

Arbres-B (B-trees)

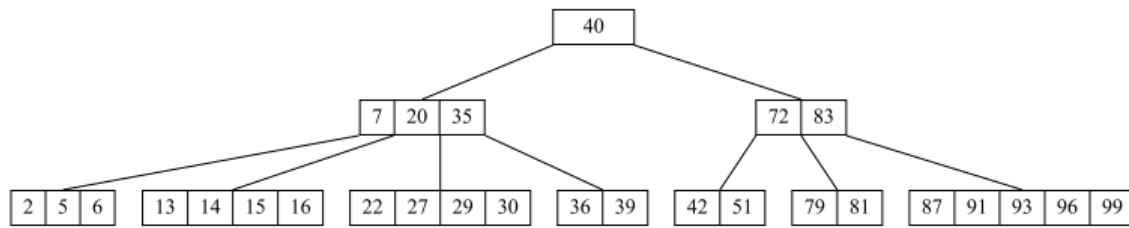


FIGURE 1 – B-arbre ?

1 Préliminaires

Exercice 1 (Arbres : de recherche, B, B+, 2-3-4...)

Qu'est-ce ? A quoi ça sert ?

1. Arbre (général) de recherche (M -way search tree or (general) search tree)
2. Arbre B (B-tree), Arbre B+ (B+ tree)
3. Arbre 2-3-4 (2-4 tree)

Exercice 2 (Implémentation des B-arbres)

1. Quelles sont les informations nécessaires à la représentation d'un B-arbre ?
2. Parmi les implémentations des arbres généraux laquelle est la plus appropriée pour les B-arbres ?
Quelles sont les modifications à apporter à l'implémentation choisie.

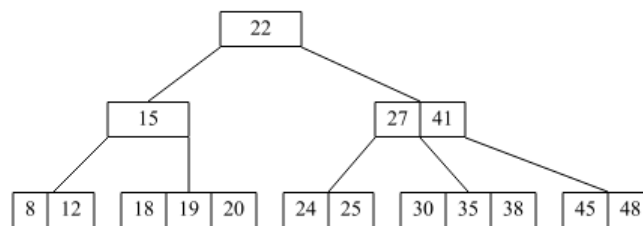


FIGURE 2 – B-arbre ?

2 Classiques

Pour simplifier les explications : dans un nœud, pour chaque clé n° i on nommera *fil gauche* le fils n° i , et *fil droit* le fils n° $i + 1$.

Exercice 3 (Minimum & Maximum)

1. Où se trouvent la valeur minimum et la valeur maximum d'un B-arbre ?
2. Écrire les deux fonctions permettant de récupérer la valeur minimum (resp. maximum) d'un B-arbre non vide.

Exercice 4 (Recherche (Search))

Écrire une fonction qui recherche une valeur x dans un B-arbre. La fonction retourne le couple (B, i) tel que $B.keys[i] == x$ si la recherche est positive, la valeur `None` sinon

Exercice 5 (Insérer un nouvel élément : la méthode classique)

1. (a) Où peut-on insérer un nouvel élément dans un B-arbre afin qu'il conserve ses propriétés ?
(b) Quel problème cela pose ?
(c) Quelle transformation peut être appliquée à l'arbre pour le résoudre ? Dans quelles conditions peut-on effectuer cette transformation ?
(d) Écrire la fonction réalisant cette transformation dans le *cas idéal*¹.
2. On peut utiliser cette transformation de deux manières : à la descente (*principe de précaution*) ou à la remontée.
Pour chacune de ces méthodes :
 - (a) Donner le principe d'insertion.
 - (b) Construire un nouveau B-arbre de degré 2 (arbre 2-3-4) par insertions successives des éléments suivants :
5, 15, 40, 25, 18, 45, 38, 42, 9.
3. Écrire la fonction d'insertion dans un B-arbre en appliquant le principe de précaution.

Exercice 6 (Suppression d'un élément : à la descente)

1. Comment supprimer une clé lorsque l'on n'est pas en feuille ? Utiliser comme exemple la suppression de la valeur 27 dans l'arbre de la figure 2 (on préférera ici systématiquement le côté gauche, mais ce choix pourra être remis en cause plus tard !).
2. (a) Quel problème pose la suppression de la valeur 24 dans l'arbre obtenu ? Quelle transformation permet de résoudre le problème (s'inspirer des transformations sur les AVL) ? Supprimer cette valeur, puis la valeur 25, en utilisant cette nouvelle transformation.
(b) Écrire les deux fonctions de cette transformation (à gauche, à droite), en précisant les conditions d'appels.
3. (a) Quel problème pose la suppression soit de la valeur 35, soit de la valeur 30, dans le dernier arbre ? Quelle nouvelle transformation faut-il appliquer ?
(b) Écrire la fonction de la nouvelle transformation, en précisant les conditions d'appel.
4. En appliquant un principe de précaution similaire à celui vu pour l'insertion, supprimer successivement les valeurs 15, 22, 8, 20, 30, 18, 45, 12, 48, 19, 41. Essayer de limiter les destructions de nœuds.
Construire en même temps le principe de la suppression d'un élément dans un B-arbre.
5. Écrire la fonction de suppression.

1. Pas la racine de l'arbre, pas de soucis de "place".