

## Let's start with the beginning

Dans ce TD, aucune boucle, ni `for`, ni `while` n'est autorisée.

### To recurse is divine

#### Exercice 1 (Puissance)

Écrire une fonction calculant le résultat de  $x^n$ , avec  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

#### Exercice 2 (Quotient)

Soient deux entiers naturels non nuls  $a$  et  $b$ . Écrire une fonction calculant le quotient entier de  $a$  sur  $b$ , ainsi que le reste, en n'utilisant que des opérateurs additifs (les seules opérateurs autorisés sont  $+$  et  $-$ ).

#### Exercice 3 (Fibonacci)

Écrire une fonction calculant le  $n^{\text{ème}}$  terme de la suite de Fibonacci.

$$\begin{aligned} \text{fibonacci}(0) &= \text{fibonacci}(1) = 1 \\ \text{fibonacci}(n) &= \text{fibonacci}(n-1) + \text{fibonacci}(n-2) \end{aligned}$$

#### Exercice 4 (Euclide)

Écrire une fonction calculant le pgcd de 2 entiers  $a$  et  $b$  strictement positifs en utilisant la méthode d'Euclide dont le principe est rappelé ci-dessous.

*Algorithme d'Euclide :*

Si  $a$  et  $b$  sont deux entiers avec  $a \geq b$ , si  $r$  est le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$  :  
 $a = bq + r$  avec  $r < b$ , alors le pgcd de  $a$  et  $b$  vaut le pgcd de  $b$  et  $r$ .  
Si  $a$  est divisible par  $b$ , alors le pgcd de  $a$  et  $b$  est  $b$ .

#### Exercice 5 (Miroir)

Écrire une fonction qui donne le "miroir" d'un entier passé en paramètre s'il est positif.

*Exemple :*  $1278 \rightarrow 8721$ .

*Remarque :* si l'entier donné est 1250, le résultat sera 521.

#### Exercice 6 (Liste vers 9)

On donne un nombre entier positif  $AB$  à deux chiffres  $A$  et  $B$  tels que  $A$  différent de  $B$ .  
Soit par exemple  $AB = 19$ .

— En inversant les chiffres on obtient 91.

— On effectue la différence entre 91 et 19 pour obtenir le nombre suivant :  $91-19=72$ .

On répète ce procédé avec 72 (on obtient  $45 = 72-27$ ). Une dernière répétition de cette méthode donne  $9 = 54-45$ . La liste de nombres ainsi générée est appelée "liste vers 9" car elle s'arrête avec le nombre 9.

Si les deux chiffres  $A$  et  $B$  sont égaux, la liste vers 9 n'est pas définie.

Écrire une fonction `list_to_9(n)` qui affiche la liste vers 9 d'un entier positif à deux chiffres différents et retourne le nombre d'éléments de cette liste (0 si la liste n'est pas définie).

*Exemples d'applications :*

```
1 >>> list_to_9(19)
2 19
3 72
4 45
5 9
```

```
6      4 # return value of list_to_9(19)
7      >>> list_to_9(22)
8      no list to 9!
9      0 # return value of list_to_9(22)
10     >>> list_to_9(123)
11     123 is not a 2-digit positive integer
12     0 # return value of list_to_9(123)
```

## Bonus

Vous pouvez refaire le TD avec des boucles !

### Exercice 7 (Nombres Parfaits)

Un nombre est dit parfait s'il est plus grand que 1 et égal à la somme de tous ses diviseurs qui lui sont strictement inférieurs.

Exemple :  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ .

Écrire un script qui lit un entier, puis, s'il est valide, affiche tous ses diviseurs et détermine si celui-ci est parfait.

Exemple d'affichage :

```
1      give n
2      28
3      divisors are: 1, 2, 4, 7, 14,
4      28 is perfect.
```

**Bonus :** écrire une version optimisée qui affiche les diviseurs dans l'ordre.

### Exercice 8 (Bonus : Multiplication égyptienne)

Écrire une fonction qui calcule  $x \times y$  en n'utilisant que des additions, des multiplications par 2 et des divisions par 2.

*Indices :*

- $10 \times 13 = 2 \times (5 \times 13)$  car 10 est pair.
- $11 \times 13 = 2 \times (5 \times 13) + 13$  car 11 est impair.