Trabalho Nº1 - MRAC Direto

COE603 - Controle Adaptativo

Caio Cesar Leal Verissimo - 119046624

Leonardo Soares da Costa Tanaka - 121067652

Lincoln Rodrigues Proença - 121076407

Engenharia de Controle e Automação - UFRJ

Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil

Maio de 2025

Conteúdo

1 Resumo das equações do sistema

Neste experimento, simulamos o algoritmo **MRAC Direto** para o caso:

- $n = 1$ (ordem da planta)
- $n^* = 1$ (grau relativo)
- $n_p = 2$ (número de parâmetros)

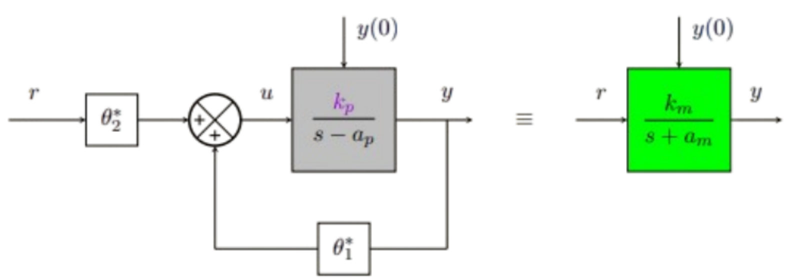
1.1 Equações do Algoritmo MRAC Direto

A Tabela 1 resume as equações fundamentais do algoritmo MRAC (Model Reference Adaptive Control) na forma direta, considerando uma planta de primeira ordem ($n = 1$), grau relativo igual a 1 ($n^* = 1$) e número de parâmetros $n_p = 2$.

Descrição	**Equação**	**Ordem**
Planta	$\dot{y} = a_p y + k_p u$	1
Modelo	$\dot{y}_m = -a_m y_m + k_m r$	1
Erro da saída	$e_0 = y - y_m$	
Lei de controle	$u = \theta^T \omega$	
Regressor	$\omega^T = \begin{bmatrix} y & r \end{bmatrix}$	
Lei de adaptação	$\dot{\theta} = -\text{sign}(k_p)\Gamma\omega e_0$	2

Tabela 1: Resumo do Algoritmo MRAC Direto

A Figura 1 ilustra o diagrama de blocos do sistema em malha fechada, juntamente com a verificação da equivalência com o modelo de referência. Este diagrama mostra como a combinação dos ganhos adaptativos θ_1^* e θ_2^* pode transformar o comportamento da planta para que ela imite o modelo de referência.



$$\begin{aligned} \dot{y} &= a_p y + k_p\left(\theta_1^* y + \theta_2^* r\right) \\ &= \big(\underbrace{a_p + k_p\theta_1^*}_{-a_m}\big)y + \underbrace{k_p\theta_2^*}_{k_m} r \end{aligned}$$

Figura 1: Diagrama de blocos e verificação da equivalência com o modelo de referência

As expressões ideais para os parâmetros θ_1^* e θ_2^* que garantem essa equivalência são apresentadas a seguir. Esses parâmetros são obtidos por identificação direta, com base nas constantes do modelo e da planta.

$$\boxed{\theta_1^* = -\frac{a_p + a_m}{k_p}} \qquad \boxed{\theta_2^* = \frac{k_m}{k_p}}$$

Essas equações representam os valores ideais dos parâmetros adaptativos para que a planta controlada siga o comportamento especificado pelo modelo de referência. Na prática, o algoritmo de adaptação busca aproximar esses valores ao longo do tempo.

1.2 Estabilidade do Algoritmo MRAC Direto

1. Forma vetorial e definições Escrevendo em forma vetorial:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} \quad \Longrightarrow \quad u^* = \boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega}. \tag{1}$$

Analogamente, a lei de controle é

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad \Longrightarrow \quad u = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}. \tag{2}$$

2. Dinâmica do erro Definimos o erro de saída:

$$e = y - y_m. \tag{3}$$

Subtraindo as dinâmicas da planta e do modelo:

$$\begin{aligned} \dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m &= (a_p y + k_p u) - (-a_m y_m + k_m r) \\ &= -a_m(y - y_m) + (a_p + a_m)y + k_p u - k_m r + \underbrace{(a_m y) - (a_m y)}_{=0} \\ &= -a_m e + k_p \left[\tfrac{a_p + a_m}{k_p}\, y + u - \tfrac{k_m}{k_p}\, r \right] \\ &= -a_m e + k_p \big[u - \theta_1^* y - \theta_2^* r \big] \\ &= -a_m e + k_p \big[u - u^* \big]. \end{aligned} \tag{4}$$

3. Erro paramétrico Definimos o vetor de erro de parâmetro:

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^* \quad \Longrightarrow \quad \dot{e} = -a_m e + k_p \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}. \tag{5}$$

4. Função de Lyapunov Escolhemos

$$V(e, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \tfrac{1}{2} e^2 + \tfrac{1}{2} |k_p| \, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \, \Gamma^{-1} \, \tilde{\boldsymbol{\theta}}. \tag{6}$$

Calculando sua derivada:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e\,\dot{e} + |k_p| \, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \, \Gamma^{-1} \, \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \\ &= -a_m e^2 + k_p \, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} \, e + |k_p| \, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \, \Gamma^{-1} \, \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}. \end{aligned} \tag{7}$$

Para garantir $\dot{V} \leq 0$, adotamos a lei de adaptação

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \operatorname{sign}(k_p)\, \boldsymbol{\omega}\, e. \tag{8}$$

5. Conclusões de estabilidade Com essa escolha,

$$\dot{V} = -a_m e^2 \leq 0, \quad \Longrightarrow \quad e(t),\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\ \in \mathcal{L}_\infty. \tag{9}$$

Como $r(t) \in \mathcal{L}_\infty \Rightarrow y_m(t) \in \mathcal{L}_\infty$ e

$$\dot{V} \leq 0 \implies V(t) \leq V(0), \tag{10}$$

segue que

$$\int_0^t e^2(\tau)\, d\tau < \infty \quad \Longrightarrow \quad e \in \mathcal{L}_2. \tag{11}$$

Finalmente, aplicando o lema de Barbalat,

$$e \in \mathcal{L}_2, \quad \dot{e} \in \mathcal{L}_\infty \quad \Longrightarrow \quad \lim_{t\to\infty} e(t) = 0. \tag{12}$$

2 Diagramas de blocos

Nesta seção, apresentamos os principais diagramas de blocos que descrevem o funcionamento do controle adaptativo modelo-referência (MRAC) na sua forma direta. Cada figura ilustra uma parte fundamental do sistema, desde a estrutura geral até os componentes individuais como a planta, o modelo de referência e a malha de adaptação.

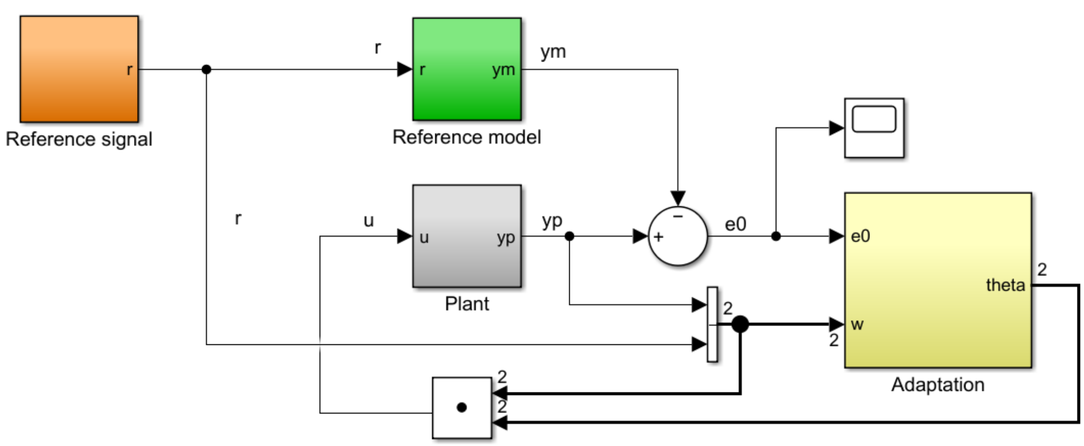


Figura 2: Diagrama de blocos geral do controle MRAC direto.

A Figura 2 mostra a arquitetura geral do controlador MRAC direto. O objetivo do sistema é ajustar os parâmetros do controlador de modo que a saída da planta acompanhe a saída do modelo de referência para qualquer entrada $r(t)$. O sinal de erro $e = y - y_m$ é utilizado para atualizar os parâmetros adaptativos.

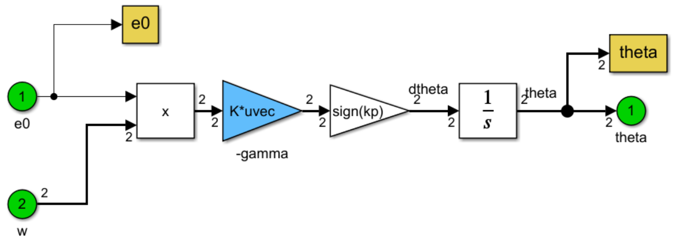
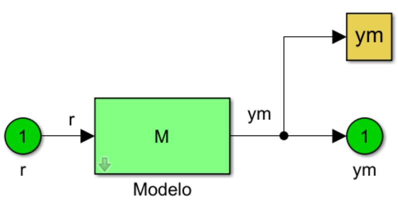
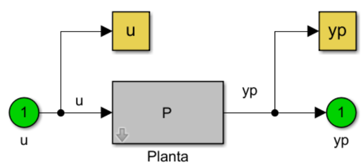


Figura 3: Malha de adaptação dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$.

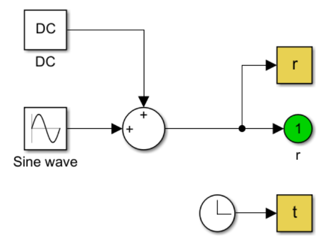
Na Figura 3, destacamos a malha de adaptação, responsável por ajustar os parâmetros do controlador $\boldsymbol{\theta}$ com base no erro de seguimento. Essa adaptação ocorre conforme uma lei de atualização derivada da função de Lyapunov, garantindo estabilidade do sistema.



(a) Modelo de referência



(b) Planta controlada



(c) Sinal de referência $r(t)$

Figura 4: Componentes individuais do sistema MRAC.

A Figura 4 agrupa os blocos fundamentais do sistema MRAC. À esquerda, o modelo de referência define a dinâmica desejada para o sistema. Ao centro, está a planta controlada, que deve seguir essa referência. À direita, o sinal de referência $r(t)$ atua como entrada comum para ambos os blocos, sendo a base para comparação entre o comportamento ideal e o real.

3 Resultados das simulações

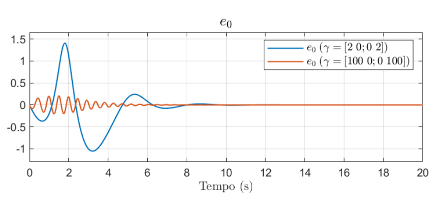
Cada subseção a seguir apresenta a configuração do experimento, espaço reservado para os dados obtidos em cada simulação e comentários sobre o desempenho do MRAC Direto.

3.1 Simulação #1

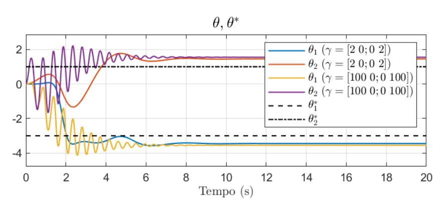
3.1.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{k_p}{s - a_p} = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{k_m}{s + a_m} = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 1$ (constante), $A_s = 0$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = \left[-(a_p + a_m)/k_p; k_m/k_p\right] = [-3; 1]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100 I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

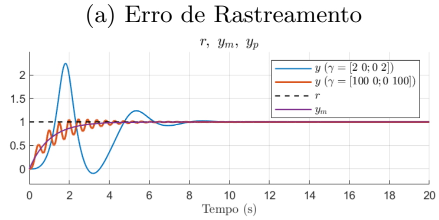
3.1.2 Resultados da simulação:



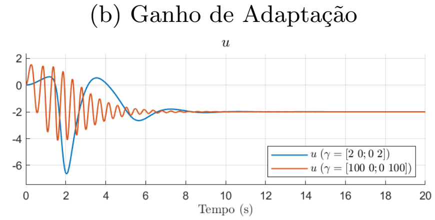
(a) Erro de Rastreamento



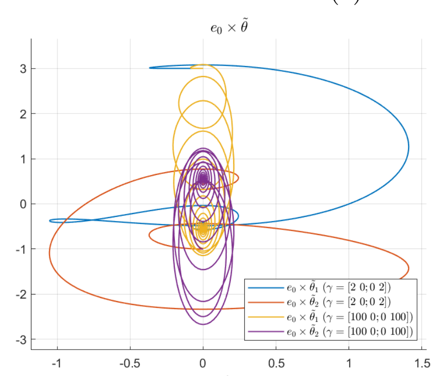
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 5: Resultado da simulação (Script: *simu01.m*)

3.1.3 Comentários:

A simulação do MRAC Direto apresentou os seguintes comportamentos, conforme a variação do ganho de adaptação Γ:

- **Erro de rastreamento (e_0):** Para $\Gamma = 100I$, o erro converge mais rapidamente com menor overshoot. Já para $\Gamma = 2I$, a convergência é mais lenta e com maiores oscilações, só que uma menor frequência de oscilação.
- **Ganho de adaptação (θ):** Ambos os casos não convergem para o valor ótimo $\theta^* = [-3; 1]$. Porque o sinal de entrada que é um sinal DC igual a 1, o que não auxilia na convergência do ganho de adaptação.
- **Resposta do sistema (y_p e y_m):** O rastreamento da referência é mais eficiente para $\Gamma = 100I$, apresentando menor erro e resposta mais rápida.
- **Sinal de controle (u):** Ambos os casos convergem para o valor adequado em regime permanente. Com $\Gamma = 100I$, o controle atua de forma mais intensa no início, mas estabiliza mais rapidamente.
- **Diagrama de fase ($e_0 \times \tilde{\theta}$):** Para $\Gamma = 2I$, a trajetória é mais lenta e ampla; para $\Gamma = 100I$, há convergência rápida com órbitas mais fechadas.

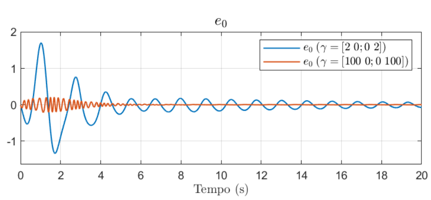
Conclusão: Aumentar o ganho de adaptação Γ melhora significativamente a velocidade de convergência do sistema, tanto para o erro quanto para os parâmetros adaptativos, ao custo de maior agressividade no transiente.

3.2 Simulação #2

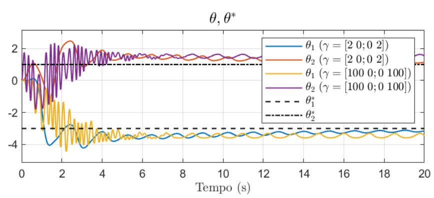
3.2.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 2$ (constante), $A_s = 1$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-3; 1]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

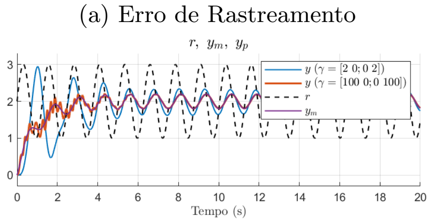
3.2.2 Resultados da simulação:



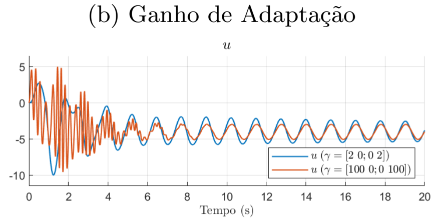
(a) Erro de Rastreamento



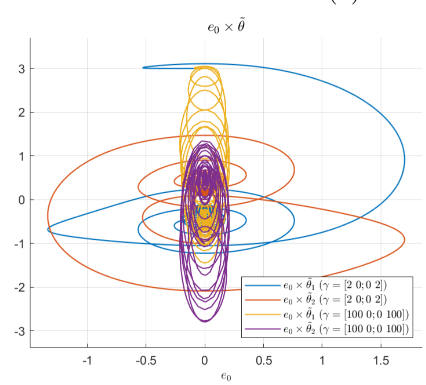
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 6: Resultado da simulação (Script: *simu02.m*)

3.2.3 Comentários:

Nesta simulação, foi utilizado um sinal de referência composto por uma componente DC e uma senoidal, o que introduz maior oscilação no sistema. Os principais resultados observados foram:

- **Erro de rastreamento (e_0):** O erro apresenta comportamento oscilatório permanente devido à componente senoidal do sinal de referência. Com $\Gamma = 100I$, o erro é mais suavizado e acompanha melhor a referência.
- **Ganho de adaptação (θ):** Ambos os casos convergem para valores próximos de θ^*, com maior rapidez e menor variação para $\Gamma = 100I$.
- **Resposta do sistema (y_p, y_m, r):** A resposta com $\Gamma = 100I$ segue melhor a referência, com menor defasagem e melhor rastreamento da componente senoidal.
- **Sinal de controle (u):** Oscilatório em ambos os casos, com maior intensidade e frequência no início. A escolha de Γ mais alto permite estabilização mais rápida, porém com maior ação de controle.
- **Diagrama de fase ($e_0 \times \tilde{\theta}$):** Com $\Gamma = 100I$, as trajetórias convergem de forma mais concentrada em torno da origem, indicando melhor desempenho adaptativo.

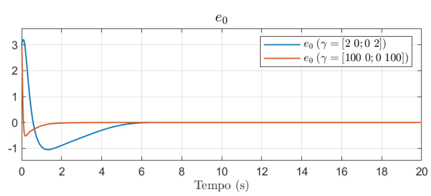
Conclusão: A presença da componente senoidal no sinal de referência exige maior capacidade adaptativa do sistema. O ganho de adaptação elevado ($\Gamma = 100I$) proporciona resposta mais precisa, embora com maior esforço de controle.

3.3 Simulação #3

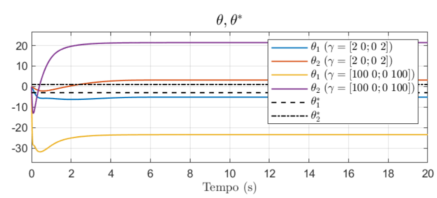
3.3.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 3$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 1$ (constante), $A_s = 0$, $\omega_s = 5$,rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-3; 1]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

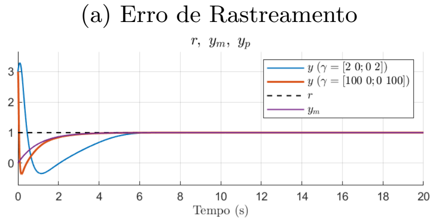
3.3.2 Resultados da simulação:



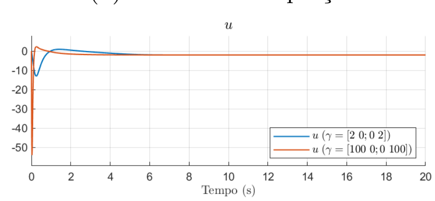
(a) Erro de Rastreamento



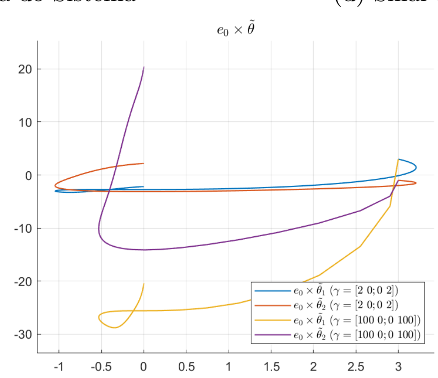
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 7: Resultado da simulação (Script: *simu03.m*)

3.3.3 Comentários:

Nesta simulação, a planta parte de uma condição inicial não nula ($y_p(0) = 3$), enquanto o modelo inicia em zero. O sinal de referência é constante (DC = 1). Os principais resultados observados foram:

- **Erro de rastreamento (e_0):** O erro converge rapidamente para zero, sendo mais eficiente para $\Gamma = 100I$. A presença do offset inicial é corrigida com maior rapidez neste caso.
- **Ganho de adaptação (θ):** Os parâmetros adaptativos se ajustam rapidamente e não estabilizam em torno de θ^*, com menor oscilação e adaptação mais rápida para maior ganho de adaptação.
- **Resposta do sistema:** O sistema com $\Gamma = 100I$ segue o modelo de referência com mais precisão, apresentando menor tempo de acomodação e sobre-elevação.
- **Sinal de controle (u):** O controle é inicialmente intenso devido à diferença nas condições iniciais. Para $\Gamma = 100I$, observa-se maior esforço de controle, mas com resposta mais eficaz.
- **Diagrama de fase ($e_0 \times \tilde{\theta}$):** As trajetórias convergem rapidamente para a origem, especialmente para $\Gamma = 100I$, indicando uma adaptação eficiente mesmo com condições iniciais desfavoráveis.

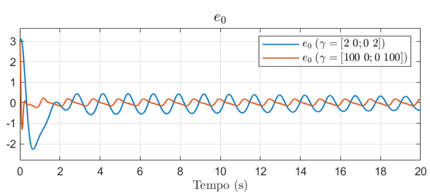
Conclusão: A diferença nas condições iniciais evidencia a importância do ganho de adaptação. Valores maiores de Γ resultam em respostas mais rápidas e precisas, compensando rapidamente desvios iniciais.

3.4 Simulação #4

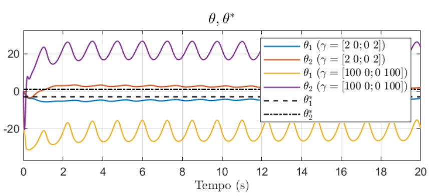
3.4.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 3$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 2$ (constante), $A_s = 1$, $\omega_s = 5$,rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-3; 1]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

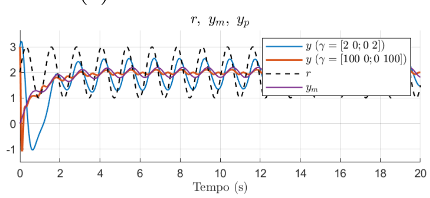
3.4.2 Resultados da simulação:



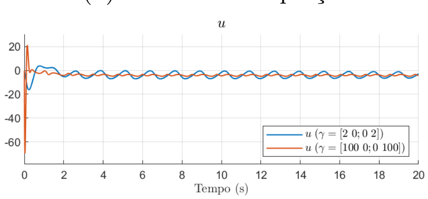
(a) Erro de Rastreamento



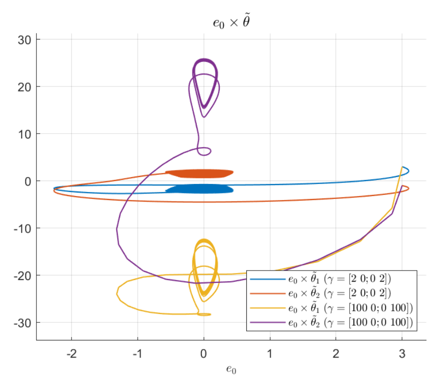
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 8: Resultado da simulação (Script: *simu04.m*)

3.4.3 Comentários:

Nesta simulação, a planta inicia novamente em $y_p(0) = 3$, mas o sinal de referência inclui uma componente senoidal além da parte DC ($DC = 2$, $A_s = 1$, $\omega_s = 5$ rad/s). Isso introduz um regime permanente oscilatório. Os principais pontos observados são:

- **Erro de rastreamento (e_0):** O erro não converge para zero devido à presença do componente harmônico no sinal de referência. No entanto, para $\Gamma = 100I$, o erro apresenta menor amplitude de oscilação, indicando melhor desempenho de rastreamento.
- **Ganho de adaptação (θ):** Os parâmetros adaptativos não convergem para valores constantes, pois o sistema está em regime oscilatório. Ainda assim, os ganhos oscilam em torno de valores próximos de θ^* no caso de $\Gamma = 2I$, com maior oscilação observada para $\Gamma = 100I$.
- **Resposta do sistema:** O sistema com maior ganho de adaptação responde mais rapidamente e com menor erro de seguimento da referência. Entretanto, a presença de altas frequências exige maior esforço adaptativo.
- **Sinal de controle (u):** O controle apresenta oscilações significativas para ambas as configurações, mas mais intensas para $\Gamma = 100I$, refletindo a tentativa de acompanhar a componente senoidal do sinal de referência.
- **Diagrama de fase ($e_0 \times \tilde{\theta}$):** As trajetórias não convergem para a origem, como esperado em um regime não estacionário. Os ciclos fechados no plano de fase revelam a persistência da oscilação e o comportamento quase-periódico da adaptação.

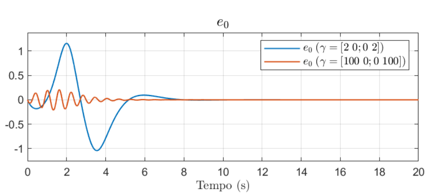
Conclusão: A introdução da componente senoidal no sinal de referência impossibilita a convergência do erro para zero. Ainda assim, o aumento do ganho de adaptação melhora o desempenho de rastreamento, ao custo de maior esforço de controle e maiores oscilações nos parâmetros adaptativos.

3.5 Simulação #5

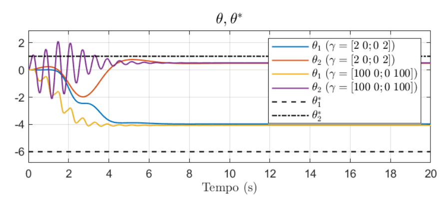
3.5.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+4}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 1$ (constante), $A_s = 0$, $\omega_s = 5$,rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+4)/1; 1/1] = [-6; 1]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

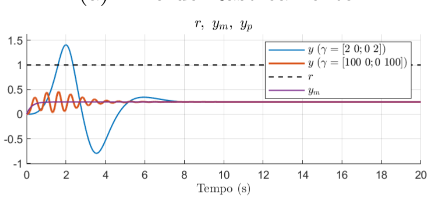
3.5.2 Resultados da simulação:



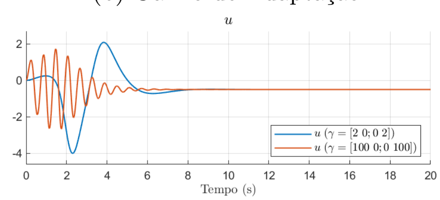
(a) Erro de Rastreamento



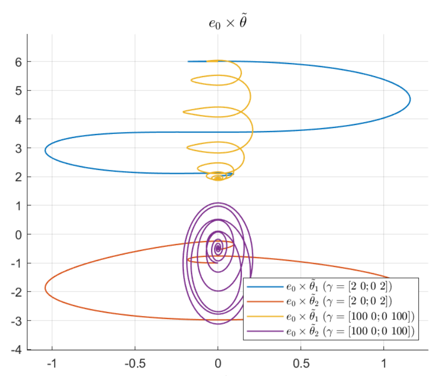
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 9: Resultado da simulação (Script: *simu05.m*)

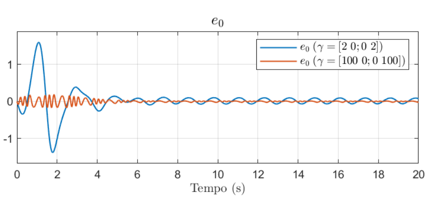
3.5.3 Comentários:

3.6 Simulação #6

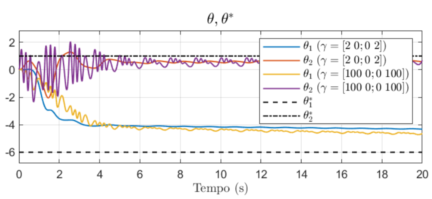
3.6.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+4}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 2$, $A_s = 1$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+4)/1; 2/1] = [-6; 2]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

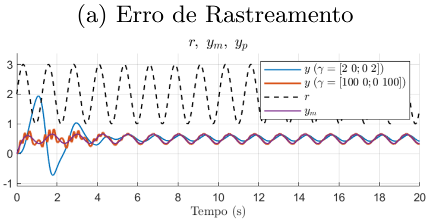
3.6.2 Resultados da simulação:



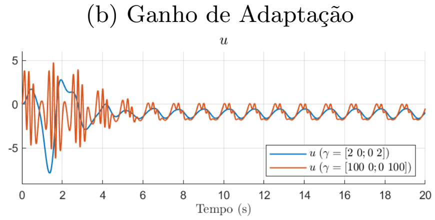
(a) Erro de Rastreamento



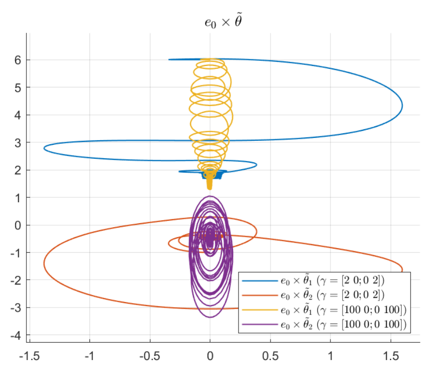
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 10: Resultado da simulação (Script: *simu06.m*)

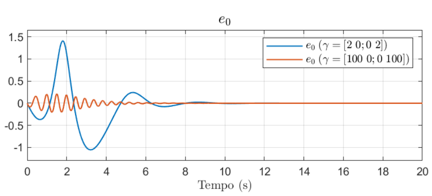
3.6.3 Comentários:

3.7 Simulação #7

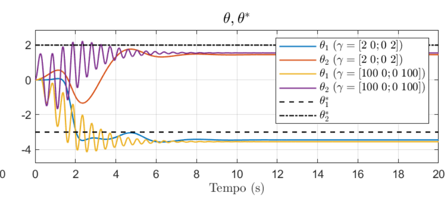
3.7.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{2}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0,\ y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** $\text{DC} = 1,\ A_s = 0,\ \omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+1)/1; 2/1] = [-3; 2]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2},\ \Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

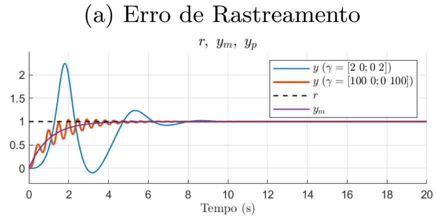
3.7.2 Resultados da simulação:



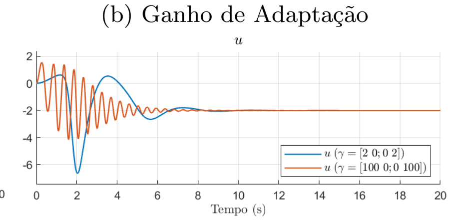
(a) Erro de Rastreamento



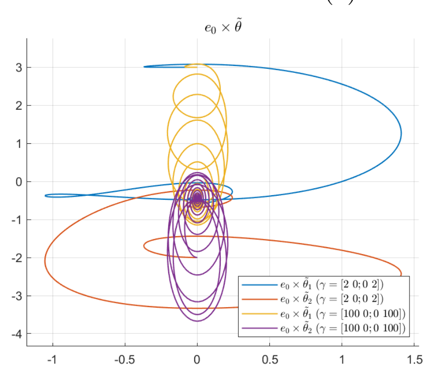
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 11: Resultado da simulação (Script: *simu07.m*)

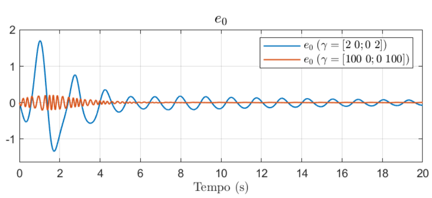
3.7.3 Comentários:

3.8 Simulação #8

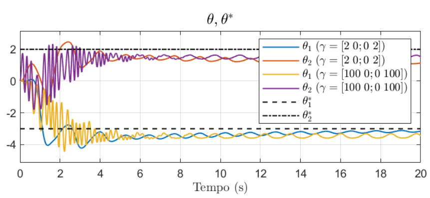
3.8.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{2}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 2$, $A_s = 1$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+1)/1; 2/1] = [-3; 2]$
- **Ganho de adaptação:** $\Gamma_1 = 2I_{2\times 2}$, $\Gamma_2 = 100I_{2\times 2}$
- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

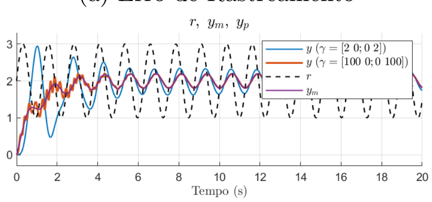
3.8.2 Resultados da simulação:



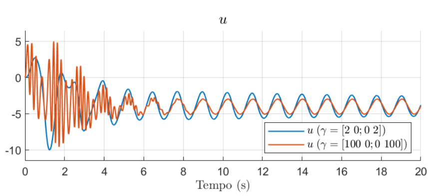
(a) Erro de Rastreamento



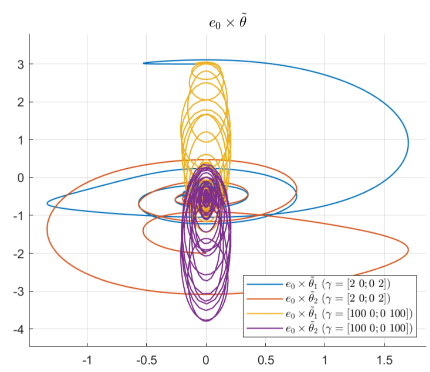
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 12: Resultado da simulação (Script: *simu08.m*)

3.8.3 Comentários:

3.9 Simulação #9

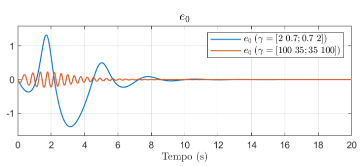
3.9.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 1$, $A_s = 0$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+1)/1; 1/1] = [-3; 1]$
- **Ganho de adaptação:**

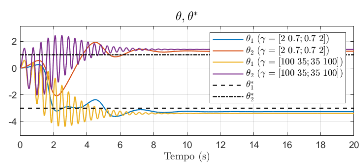
$$\Gamma_1 = 2\begin{bmatrix} 1 & 0.35 \\ 0.35 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = 100\begin{bmatrix} 1 & 0.35 \\ 0.35 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; 0]$

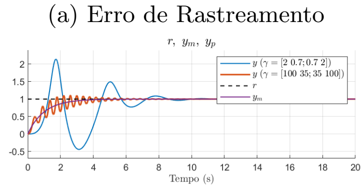
3.9.2 Resultados da simulação:



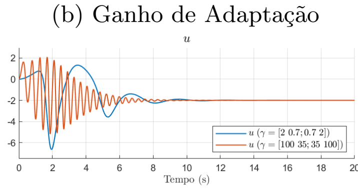
(a) Erro de Rastreamento



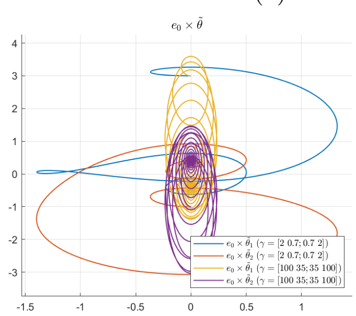
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 13: Resultado da simulação (Script: *simu09.m*)

3.9.3 Comentários:

3.10 Simulação #10

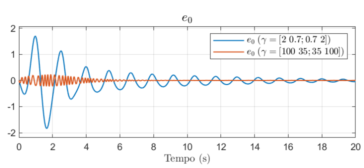
3.10.1 Configuração do experimento:

- **Planta:** $P(s) = \dfrac{1}{s-2}$
- **Modelo de referência:** $M(s) = \dfrac{1}{s+1}$
- **Condições iniciais:** $y_p(0) = 0$, $y_m(0) = 0$
- **Sinal de referência:** DC $= 2$, $A_s = 1$, $\omega_s = 5$ rad/s
- **Ganho de matching ótimo:** $\theta^* = [-(2+1)/1; ; 1/1] = [-3; ; 1]$
- **Ganho de adaptação:**

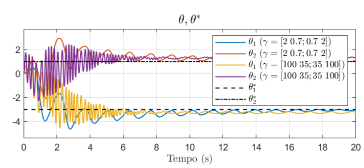
$$\Gamma_1 = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0.35 \\ 0.35 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = 100 \begin{bmatrix} 1 & 0.35 \\ 0.35 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Condição inicial do parâmetro:** $\theta(0) = [0; ; 0]$

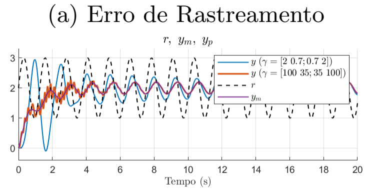
3.10.2 Resultados da simulação:



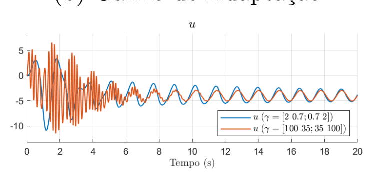
(a) Erro de Rastreamento



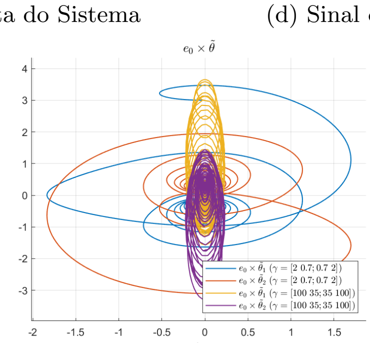
(b) Ganho de Adaptação



(c) Resposta do Sistema



(d) Sinal de Controle



(e) Diagrama $e_0 \times \tilde{\theta}$

Figura 14: Resultado da simulação (Script: *simu10.m*)

3.10.3 Comentários: