Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Campus Regional Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro – IPRJ

Departamento de Modelagem Computacional

Curso de Graduação em Engenharia de Computação

Modelagem Computacional – 1º semestre de 2018

RELATÓRIO DO PROJETO

MODELAGEM COMPUTACIONAL DO CARREGAMENTO DE CAMINHÕES-TANQUE: MASSA VERSUS NÍVEL DE LÍQUIDO NO TANQUE

Grupo 3:

Alexandre Azis da Silva

Leonardo Simões

Pedro Henrique Quaresma Coelho

Rafael Magalhães Storck

Instrutor: Marcos Pimenta de Abreu

Nova Friburgo/RJ,

Agosto de 2018

RESUMO

Este relatório apresenta as atividades realizadas durante o desenvolvimento do projeto referente à disciplina de Modelagem Computacional. O assunto do projeto é a modelagem computacional do carregamento de caminhões-tanque, envolvendo a massa e níveis de líquido no tanque de acordo com certos parâmetros.

A realização do projeto em questão envolveu as etapas de modelagem Físico-Matemática do problema, implementação de um programa computacional e simulação computacional.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

Figura 1 – Caminhão tanque-típico

Figura 2 – Exemplo 1 de balança de pesagem dinâmica

Figura 3 – Exemplo 2 de balança de pesagem dinâmica

Figura 4 – Seção transversal de um tanque elíptico

Figura 5 – Representação

Tabelas

Tabela 1 – Dados fornecidos

Tabela 2 – Massa de líquido no tanque (Kg)

Gráficos

Gráfico 1 – Relação entre m e h de acordo com ρ

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS:

SIMBOLO	SIGNIFICADO	MEDIDA
A_s	Área transversal submersa	m^2
h	Altura do tanque	m (metros)
NN	Número de níveis	
ρ	Densidade	Kg/m^3
L	Comprimento do tanque	m (metros)
a	Primeira metade da largura máxima do tanque	m (metros)
b	Altura máxima do tanque partindo do ponto 0	m (metros)

SUMÁRIO

1. **INTRODUÇÃO**..1
2. **MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA**..2
3. **PROGRAMA COMPUTACIONAL**..4
   3.1. Características Gerais..4
   3.2. Descrição Detalhada..4
4. **SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL** 5
   4.1. Dados e Análise..5
   4.2. Resultados e Análise..6
5. **CONCLUSÕES**..7

AGRADECIMENTOS 8

REFERÊNCIAS..8

ANEXO A – Código-fonte do programa computacional 9

1. INTRODUÇÃO

O projeto MC-2018-1 se trata de um trabalho feito a partir de um caminhão-tanque, que são veículos que carregam os mais diversos tipos de líquidos, e para isso, é preciso ter cuidado com o tipo de tanque utilizado em seu transporte, pois é importante tanto o seu transporte chegue seguro e inalterado no destino, quanto não ocorra problemas que prejudiquem a estrada e o meio-ambiente.

Figura 1. Caminhão tanque-típico

O projeto tem como objetivo o desenvolvimento de um modelo físico-matemático e um simulador computacional para determinar a massa de líquido em um tanque. O tanque se trata de um modelo geométrico simples de um tanque de semirreboque, cuja a carga é medida a partir de seus eixos em função do nível do líquido, tipo e também os parâmetros geométricos e materiais do tanque.

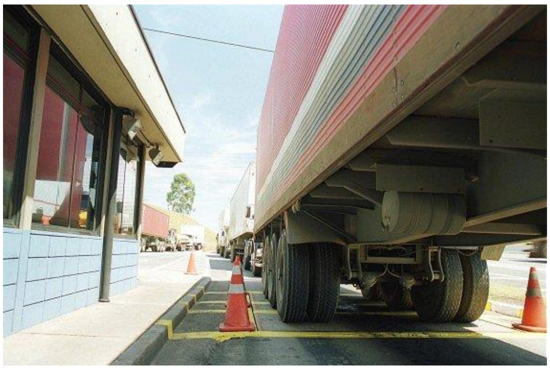

Figura 2. Exemplo 1 de balança de pesagem dinâmica

Figura 3. Exemplo 2 de balança de pesagem dinâmica

2. MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA

A modelagem Físico-Matemática do sistema tanque-líquido, como indicado na proposta [1], é feita usando um sistema elíptico com representação cartesiana do contorno da seção transversal do tanque. Nesse sistema, o tanque possui comprimento L, seção transversal elíptica com semieixo maior a, que é orientado horizontalmente (direção y), e semieixo menor b, que é orientado verticalmente (direção x), e o eixo longitudinal do tanque, que define o comprimento L, é ortogonal ao plano xy.

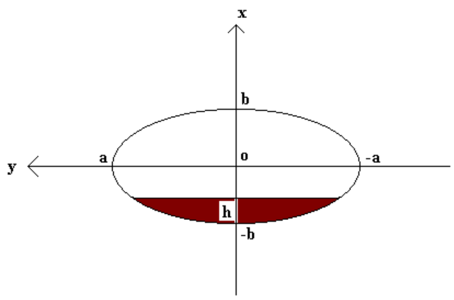

Figura 4 Seção transversal de um tanque elíptico

De acordo com a Fig. 1., o nível de líquido no tanque é representado por h = x + b, onde $-b \leq x \leq b$, e assim $0 \leq h \leq 2b$. A área transversal submersa relativa ao nível h é representada pela área colorida na figura 1.

O volume do líquido no tanque é igual à área transversal submersa multiplicado pelo comprimento L do tanque, para um tanque integral (um compartimento apenas) com seção transversal invariante ao longo do seu comprimento.

O volume de líquido no tanque em função de h é dada por

$$V(h) = A_s(h)L$$

A massa do líquido no tanque em função de h é dada por

$$m(h) = \rho V(h) = \rho\, A_s(h)L$$

Como a área transversal submersa ao nível h é dada por

$A_s(\text{h}) = \frac{2a}{b}\int_{-b}^{h-b}(b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}dx\,,\ 0 \leq \text{h} \leq 2\text{b}$

Resolvemos analiticamente a integral na expressão anterior para se obter A_s em função de h, a e b:

Realizando a substituição trigonométrica

x=b sen(u); dx=b cos(u)du → u = $sen^{-1}\frac{x}{b}$ e $cos^2 u = 1 - sen\,u$

$\frac{2a}{b}\int (b^2 - b^2 sen^2(u))^{\frac{1}{2}}.b\,cosu\,du \rightarrow \frac{2a}{\cancel{b}}\int b^2(1 - sen^2(u))^{\frac{1}{2}}.\cancel{b}\,cosu\,du \rightarrow$
2a$\int \sqrt{b^2(1 - sen^2 u)\cos u\,du}$ → 2a $\int b^2(1 - sen^2 u)\cos u\,du$

sabendo que $cos^2 u = \frac{1}{2}\cos(2u) + \frac{1}{2}$
2ab $\int \left[\frac{1}{2}\cos(2u) + \frac{1}{2}\right] du$ → $\cancel{2}$ab.$\frac{1}{\cancel{2}}$ $[\int \cos 2u\,du + \int du]$ → ab$\left[\frac{sen\,2u}{2} + u\right]\Big|_{-b}^{h-b}$ →
ab$\left[sen\left(\frac{2u}{2} + u\right)\right]\Big|_{-b}^{h-b}$ u=$sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)$
$ab\left[\frac{\cancel{2}\,sen(u)}{\cancel{2}}\cos u + u\right]$ cos u = $\sqrt{1 - sen^2 u}$

$$ab\left[sen\left(sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)\right)\sqrt{1 - sen^2\left(sen^{-1}\frac{x}{b}\right)}\right] + sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right) \rightarrow$$

$$ab\left[\frac{x}{b}\sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2} + sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)}\right] \rightarrow ab\ sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)$$

$$\rightarrow ax\sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2}} \rightarrow ab\ sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right) + \frac{ax}{b}\sqrt{b^2 - x^2} \rightarrow$$

$$\left[ab\ sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right) + \frac{ax}{b}\sqrt{b^2 - x^2}\right]_{-b}^{h-b}$$

$\left[ab\ sen^{-1}\left(\frac{x}{b}\right) + \frac{ax}{b}\sqrt{b^2 - x^2}\right]$
$= \left[ab\ sen^{-1}\left(\frac{h-b}{b}\right) + \frac{a(h-b)}{b}\sqrt{\cancel{b^2} - h^2 - \cancel{b^2} + 2hb}\right]$ - $\left[ab\ sen^{-1}\left(-\frac{b}{b}\right) + \frac{a(-b)}{b}\sqrt{b^2 - (-b)^2}\right]$
$= ab\ sen^{-1}\left(\frac{h-b}{b}\right) + \sqrt{2hb - h^2}\left[\frac{ab}{b} - a\right]$ + ab$\frac{\pi}{2}$

$m(h)$=P$A_s(h)L$

$$m(h)=\rho\left(ab(sen^{-1}\left(\frac{h}{b} - 1\right) + \left(\frac{h}{b} + 1\right)\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b} - 1\right)^2} + \frac{\pi}{2})\right)L$$

3. PROGRAMA COMPUTACIONAL

3.1 Características Gerais

O programa computacional foi desenvolvido na linguagem Python, versão 3.6.5, com o auxílio de sua biblioteca math para o uso de constantes matemáticas e funções trigonométricas e trigonométricas inversas apontadas na seção 2.Modelagem Físico-Matemático. O sistema operacional no qual o programa foi desenvolvido foi o Windows 10 Pro versão 1803, e a IDE (Integrated Development Environment ou Ambiente de Desenvolvimento Integrado) foi o ATOM 1.28.1. O código-fonte se encontra no Anexo A.

3.2 Descrição Detalhada

O funcionamento do programa computacional é detalhado pelo seguinte algoritmo de palavras:

Importa a biblioteca math para uso da constante π e operação de arco seno

Imprime na tela solicitação de entrada de a.

Leitura de a inserido via teclado.

Imprime na tela solicitação de entrada de b.

Leitura de b inserido via teclado.

Imprime na tela solicitação de entrada de L.

Leitura de L inserido via teclado.

Imprime na tela solicitação de entrada de NN.

Leitura de NN inserido via teclado.

Imprime na tela os valores lidos para a, b, L e NN.

$p \leftarrow []$

Imprime na tela solicitação de entrada de p[1].

Leitura de p[1] inserido via teclado.

Imprime na tela solicitação de entrada de p[2].

Leitura de p[2] inserido via teclado.

Imprime na tela solicitação de entrada de p[3].

Leitura de p[3] inserido via teclado.

Imprime na tela os valores lidos para p[1], p[2], p[3].

$deltaH \leftarrow (2 * b)/(NN\text{-}1)$

$m \leftarrow [0.0, 0.0, 0.0]$

Para $i \leftarrow 0$ até (NN-1)

$h \leftarrow i * deltaH$

$As \leftarrow a\frac{h-b}{b}[b^2-(h-b)^2]^{\frac{1}{2}} + ab\sin^{-1}\left(\frac{h-b}{b}\right) + \frac{\pi ab}{2}$

Para $j \leftarrow 0$ até 2

$m[j] \leftarrow p[j] * L * As$

Imprime na tela os valores de h (com 2 casas decimais) e, m[1], m[2], m[3] (com 1 casa decimal).

Fim do Para j

Fim do Para i

Fim do Programa quando i = NN

4. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 Dados e Análise

Os dados de entrada usados no simulador computacional são inseridos via teclado e seus valores foram fornecidos pelo instrutor.

Tabela 1 Dados Fornecidos

$\boldsymbol{a}$ *(m)	$\boldsymbol{b}$ *(m)	$\boldsymbol{L}$ *(m)	$\boldsymbol{NN}$	$\boldsymbol{p}(\frac{\boldsymbol{kg}}{\boldsymbol{m^3}})$
1,16	0,87	12,7	16	737,762,810

4.2 Resultados e Análise

Tabela 2 Massa de líquido no tanque (Kg)

	$\rho(kg/m^3)$	737	762	810
h(m)	0,00	0,0	0,0	0,0
	0,12	849,6	878,4	933,8
	0,23	2352,2	2432,0	2585,2
	0,35	4225,2	4368,5	4643,7
	0,46	6352,8	6568,3	6982,1
	0,58	8659,1	8952,8	9516,7
	0,70	11084,7	11460,7	12182,6
	0,81	13579,2	14039,8	14924,2
	0,93	16096,3	16642,3	17690,6
	1,04	18590,8	19221,4	20432,2
	1,16	21016,5	21729,4	23098,1
	1,28	23322,7	24113,8	25632,8
	1,39	25450,4	26313,7	27971,2
	1,51	27323,3	28250,2	30029,7
	1,62	28825,9	29803,7	31681,1
	1,74	29675,5	30682,2	32614,9

Considerando a última altura (h=1,74 m) e os resultados obtidos, podemos provar a relação entre as derivadas:

ρ = 737 (Gasolina comum)-> 29675,5 / 737 = 40,265 aproximadamente.

ρ= 762 (Querosene iluminante) -> 30682,2 / 762 = 40,265 aproximadamente.

ρ= 810 (Álcool etílico hidratado) -> 32614,9 / 810 = 40,265 aproximadamente.

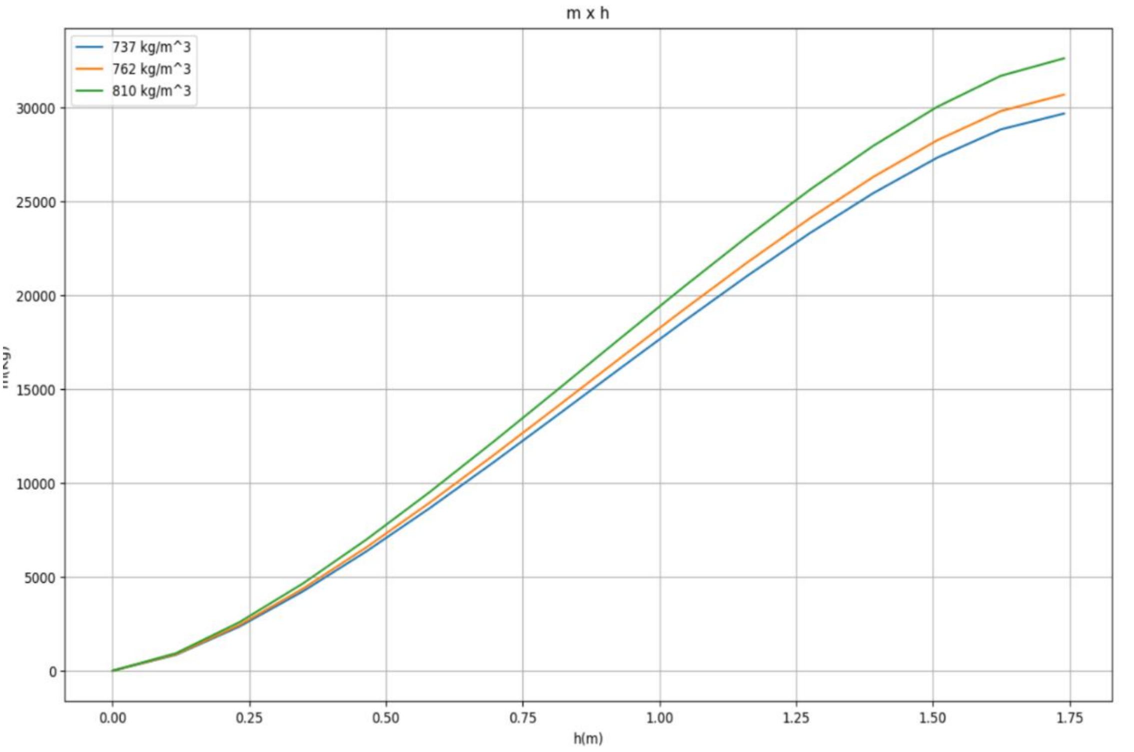

Gráfico 1. Relação entre m e h de acordo com ρ

Como podemos ver "m" não é linear. Sua relação com a altura vai de acordo com a diferença entre as densidades.

5. CONCLUSÕES

Com base nos procedimentos deste relatório, conseguimos desenvolver um programa capaz de realizar a medição da massa de líquido no tanque.

Se trata de um modelo matemático simples, que facilita bem a manipulação para realizar o projeto. Só que se trata de um tanque simples, em um caso mais complexo, ele não é o recomendado.

Sobre a disciplina, o foco dela não é no modelo em si, tampouco o simulador, mas sim o trabalho em grupo. Assim, aprendemos e melhoramos virtudes como a coletividade, divisão de tarefas, organização, trabalho com prazos, objetividade e até mesmo como nos apresentarmos e oratória. Com o professor nos guiando muito nesses pontos, para que realizemos o melhor possível no que se refere a estes pontos.

O que vemos como algo positivo, porque ela prepara os alunos para a sua formação na faculdade, já que muitas disciplinas dependem muito de trabalho, tanto individual quanto em grupo, tendo o foco mais no grupo. Ainda mais que a disciplina Estudo de Casos Empresariais, que é uma disciplina com o mesmo aspecto, só que mais complexa.

Ela é uma introdução à forma como muitas vezes os engenheiros vão trabalhar, com equipe, projeto, tendo que apresentar os mesmos para muitos clientes e interessados que são leigos.

AGRADECIMENTOS

Às nossas famílias por todo apoio que nos deram todo o apoio para a nossa jornada no curso

Ao médico Robson Pinto e ao fisioterapeuta Pery Lima

REFERÊNCIAS

[1] de Abreu, M. P., "Modelagem Computacional do Carregamento de Caminhões-Tanque: Massa versus nível de líquido no tanque", Proposta do projeto da disciplina de Modelagem Computacional, DMC/IPRJ/UERJ, Primeiro Semestre de 2018

ANEXO A – Código-fonte do programa computacional

```
#Modelagem Computacional 2018 - Projeto
#Grupo 3: ALEXANDRE AZIS DA SILVA, LEONARDO SIMÕES, PEDRO HENRIQUE
QUARESMA COELHO, RAFAEL MAGALHÃES STORCK

import math

def main():
    #Leitura dos valores das variaveis a,b,L,NN inseridos via teclado
    a = float(input('Digite o valor de a:  '))
    b = float(input('Digite o valor de b:  '))
    L = float(input('Digite o valor de L:  '))
    NN = int(input('Digite o valor de NN:  '))

    #Impressão dos valores das variaveis a,b,L,NN via tela
    print('\na = %.2f \nb = %.2f \nL = %.2f \nNN = %i\n' %(a, b, L,
NN))

    p = []
    #Leitura de p[3] inseridos via teclado
    p.append(int(input('Digite o valor de p[1]:  ')))
    p.append(int(input('Digite o valor de p[2]:  ')))
    p.append(int(input('Digite o valor de p[3]:  ')))

    #Impressão de p[3] via tela
    print('\np[1] = %i \np[2] = %i \np[3] = %i' %(p[0],p[1],p[2]))

    #Cálculo de DeltaH
    deltaH = (2*b)/(NN-1)

    m = [0.0, 0.0, 0.0] #inicialização do vetor com 3 posições

    for i in range(0, NN):
        h = i * deltaH
        # Cálculo de As
        As = (a*(h-b)/b)*(b**2-(h-b)**2)**(1/2) + a*b*math.asin((h-
b)/b)+(math.pi*a*b)/2
        for j in range(0,3):
            #Cálculo de m[j]
            m[j] = p[j]*L*As
        #Impressão de h e m[3] via tela
        print('%.2f %.1f %.1f %.1f' % (h, m[0], m[1], m[2]))

if __name__ == "__main__":
    main()
```