

La définition d'un *type algébrique abstrait* (ou *type abstrait de donnée*) est la composée d'une signature et d'un système d'axiomes qui la caractérise.

1 Signature

La signature d'un type abstrait est composée des types et des opérations. Les types permettent de préciser à l'aide de plusieurs noms d'ensembles de valeurs le ou les type(s) à définir. Par exemple :

TYPES

pile, liste, graphe, arbre²³⁴

Les opérations nomment les propriétés propres au(x) type(s) que l'on veut définir : identifiant (nom), déclaration formelle (*profil*) des arguments (types) et type de leur résultat.

OPÉRATIONS

<i>supprimer</i> :	liste \times entier \rightarrow liste	utilisation : <i>supprimer</i> (λ , i)
<i>longueur</i> :	liste \rightarrow entier	
<i>ième</i> :	liste \times entier \rightarrow élément	
$_ \wedge _$:	entier \times entier \rightarrow entier	utilisation : $4^{\sim}2$
<i>Faux</i> :	\rightarrow booléen	constante, utilisation : <i>Faux</i>

2 Hiérarchie

Un type est :

- *défini* s'il est nouveau : "en conception", précisé dans **TYPES**,
- *prédéfini* s'il existe déjà : "déjà conçu" et précisé dans **UTILISE**, avant **OPÉRATIONS**.

UTILISE

entier, booléen, élément

Une opération est :

- une *opération interne* si elle renvoie un résultat de type défini (elle modifie l'état de la donnée elle-même),
- un *observateur* si elle possède au moins un argument de type défini et si elle renvoie un résultat de type prédéfini.

3 Propriétés

La *définition algébrique des opérations* donne les propriétés par le biais d'**axiomes**.

Il faut d'abord donner les **préconditions** : domaines de définition des opérations *partielles* (qui ne sont pas définies partout).

PRÉCONDITIONS

supprimer(λ , i) **est-défini-ssi** *estvide*(λ) = Faux & $1 \leq i \leq \text{longueur}(\lambda)$

Les axiomes permettent de définir ce que font les opérations internes, pour le savoir il suffit de leur appliquer leurs propres observateurs.

AXIOMES

$1 \leq i < k \Rightarrow \text{ième}(\text{supprimer}(\lambda, k), i) = \text{ième}(\lambda, i)$
 $k \leq i \leq \text{longueur}(\lambda) - 1 \Rightarrow \text{ième}(\text{supprimer}(\lambda, k), i) = \text{ième}(\lambda, i + 1)$
 $\text{longueur}(\text{supprimer}(\lambda, k)) = \text{longueur}(\lambda) - 1$

L'ensemble des axiomes établi doit respecter deux propriétés :

- la *consistance* : l'absence d'axiomes contradictoires appelée ;
- la *complétude* : le fait d'avoir écrit suffisamment d'axiomes.

On termine par la partie **AVEC** qui donne pour chaque nom utilisé son type :

AVEC

liste λ
entier i, k