Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro - IPRJ

Cursos de Graduação em Engenharia da Computação e Engenharia Mecânica

Modelagem de Reservatório de Petróleo – 2018.2

SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO MONOFÁSICO EM MEIOS POROSO PARA O CASO UNIDIMENSIONAL EM X

Kayo Brito Matos

Leonardo Simões

Luciano Figueiredo Cezario da Silva

Professor:

Grazione de Sousa Boy

Nova Friburgo/RJ

Novembro de 2018

Kayo Brito Matos

Leonardo Simões

Luciano Figueiredo Cezario da Silva

SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO MONOFÁSICO EM MEIOS POROSO PARA O CASO UNIDIMENSIONAL EM X

RELATÓRIO 1 DE MODELAGEM DE RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO

Relatório técnico realizado pelos alunos dos cursos de engenharia mecânica e engenharia de computação, como parte dos requisitos necessários à obtenção de aprovação na disciplina de modelagem de reservatório petróleo.

Orientador: Grazione de Souza boy

Nova Friburgo-RJ

2018

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Tabelas **Página**

Gráficos **Página**

SUMÁRIO

Página

1. OBJETIVO

O objetivo desse trabalho foi obter a solução analítica do problema de cálculo da pressão em escoamento monofásico em meios porosos para o caso unidimensional em x sob regime transiente. As soluções obtidas foram plotadas em gráficos para observação e comprovação de hipóteses supostas em aula.

2. INTRODUÇÃO

Neste relatório será analisado um reservatório com as seguintes características e hipóteses, meio poroso ligeiramente compressível e permeabilidade homogênea, com escoamento monofásico e isotérmico, de óleo ligeiramente compressível com viscosidade constante, sem gás dissolvido no óleo, sem influência de efeitos gravitacionais, com escoamento transiente, baixas velocidades de escoamento.

Foi utilizado para a solução uma EDP (Equação Diferencial Parcial) para um regime transiente, onde se relaciona a variação da pressão com a posição e a variação da pressão com o tempo e as características do fluido e do reservatório, como viscosidade, compressibilidade, permeabilidade e porosidade.

3. METODOLOGIA

Inicialmente o problema foi modelado matematicamente, obtendo-se assim a solução analítica do problema em questão. Em seguida, essa solução foi implementada computacionalmente de modo a gerar vários resultados com a variação de alguns dos parâmetros. Finalmente, foram feitas análises dos resultados obtidos.

3.1 Modelagem Matemática

Temos um reservatório em regime transiente, onde a pressão externa não se altera no intervalo de tempo analisado a certa vazão e a certa posição, para esse problema a EDP citada a baixo descreve a solução para esse regime.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (1).$$

Conhecendo o termo k chamado condutividade hidráulica, que expressa a facilidade do fluido em mover pelo solo, primeira equação utilizada para quantificar o movimento do fluido no solo foi introduzida por Henry Darcy, em 1856, sendo que foi a água foi o fluído de estudo [1],

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t} \tag{2}$$

Considerando que $\Delta p = p_i - p$, podemos reescrever a equação (1) como,

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \tag{3}$$

O estudo desse reservatório será considerado dois casos:

Caso 1: produção a uma pressão prescrita em x=0.

$$\Delta p(x, 0) = 0 \tag{4}$$

$$\Delta p(0, t) = \Delta p_w \tag{5}$$

$$\lim_{x \to \infty} \Delta p(x, t) = 0 \tag{6}$$

Caso 2: vazão prescrita em x=0.

$$\Delta p(x, 0) = 0 \tag{7}$$

$$\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{-q_w \mu}{kA} \tag{8}$$

$$\lim_{x \to \infty} \Delta p(x, t) = 0 \tag{9}$$

Para a solução da equação (3) nos casos 1 e 2, será aplicado a técnica de Laplace que tem como definição, seja uma função f(t) definida nos reais não negativos, sendo a integral: [2]

$$L\{F(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} F(t) dt \qquad (10),$$

onde s é um número cuja parte real é positiva e grande para a integral existir.

Para a solução em Laplace e para retornar para o domínio do tempo são utilizadas tabelas já predefinidas para a obtenção do resultado. Aplicando Laplace na equação (3) e utilizando a propriedade da derivada no tempo com a condição inicial, temos [2][3],

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta p}}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta}\left[s\overline{\Delta p} - \Delta p(x,0)\right] \qquad (11).$$

Pelas condições iniciais utilizando a equação (4), temos,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta p}}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} s\overline{\Delta p} \qquad (12)$$

e conhecendo assim sua solução geral que é,

$$\overline{\Delta p}(x,s) = c_{\ 1} \exp\left(\sqrt{\frac{s}{\eta}}x\right) + c_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{\eta}}x\right) \qquad (13).$$

Para o caso 1 levando em consideração as equações (5) e (6), obtemos,

$$c_1 = 0 \qquad (14)$$

$$c_2 = \frac{\Delta p_w}{s} \qquad (15).$$

Assim reescrevendo a equação (13),

$$\overline{\Delta p}(x,s) = \frac{\Delta p_w}{s} \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{\eta}}x\right) \qquad (16).$$

Fazendo a inversa utilizando Laplace:

$$\Delta p(x,t) = \frac{\Delta p_w}{s} \operatorname{erfc}\left(-\sqrt{\frac{x}{4\eta t}}\right) \qquad (17),$$

sendo *erfc* uma função erro complementar que no software, Python, utilizado para criação do código já está predefinida.

Para o caso 2 e considerando as condições de contorno em x=0, temos a equação (8). Assim podemos escrever:

$$-\sqrt{\frac{s}{\eta}}c_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{\eta}}.0\right) = \frac{-q_w\mu}{kA} \qquad (18),$$

obtendo assim:

$$c_2 = \frac{-q_w\mu}{skA\sqrt{\frac{s}{\eta}}} \qquad (19).$$

Logo:

$$p(x,s) = \frac{q_w\mu\sqrt{\eta}}{kA}\left[\frac{\exp(-\sqrt{(s/\eta)}\,x)}{s\sqrt{s}}\right] \qquad (20).$$

Utilizando a tabela de Laplace, temos finalmente a equação da pressão em função da posição e do tempo,

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{kA}\left[\sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}}\exp\left(\frac{-x^2}{4\eta t}\right) - x.erfc\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right)\right] \qquad (21)$$

3.2 Programa Computacional

Para a implementação do programa computacional foi utilizada a linguagem de programação Python em sua versão 3.7.0, com a sua biblioteca math para uso das funções matemáticas exponencial natural, raiz quadrada e erro complementar, e a sua biblioteca matplotlib para a geração de gráficos. O programa computacional foi executado no sistema operacional Windows 10 de 64 bits, em um computador desktop com processador AMD FX-8120 com 3.10 GHz, 16.0 GB de RAM, SSD de 120 GB.

4. RESULTADOS

Os valores dos parâmetros empregados na resolução do sistema foram fornecidos de acordo com a tabela a seguir:

Parâmetro	**Valor**
k	$30{,}0\ \times 10^{-10} m^2$
Φ	0,15
$p_{inicial}$	35 MPa
L_y	80 m
L_z	15 m
B^0	$1{,}35\ m^3/std\ m^3$
μ	$0{,}6 \times 10^{-3}\ Pa \cdot s$
c_t	$10{,}0 \times 10^{-10} Pa^{-1}$

Tabela 1 - Dados do sistema pré-definidos

O primeiro teste proposto para o reservatório em questão, sob regime transiente, foram fixados um q_{sc}= 500 stdm³/dia e três tempos para estudo, sendo eles t_1= 1 dia, t_2= 5 dias e t_3= 10 dias, onde obtemos um gráfico de Pressão no reservatório x Distância. Assim como era de se esperar pela análise da equação (21), percebe-se que em tempos menores a pressão para uma determinada posição inicial será maior e para maiores tempos é possível analisar o oposto. Essa afirmação é comprovada pelo Gráfico 1. Considerando que as linhas de comparação no gráfico possuem um determinado comportamento característico, onde em distâncias muito longas, todas as linhas tendem para uma constante em $P_{inicial}$= 35 Mpa, isso porque em reservatórios muito grandes, mesmo depois de um longo período de exploração, a variação na mudança de pressão será sentida para longos períodos de tempos, considerando que o estudo foi feito para um tempo máximo de 10 dias, não se percebe variação da pressão.

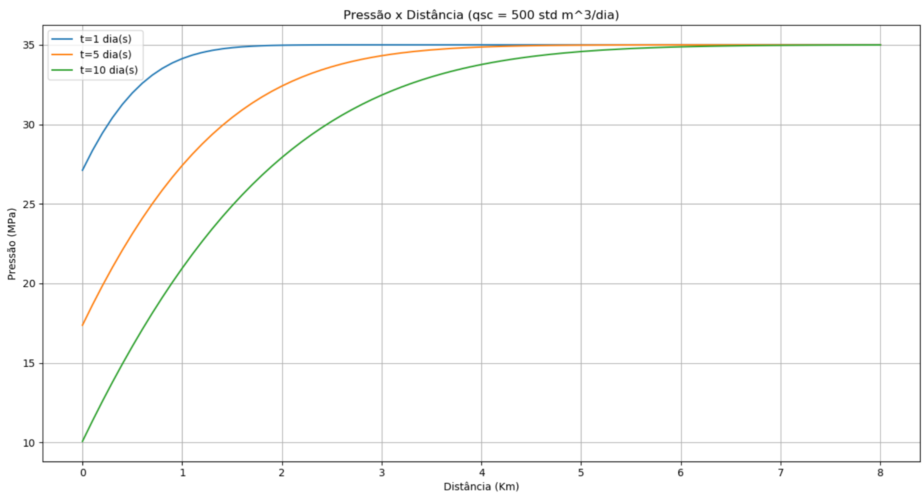

Gráfico 1: Pressão no reservatório x Distância em determinados tempos

Posteriormente, fizemos um estudo variando o vazão de produção em q_{sc1}= 500 stdm³/dia, q_{sc2}= 600 stdm³/dia e q_{sc3}= 700 stdm³/dia. Percebe-se um comportamento semelhante ao gráfico 1, onde em determinada vazão o gráfico tende a uma constante $P_{inicial}$= 35 MPa em reservatórios de grandes extensões, ou seja, a mudança de pressão e difícil de ser analisada. Analisando mais uma vez a equação (21) e o gráfico 1 percebe-se que em um tempo fixado, quanto menor a vazão de produção a pressão para uma determinada posição inicial será maior e para maiores vazões é possível verificar menores pressões.

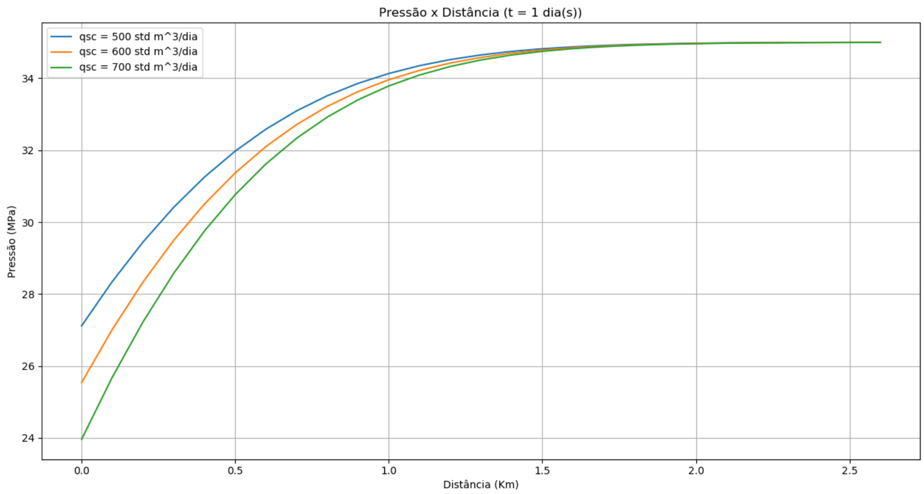

Gráfico 2: Pressão no reservatório x Distância em um dia e em vazões variáveis.

No último estudo foi proposto uma posição fixa de 50 metros e então gerou-se um gráfico de pressão no reservatório x tempo de produção, onde varia-se a vazão de produção em q_{sc1}= 500 stdm³/dia, q_{sc2}= 600 stdm³/dia e q_{sc3}= 700 stdm³/dia. Assim como era de se esperar pelo estudo da equação e pelo princípio do tempo decorrido em uma reservatório sob exploração, a pressão tende a decair com o tempo. Como pode-se notar no gráfico 3, as linhas possuem um comportamento característico, pelo fato que em vazões maiores a inclinação da mesma tente a ser mais acentuada, ou seja, a pressão diminui mais rapidamente.

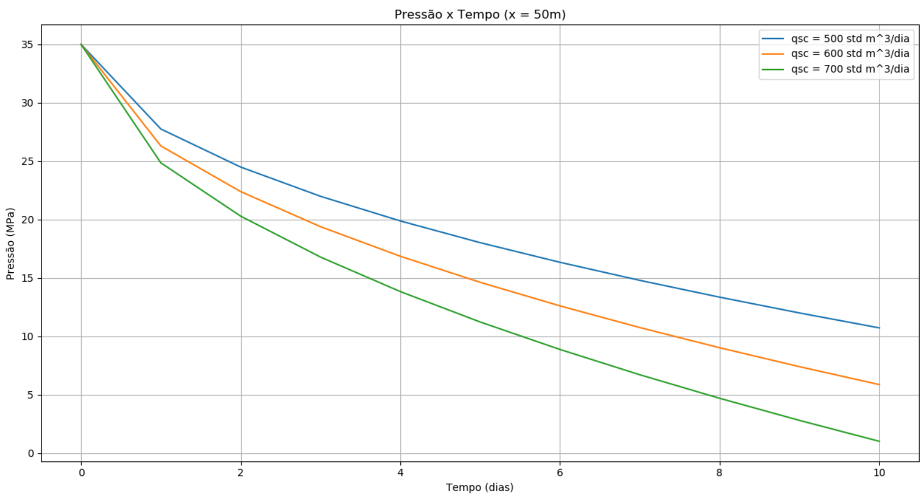

Gráfico 3: Pressão no reservatório x Tempo em uma posição de 50m e vazões de produção variáveis.

5. CONCLUSÃO

Através dos resultados obtidos através do estudo de um reservatório em regime transiente podemos perceber que com o decorrer do tempo e sob variáveis vazões de produção, a pressão em reservatórios tende a diminuir, o que já era de se esperar. No entanto, para longas posições estudadas também pode-se notar que essa variação de pressão é quase imperceptível, mesmo em longos períodos de exploração.

REFERÊNCIAS

[1] –Dicesar, A, M, de A, G; Leonel, P. L. **ANÁLISE DA DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA DO SOLO PELO MÉTODO DO PERFIL INSTANTÂNEO**. 2013 <https://www.sbcs.org.br/wp-content/uploads/2013/11/07-177.pdf > Acessado em: 24 de novembro de 2018.

[2] – ZILL, D. G; Cullen, M. R. **Equações diferenciais**. Vol 1, Terceira edição. São Paulo: Pearson, 2001.

[3] – BOY, G. de S.; Notas de aula da disciplina de Modelagem de Reservatório de Petróleo – 2018.2

ANEXO A – Código Python para a Solução do Regime Transiente

```
#Trabalho 1 de Modelagem de Reservatórios de Petróleo - 2018

import math
import matplotlib.pyplot as plt

def plotaGrafico(X, P1, P2, P3, legendas, img):
    fig = plt.figure(1)
    plt.xlabel(legendas[0])
    plt.ylabel(legendas[1])
    plt.title(legendas[2])
    plt.plot(X, P1, label=legendas[3])
    plt.plot(X, P2, label=legendas[4])
    plt.plot(X, P3, label=legendas[5])
    plt.legend()
    plt.grid()
    plt.show()
    fig.savefig(img + '.png')

def dadosGrupo4():
    k = 30 * 10**-14
    fi = 0.15
    pin = 35 * 10**6
    Ly = 80
    Lz = 15
    A = Ly * Lz
    B0 = 1.35
    u = 0.6 * 10**-3
    ct = 10 * 10**-10
    return (k, fi, pin, A, u, ct, B0)

def Ni(k, fi, u, ct):
    return k/(fi*u*ct)

def pressaoTransiente(x, t, constantes, qw):
    (k, fi, pin, A, u, ct, B) = constantes
    ni = Ni(k, fi, u, ct)
    return (pin - (qw*u)*(math.sqrt(4*ni*t/math.pi)*math.exp((-
x*x)/(4*ni*t))-x*math.erfc(x/math.sqrt(4*ni*t)))/(k*A))/(10**6)

def solucaoRegimeTransiente(qsc1,qsc2,qsc3, t1, t2, t3, Xmax, deltaX,
Tmax, deltaT, constantes):
    pin = constantes[2]
    P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 = [], [], [], [], [], [], [],
[], []
    qw1, qw2, qw3 = qsc1 * B /86400, qsc2 * B /86400, qsc3 * B /86400
    X = [x for x in range(0,Xmax+deltaX,deltaX)]
    for x in X:
        P1.append(pressaoTransiente(x,t1,constantes,qw1))
        P2.append(pressaoTransiente(x,t2,constantes,qw1))
        P3.append(pressaoTransiente(x,t3,constantes,qw1))
        P4.append(pressaoTransiente(x,t1,constantes,qw1))
        P5.append(pressaoTransiente(x,t1,constantes,qw2))
        P6.append(pressaoTransiente(x,t1,constantes,qw3))
    T = [t for t in range(0,Tmax+deltaT,deltaT)]
    x = 50
    P7.append(pin/(10**6))
    P8.append(pin/(10**6))
    P9.append(pin/(10**6))
```

```
    for t in T[1:]:
        P7.append(pressaoTransiente(x,t*86400,constantes,qw1))
        P8.append(pressaoTransiente(x,t*86400,constantes,qw2))
        P9.append(pressaoTransiente(x,t*86400,constantes,qw3))
    X = [(x/1000) for x in X]
    legendas1 = ('Distância (Km)', 'Pressão (MPa)', 'Pressão x 
Distância' +  ' (qsc = ' + str(qsc1) + ' std m^3/dia)', 
't='+str(int(t1/86400))+' dia(s)', 't='+str(int(t2/86400))+' dia(s)', 
't='+str(int(t3/86400))+' dia(s)')
    plotaGrafico(X, P1, P2, P3, legendas1, 'PxX1')
    legendas2 = ('Distância (Km)', 'Pressão (MPa)', 'Pressão x 
Distância' + ' (t = ' + str(math.ceil(t/86400)) + ' dia(s))', 'qsc = 
'+str(qsc1)+' std m^3/dia', 'qsc = '+str(qsc2)+' std m^3/dia', 'qsc = 
'+str(qsc3)+' std m^3/dia')
    plotaGrafico(X[:math.ceil(len(X)/3)], P4[:math.ceil(len(X)/3)], 
P5[:math.ceil(len(X)/3)], P6[:math.ceil(len(X)/3)], legendas2,'PxX2')
    legendas3 = ('Tempo (dias)', 'Pressão (MPa)', 'Pressão x Tempo' + 
' (x = ' + str(x) + 'm)', 'qsc = '+str(qsc1)+' std m^3/dia', 'qsc = 
'+str(qsc2)+' std m^3/dia', 'qsc = '+str(qsc3)+' std m^3/dia')
    plotaGrafico(T, P7, P8, P9, legendas3, 'PxT')

#Função Principal - MAIN
if __name__ == '__main__':
    constantes = dadosGrupo4()
    B = constantes[6]
    qsc1, qsc2, qsc3 = 500, 600, 700
    #Distância em m
    Xmax = 8000
    deltaX = 100
    #Tempo em segundos
    t1, t2, t3 = 86400, 86400*5, 86400*10
    Tmax = 10
    deltaT = 1
    solucaoRegimeTransiente(qsc1,qsc2,qsc3, t1, t2, t3, Xmax, deltaX, 
Tmax, deltaT, constantes)
```