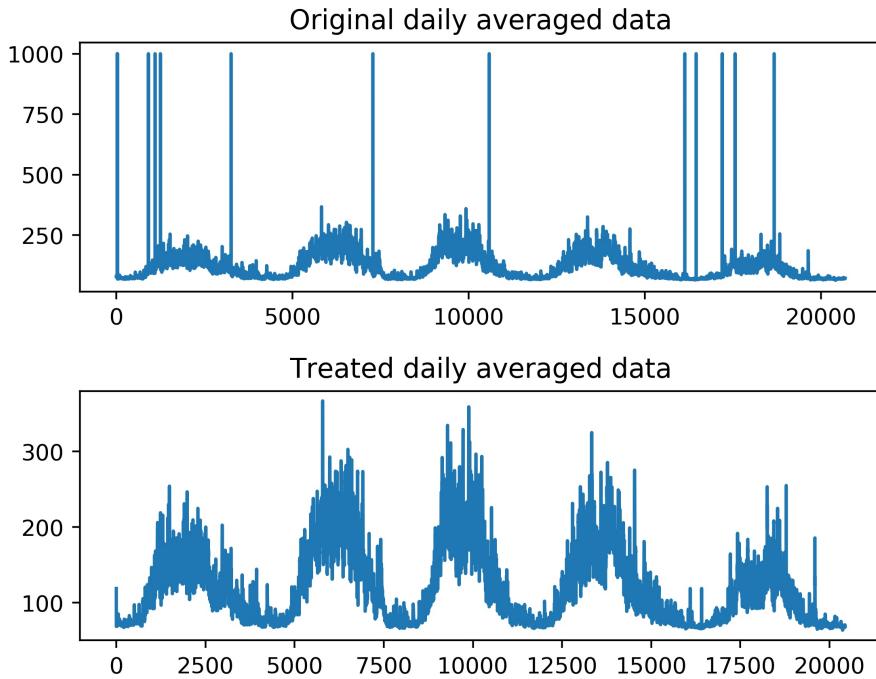
mais úteis na análise de Fourier são as três transformadas: Séries de Fourier, Transformada Discreta de Fourier (DFT) e Transformada Contínua de Fourier. O processo de calcular as transformadas é chamado de Análise Espectral de Fourier, e esta será a técnica aqui explorada para analisar os dados introduzidos na seção anterior.

Séries de Fourier são úteis para representar funções reais periódicas como uma soma de senos e cossenos com seus respectivos coeficientes (ou pesos). Tais funções sinusoidais formam uma base ortogonal no Espaço de Fourier. As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram a representação de sinais via Séries de Fourier.

A Transformada de Fourier (ou FT, uma abreviação do inglês *Fourier Transform*) não requer que um sinal seja periódico para ser utilizada. Entretanto, ela intrinsecamente considera que o sinal é uma composição de ondas senoidais (bem localizadas na frequência e mal localizadas no tempo). A FT pode ser usada para analisar os conteúdos freqüenciais de um sinal, e assim investigar persistências da série.

Uma aplicação da FT é o chamado espectro de potência. Ele é definido como o

Figura 2.4 - Tratamento dos dados de média diária.



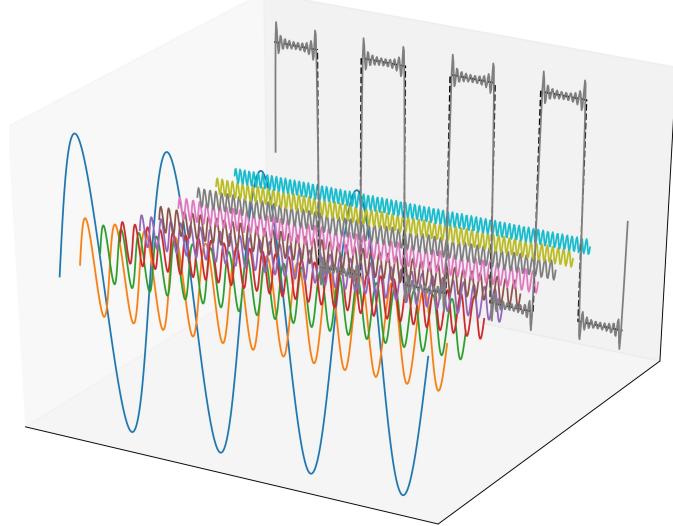
Topo: dados de média diária do fluxo F10.7 conforme baixados, sem nenhum tipo de tratamento; abaixo: mesmos dados após os procedimentos (1), (2) e (3) descritos nesta seção. No plot de baixo, o limite do eixo vertical é reduzido para que um aspecto interessante do sinal possa ser observado: existe uma assimetria na série temporal, que aparenta crescer mais rapidamente e decrescer mais lentamente.

módulo quadrado da FT. Ele representa a energia associada a cada conteúdo frequencial. Em outras palavras, a contribuição de cada frequência para a energia total do sinal. A Figura 3.3 é um exemplo do espectro de potência calculado para os sinais  $f_1$ ,  $f_2$  e uma combinação destes, evidenciando o significado do seu resultado, bem como a característica linear da FT.

Para a análise espectral dos dados de F10.7, foi utilizada a biblioteca Numpy do Python, com a rotina `fft` para computar a Transformada Discreta de Fourier. Baseada no algoritmo FFT (Fast Fourier Transform), ela explora a simetria dos termos calculados e computa a DFT de forma eficiente (COOLEY; TUKEY, 1965). Conforme o manual, a função `numpy.fft.fft`, particularmente utilizada nesta análise, fornece a transformada não normalizada. Se  $A = \text{fft}(\text{input})$ , o primeiro termo do output  $A[0]$  é o de frequência zero, ou seja, a soma do sinal.  $A[1:n/2]$  contém os termos de frequência positiva e  $A[n/2+1:]$  contém os termos de frequência negativa. O espectro de potência é obtido fazendo-se `numpy.abs(A)**2`. Tais informações foram

Figura 3.1 - Exemplo Série de Fourier - função periódica.

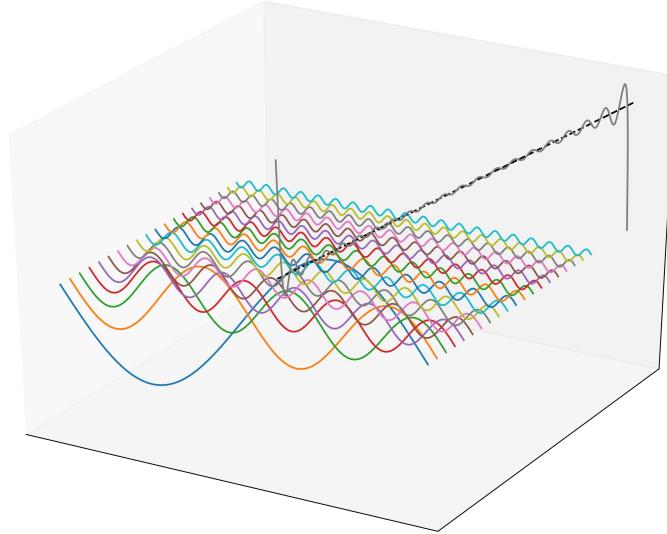
$$\text{Square Wave: } SW(x) = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \dots \right] (\text{N terms} = 20)$$



Representação de um sinal de perfil quadrado (linha tracejada preta ao fundo) como a soma de senos (linha cinza cheia sobre a linha preta tracejada). No gráfico, os vinte primeiros termos da série são apresentados em sequência.

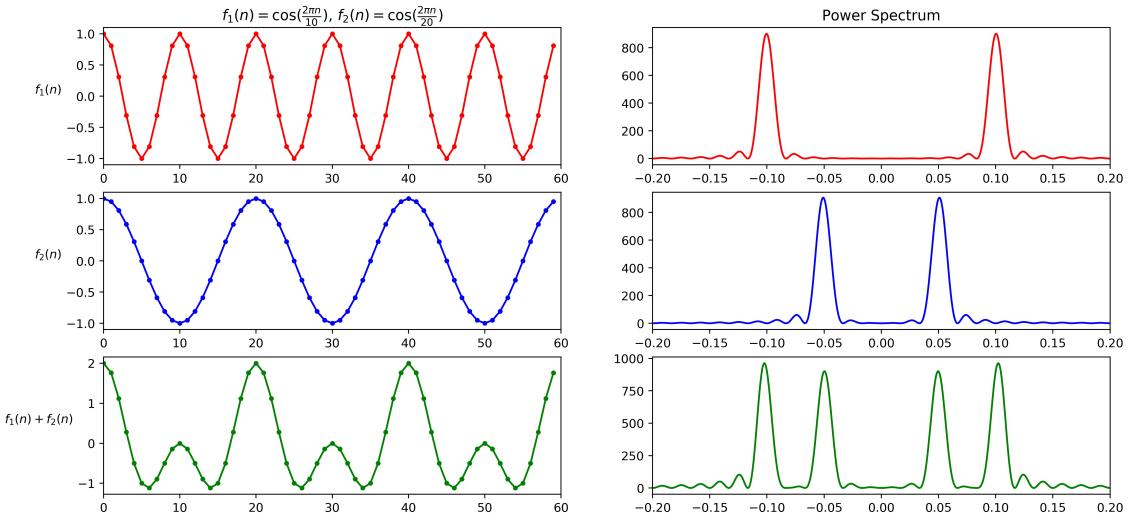
Figura 3.2 - Exemplo Série de Fourier - função não periódica.

$$f(x) = x: F(x) = 2 \left[ \frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] (\text{N terms} = 20)$$



Aplicação das Séries de Fourier, desta vez sobre a função  $f(x) = x$ . Pode-se observar que mesmo para uma função não necessariamente periódica, é possível a representação em termos de funções sinusoidais. Os vinte primeiros termos foram usados para representar a função.

Figura 3.3 - Exemplo Transformada de Fourier.



Esquerda: funções  $f_1$  (no topo, de frequência 0.1),  $f_2$  (no meio, de frequência 0.5) e uma combinação destas (abaixo). Direita: espectro de potência dos respectivos sinais à esquerda. O último plot evidencia a característica linear da FT, onde a soma dos sinais resultou num espectro de potência com duas assinaturas de frequência, correspondentes às assinaturas individuais dos sinais  $f_1$  e  $f_2$ .

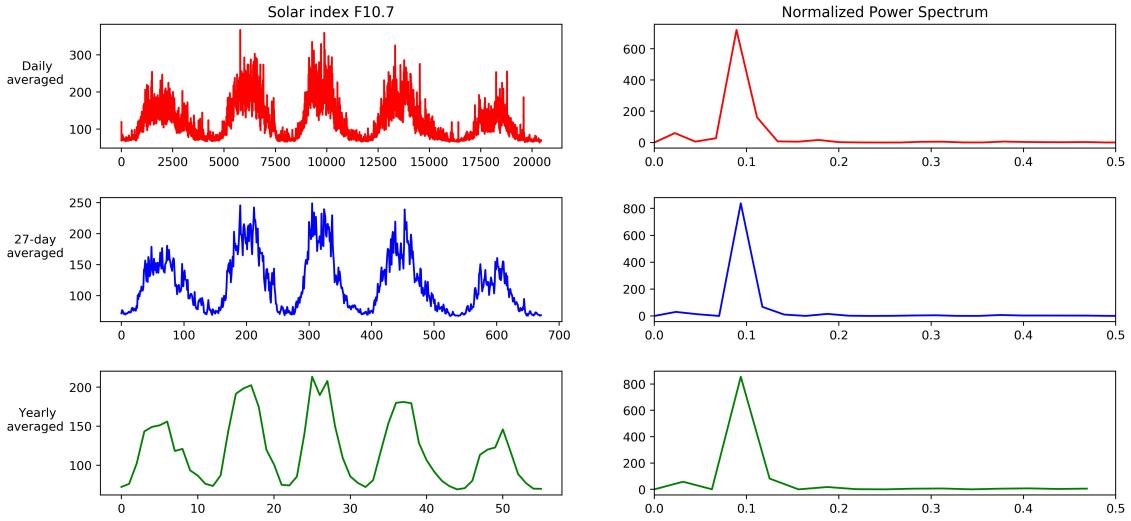
usadas para gerar a Figura 3.3 e também os resultados apresentados na próxima seção.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 4.1 é o resultado da aplicação da FFT sobre os dados de F10.7. O espectro de potência produzido é exibido normalizado pelo tamanho da série, e somente metade dos coeficientes é mostrado (visto que o output é simétrico). A Figura 4.2 é o mesmo resultado em função do tempo.

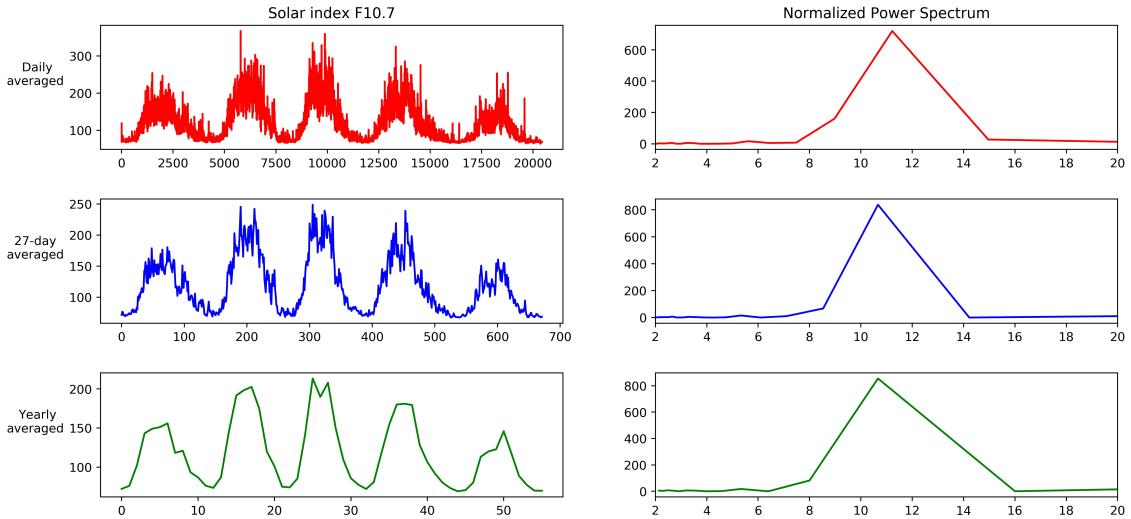
A principal diferença entre os três conjuntos de dados explorados está no tamanho da série. Por representarem o mesmo período temporal, pode-se interpretar que são registros do mesmo fenômeno em diferentes taxas de aquisição de dados (ou *sampling*). Uma análise da Figura 4.1 indica que a média diária, o conjunto de dados de maior tamanho ( $2^{14}$  entradas após tratamento) foi capaz de indicar a assinatura de frequências do sinal tão bem quanto os demais conjuntos (a média de 27 dias teve seu tamanho reduzido para  $2^9$  registros e a média anual para  $2^5$  após os procedimentos de tratamento discutidos na Seção 2). Isto deve-se ao fato de

Figura 4.1 - Resultado da análise espectral.



À esquerda, dados do fluxo solar com média diária (vermelho, cima), de 27 dias (azul, meio) e anual (verde, abaixo). À direita, resultado do espectro de potência normalizado dos respectivos sinais à esquerda. Somente metade dos coeficientes são exibidos, visto que o output é simétrico. O resultado indica que o pico da atividade solar ocorre em frequências baixas (em ciclos mais longos que um ano).

Figura 4.2 - Resultado em função do tempo.



Espectro de potência em função do período. O pico de atividade solar ocorre aproximadamente a cada onze anos.

que todos os dados fazem parte de uma série histórica longa o suficiente (55 anos) para captar a assinatura do ciclo, e por isso a análise espectral é igualmente robusta

para os três conjuntos analisados. E, conforme esperado, os resultados da Figura 4.2 indicam um ciclo de aproximadamente onze anos da atividade solar, um valor verificado na literatura e obtido também através da análise da variação do número de manchas solares.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades realizadas no presente trabalho tiveram como objetivo solidificar os conceitos pertinentes à análise de sinais temporais. As ferramentas da Análise de Fourier foram aplicadas em dados de fluxo solar na faixa de 10.7 cm, que indicam a atividade solar cujo ciclo é conhecido e igual a onze anos. Dados de diferentes tamanhos referentes ao mesmo período temporal foram adquiridos e, em seguida: (1) explorados para familiarização e identificação de inconsistências; (2) tratados de maneira pertinente à análise espectral e (3) analisados com a rotina `numpy.fft` do Python.

A rotina `numpy.fft` forneceu a Transformada Discreta de Fourier através do algoritmo FFT (Fast Fourier Transform). O resultado foi utilizado para gerar o espectro de potência. As Figuras 4.1 e 4.2 sugerem que a análise foi capaz de apontar o ciclo de período esperado (onze anos). Tais resultados indicam que as ferramentas utilizadas foram assimiladas de maneira satisfatória.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRUEVICH, E.; BRUEVICH, V.; YAKUNINA, G. The study of time series of monthly averaged values of f10. 7 from 1950 to 2010. **arXiv preprint arXiv:1401.7033**, 2014. [1](#)

COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of computation**, JSTOR, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965. [5](#)

DMITRIEV, A.; MINAEVA, Y.; ORLOV, Y.; RIAZANTSEVA, M.; VESELOVSKY, I. Solar activity forecasting on 1999-2000 by means of artificial neural networks. **EGS XXIV General Assembly**, v. 22, 1999. [1](#)

HUANG, C.; LIU, D.-D.; WANG, J.-S. Forecast daily indices of solar activity, f10. 7, using support vector regression method. **Research in Astronomy and Astrophysics**, IOP Publishing, v. 9, n. 6, p. 694, 2009. [1](#)

LI, X. Fourier analysis. **Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering**. Available online Dec, v. 27, 1999. [3](#)

MORDVINOV, A. Prediction of monthly indices of solar activity f 10.7 on the basis of a multiplicative autoregression model. **BSold**, v. 1985, p. 67–73, 1986. [1](#)

TAPPING, K. The 10.7 cm solar radio flux (f10. 7). **Space Weather**, Wiley Online Library, v. 11, n. 7, p. 394–406, 2013. [1](#)

ZHONG, Z.; LIU, Q.; HE, X.; GONG, J. Application of singular spectrum analysis to solar 10.7 cm radio flux 27-day forecast. **Chinese Journal of Space Science**, v. 25, n. 3, p. 199–203, 2005. [1](#)