

Projeto Fourier

Trabalho da disciplina CAP-384

Leonardo Sattler Cassará

INPE

28/09/2020

Sumário

1 Introdução

2 Os Dados

3 Metodologia de Fourier

4 Resultados e Discussão

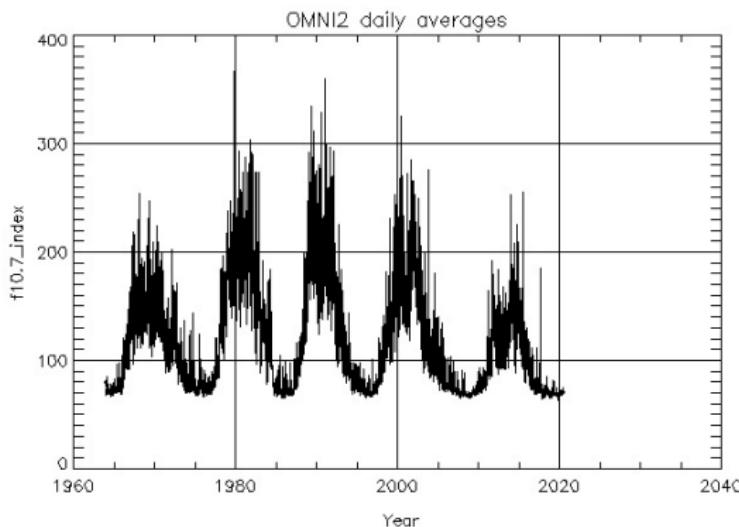
5 Considerações Finais

Introdução

- Fluxo solar na faixa de 10.7 cm
- Indicador de emissões do sol na faixa do rádio
- Um dos registros mais longos da atividade solar
- Três conjuntos de dados baixados (11/1963 a 07/2020):
 - ▶ Médias diárias (20440 registros)
 - ▶ Médias de 27 dias (672 registros)
 - ▶ Médias anuais (56 registros)
- Utilizado o pacote Numpy com a rotina `numpy.fft`
- Espectro de potência produzido e seu ciclo analisado

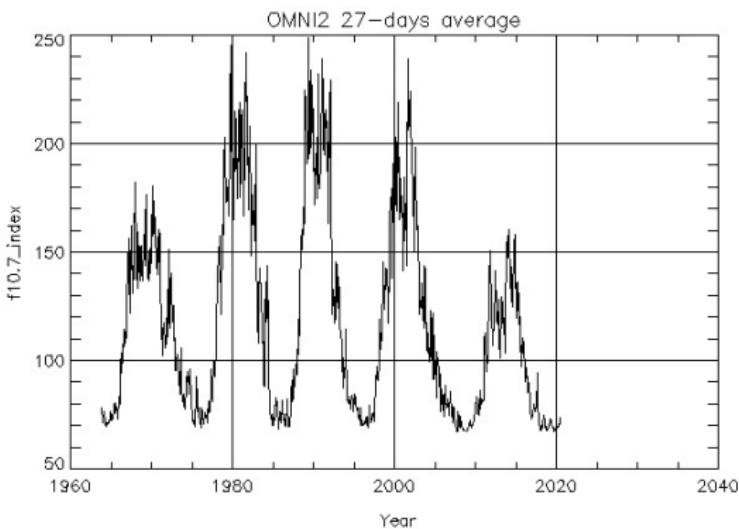
Os Dados - Médias diárias

- Presença de saltos com valores 999.9
- 365 ou 366 registros por ano (a depender se ano bissexto)
- Variações de grande amplitude ocorrem com maior frequência (escala de dias)
- Tamanho final: 2^{14} registros



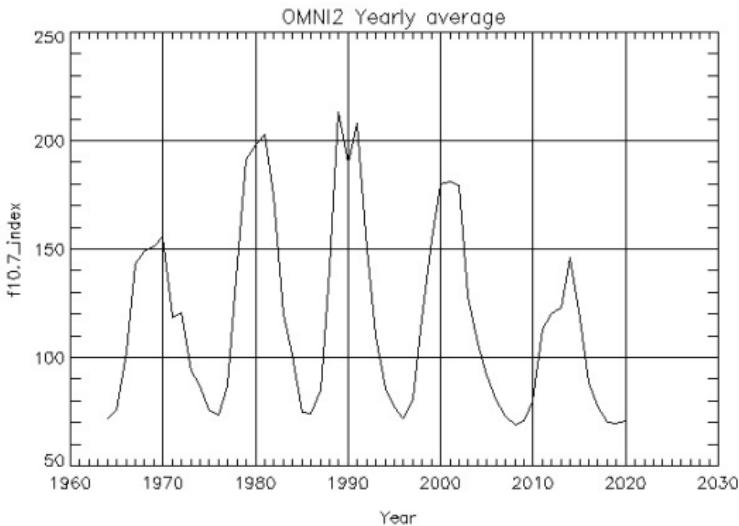
Os Dados - Médias de 27 dias

- Cada ano com 13 ou 14 registros
- Sinal menos oscilatório em pequenas escalas
- Tamanho final: 2^9 registros

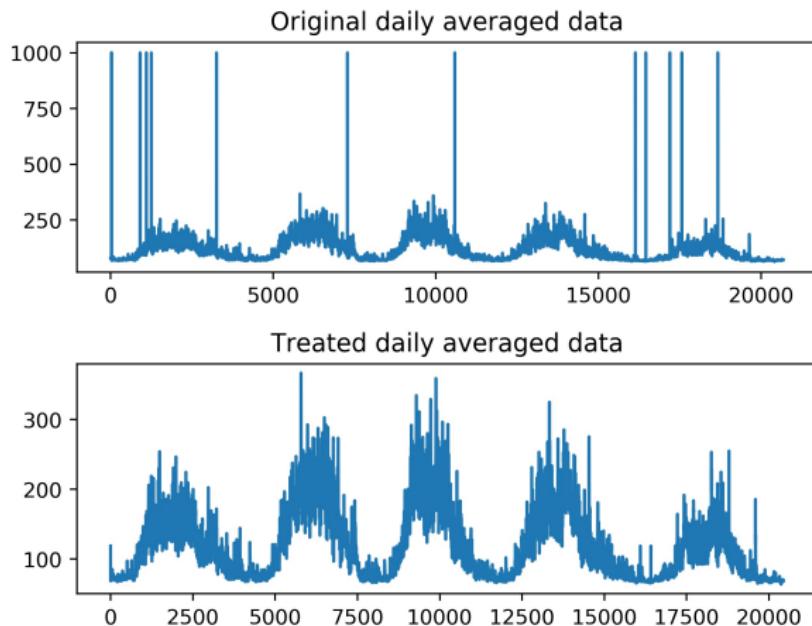


Os Dados - Médias anuais

- Dado sem flutuações
- Característica de longo prazo: variação sinusoidal com período de aprox. onze anos
- Tamanho final: 2^5 registros



Os Dados - Exemplo de tratamento



Metodologia de Fourier

Análise de Fourier

Análise de Fourier é uma coleção de técnicas para representar funções (ou sinais) gerais como a combinação linear de funções periódicas. As ferramentas mais úteis na análise de Fourier são suas transformadas.

Transformadas importantes:

Séries de Fourier

Transformada Contínua de Fourier

Transformada Discreta de Fourier

Séries de Fourier

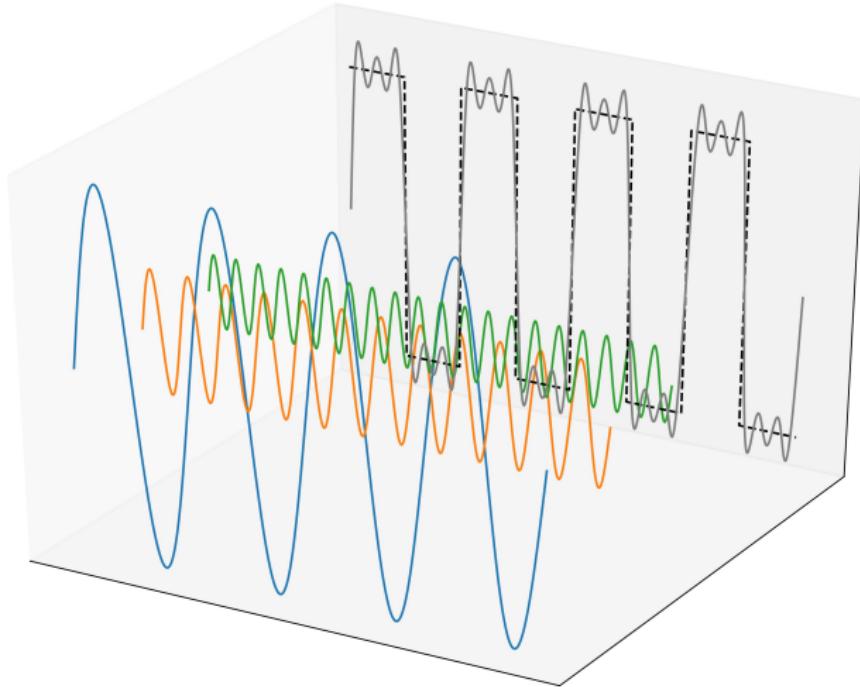
- Representa funções como uma soma infinita de senos e cossenos:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kx, \quad x \in [-\pi, \pi]$$

- a_k e b_k são os coeficientes de Fourier
- Os senos e cossenos são as bases
- k é o número de onda, ou a quantidade de ciclos dentro do intervalo $[-\pi, \pi]$

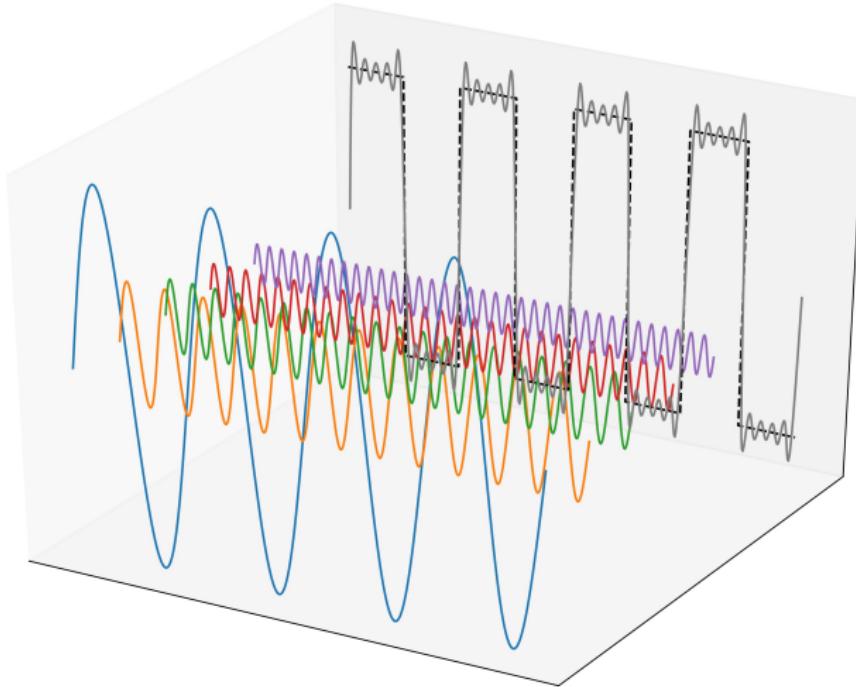
Séries de Fourier

$$\text{Square Wave: } SW(x) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \dots \right] (\text{N terms} = 5)$$



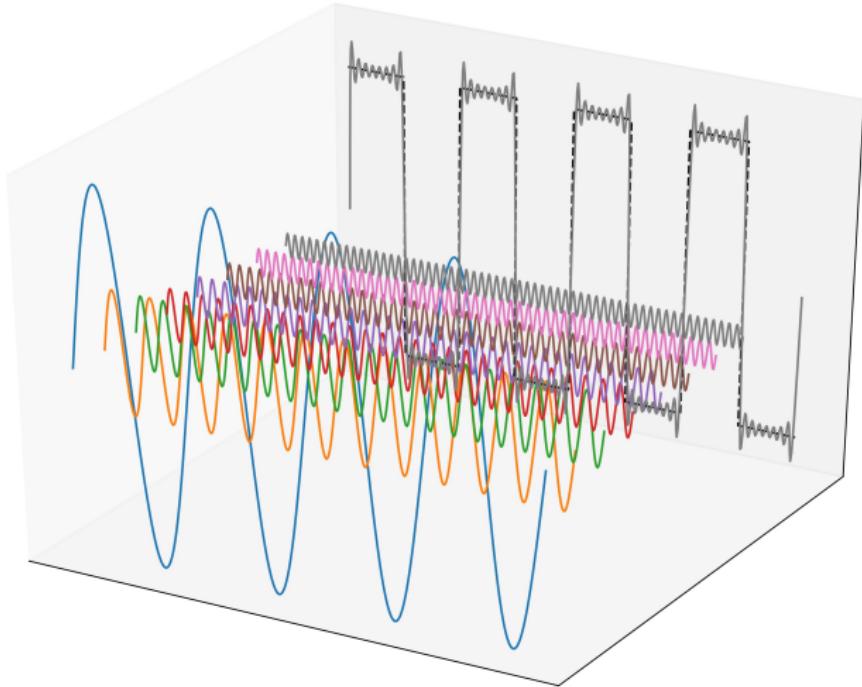
Séries de Fourier

Square Wave: $SW(x) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \dots \right]$ (N terms = 10)



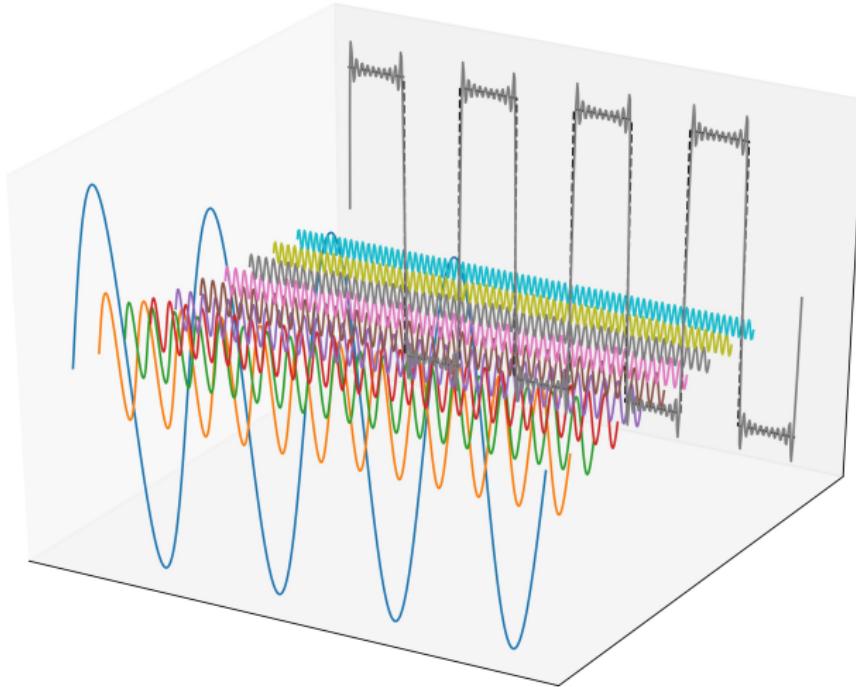
Séries de Fourier

Square Wave: $SW(x) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \dots \right]$ (N terms = 15)



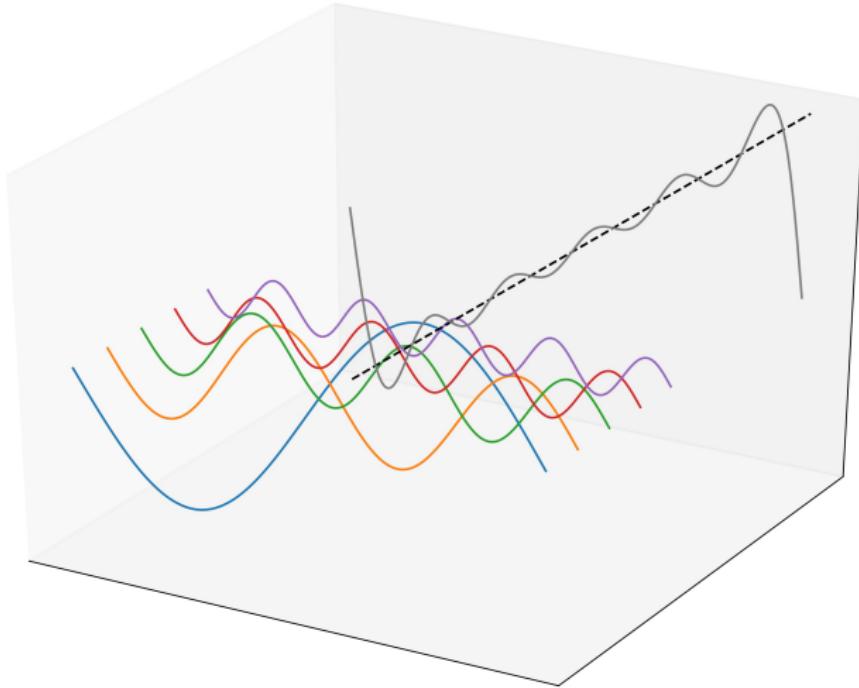
Séries de Fourier

Square Wave: $SW(x) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \dots \right]$ (N terms = 20)



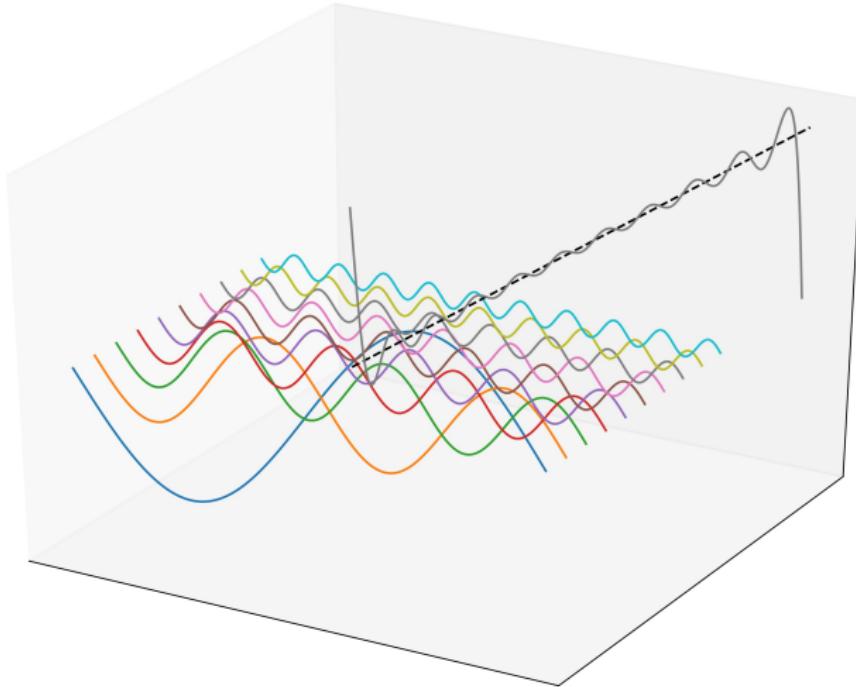
Séries de Fourier

$$f(x) = x; F(x) = 2 \left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] \text{ (N terms = 5)}$$



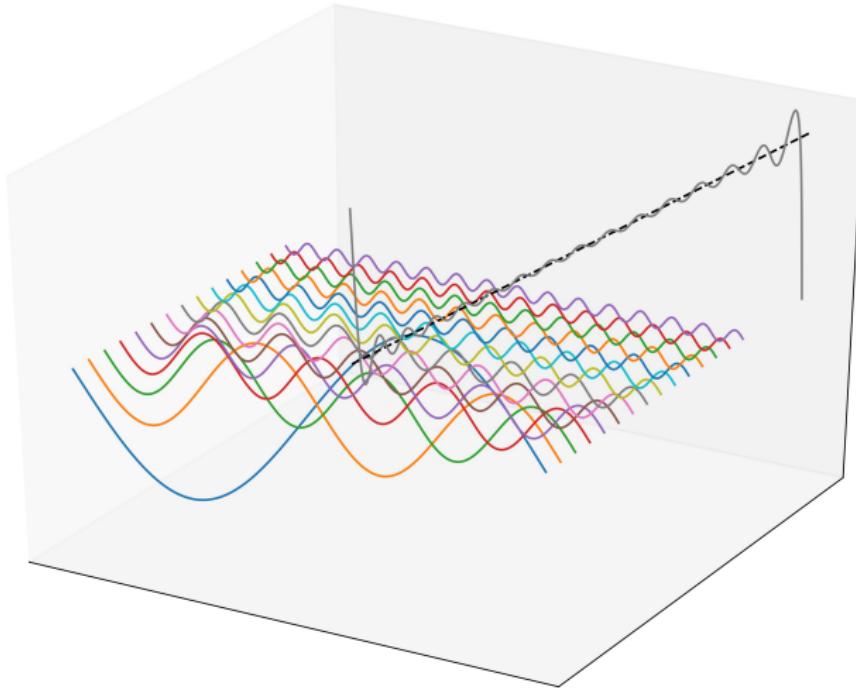
Séries de Fourier

$$f(x) = x; F(x) = 2 \left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] \text{ (N terms = 10)}$$



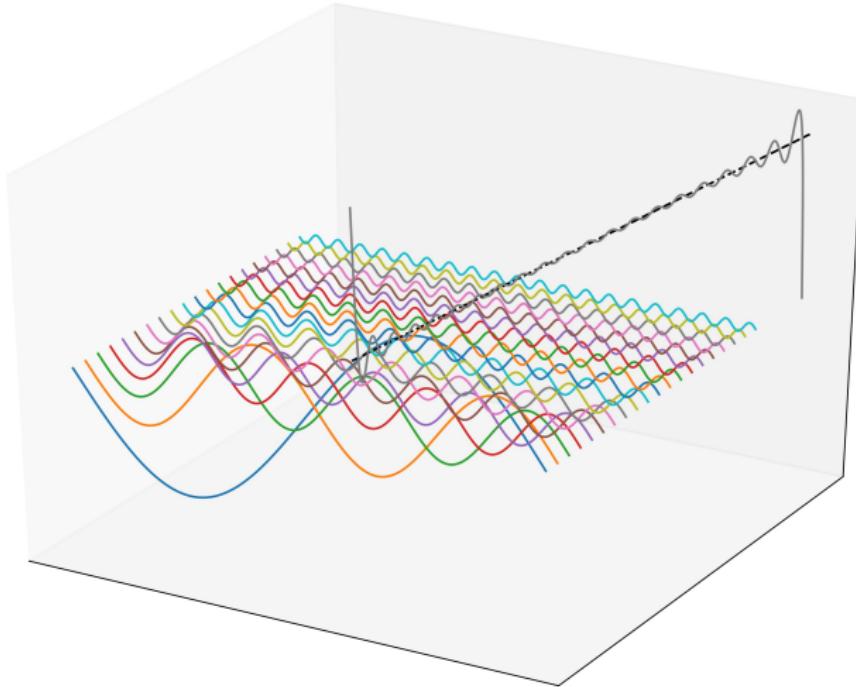
Séries de Fourier

$$f(x) = x; F(x) = 2 \left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] \text{ (N terms = 15)}$$



Séries de Fourier

$$f(x) = x; F(x) = 2 \left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] \text{ (N terms = 20)}$$



Transformada Contínua de Fourier

- Transforma uma função definida no domínio do tempo para o domínio da frequência
- Transformada direta:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp^{-i\omega t} dt$$

- Transformada inversa:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp^{i\omega t} d\omega$$

- $\omega = 2\pi/T$ é a frequência em radianos por unidade de tempo

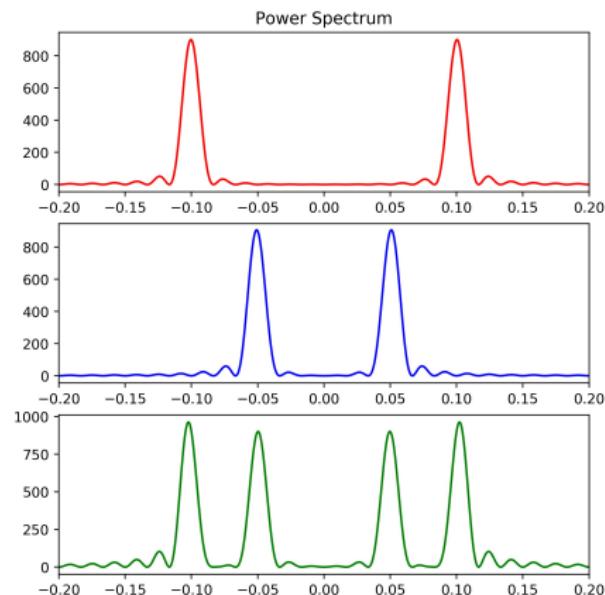
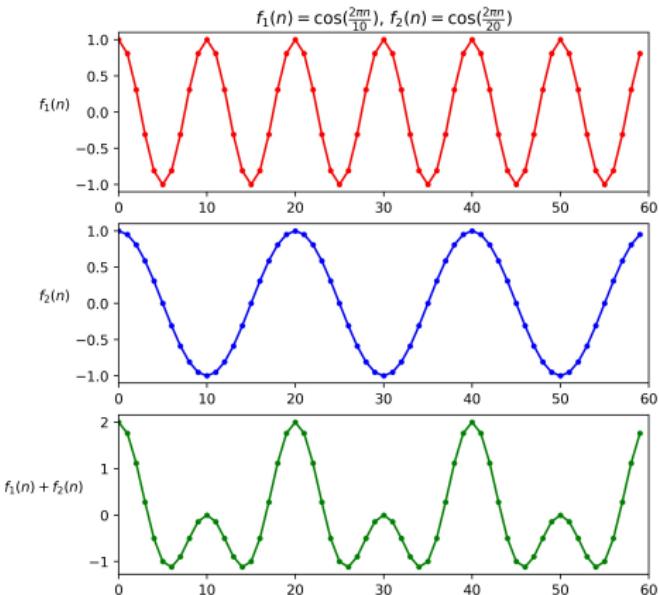
Espectro de Potência

- É o quadrado da Transformada de Fourier, representando a energia associada a cada componente de frequência do sinal

$$F(\omega)F^*(\omega) = |F(\omega)|^2$$

- Em outras palavras, é o quadrado dos coeficientes, $a_k^2 + b_k^2$, em função da frequência

Espectro de Potência

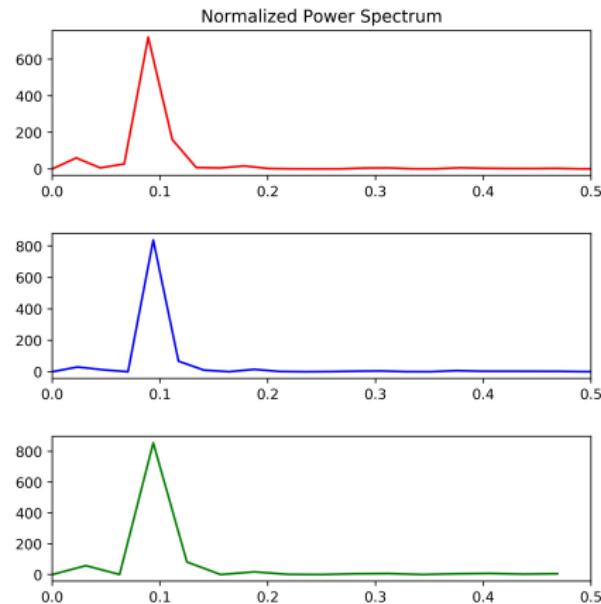
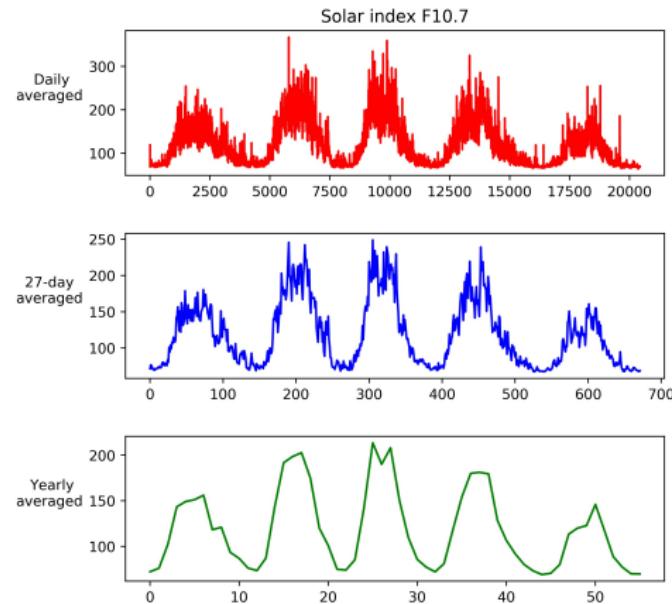


Transformada Discreta de Fourier - Algoritmo FFT

- Contrapartida discreta da Transformada Contínua de Fourier
- Esta transformada se aplica a uma sequência finita de registros (tomadas num intervalo uniforme de tempo), convertendo-a numa sequência de mesmo tamanho em função da frequência
- Implementação numérica: FFT (Fast Fourier Transform)
- Em Python (com o pacote Numpy):

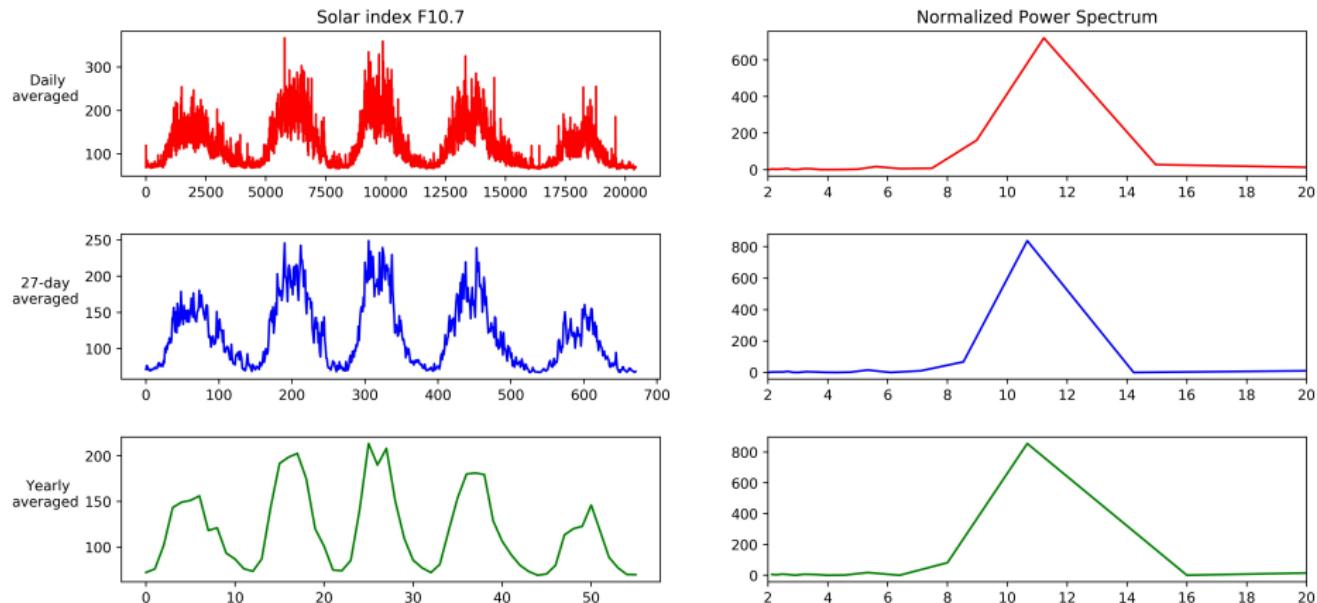
```
import numpy.fft as fft
dado = np.genfromtxt('data.txt') # importando dado
dado_ft = fft.fft(dado) # transf. discreta de Fourier
dado_ps = abs(dado_ft)**2 # espectro de potencia
```

Resultados - Espectro de potência vs frequência



Somente metade dos coeficientes são exibidos, visto que o output é simétrico. O resultado indica que o pico da atividade solar ocorre em frequências baixas (em ciclos mais longos que um ano).

Resultados - Espectro de potência vs tempo



Espectro de potência em função do tempo. O pico de atividade solar ocorre aproximadamente a cada onze anos.

Discussão

- Recapitulação dos dados
 - ▶ Três conjuntos diferentes, com tamanhos diferentes
 - ▶ Amostras do mesmo período temporal
 - ▶ Representam samplings diferentes
- Assinatura de frequência evidente em todos os espectros
- Período encontrado (aproximadamente onze anos) é o esperado
- Todos os dados fazem parte de uma série histórica longa o suficiente (55 anos) para captar a assinatura do ciclo, e por isso a análise espectral é igualmente robusta para os três conjuntos analisados

Considerações Finais

Conceitos importantes explorados:

- Tratamento de dados
- Análise de Fourier
- Rotina `numpy.fft`

Principais conclusões:

- Ciclo de onze anos presente nos resultados
- As ferramentas da análise foram corretamente implementadas

Links

Fonte dos dados:

<https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>

Repositório deste projeto:

<https://github.com/leosattler/projeto-fourier.git>

Obrigado!