Formulación de los métodos iterativos estacionarios

Prof. Marlliny Monsalve

1 de marzo de 2015

Método de Jacobi

Fomulación matricial

$$B_J = -D^{-1}(L+U) \qquad d_J = D^{-1}b.$$

Fomulación por componentes del vector:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j=1 j\neq i}^{n} a_{ij}x_j^{(k)}\right)$$

Método de Gauss-Seidel

Fomulación matricial

$$B_{GS} = -(L + D)^{-1} U \qquad d_{GS} = (L + D)^{-1} b.$$

Fomulación por componentes del vector:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-i} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right)$$

Método de SOR(ω)

Fomulación matricial

$$B_{SOR} = (\omega L + D)^{-1}[(1-\omega)D - \omega U] \qquad d_{SOR} = \omega(\omega L + D)^{-1} b.$$

Fomulación por componentes del vector:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-i} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right) + (1-\omega) x_i^{(k)}$$

Condiciones de parada:

En cada uno de los métodos iterativos para resolver un sistema lineal $Ax = b$, las siguientes fórmulas sirven como condiciones de parada. El ϵ es un número positivo dado por el usuario y debe ser escogido de acuerdo a la precisión deseada:

- $$\|b - Ax^{(k+1)}\|_2 < \epsilon$$
- $$\frac{\|b - Ax^{(k+1)}\|_2}{\|b\|_2} < \epsilon$$
- Otros posibles criterios:
  $$\|b - Ax^{(k+1)}\|_\infty < \epsilon(\|A\|_\infty \|x^{(k+1)}\|_\infty + \|b\|_\infty)$$
- $$\frac{\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|_2}{\|x^{(k)}\|_2} < \epsilon$$