Modelagem de Sistemas Dinâmicos - Trabalho Nº1

Leonardo Soares da Costa Tanaka - DRE: 121067652

Rio de Janeiro
2023

Considerando um sistema linear invariante no tempo de u(t), saída y(t) e função de transferência dada por:

$$H(s) = \frac{100}{16}\frac{s^2+16}{s^2+0.2s+100}$$

Escrevendo $H(jw)$:

$$H(jw) = H(s)|_{s=jw} = \frac{100}{16}\frac{(jw)^2+16}{(jw)^2+0.2jw+100} = \frac{100}{16}\frac{16-w^2}{0.2jw+100-w^2}$$

Calculando o módulo da função de trasnferência:

$$|H(jw)| = \frac{100}{16}\frac{\sqrt{(16-w^2)^2}}{\sqrt{(0.2)^2+(100-w^2)^2}}$$

Calculando a fase da função de transferência:

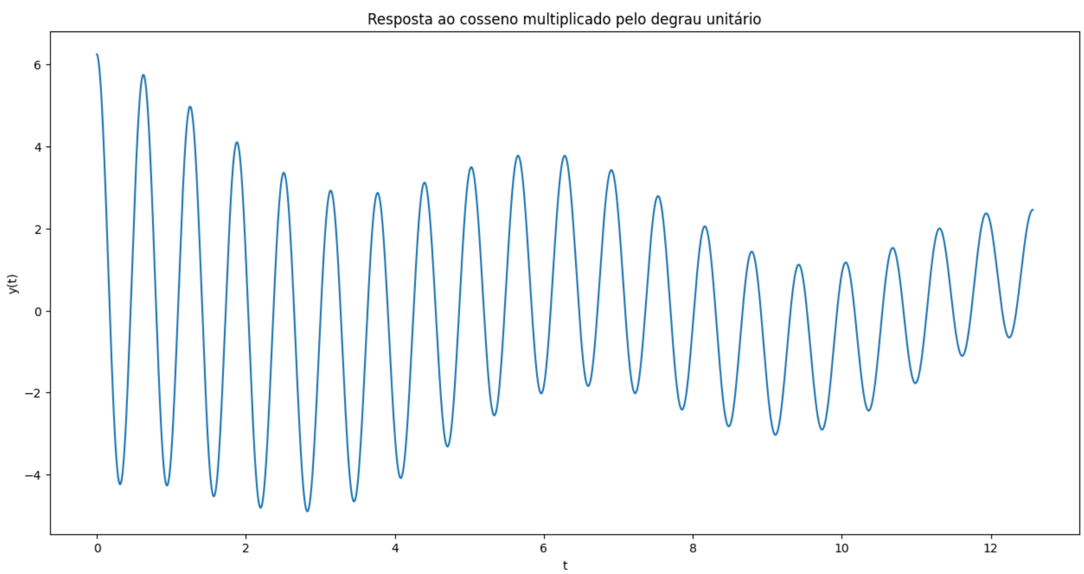
$$\angle H(jw) = arctan(0/(16-w^2)) - arctan(0.2w/(100-w^2))$$

1. Foi considerado uma entrada $u(t) = cos(t)1(t)$. Foi obtido a $y(t)$ por simulação numérica utilizando Python e as bibliotecas NumPy, Matplotlib e Control.

```
import numpy as np
import control as ctrl
import matplotlib.pyplot as plt

# 1. Definir a função de transferência do sistema
num = [100, 0, 1600]  # numerador da função de transferência
den = [16, 3.2, 1600]  # denominador da função de transferência
sys = ctrl.TransferFunction(num, den)  # criar o objeto que representa o sistema

# 2. Definir os valores de tempo para simulação
t = np.linspace(0, 4*np.pi, 10000)  # valores de tempo de 0 a 2*pi segundos

# 3. Definir o sinal de entrada como o cosseno multiplicado pelo degrau unitário
u = np.heaviside(t, 1) * np.cos(t)
```

```
# 4. Realizar a simulação da resposta do sistema usando a função ‘control.forced_response()‘
t_out, yout= ctrl.forced_response(sys, T=t, U=u)

# 5. Calcular a frequência da resposta
Y = np.fft.fft(yout)
mag = np.abs(Y)
idx = np.argmax(mag)
freq = np.fft.fftfreq(len(t), t[1]-t[0])[idx]
print('A frequência da resposta é:', freq, 'rad/s')

# 6. Plotar o gráfico da resposta
plt.plot(t_out, yout)
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('y(t)')
plt.title('Resposta ao cosseno multiplicado pelo degrau unitário')
plt.show()
```

Resultado obtido foi: A frequência da resposta é: -1.5913902759758614 rad/s



Solução analítica:

$$y(t) = |H(j)| \cdot cos(t + \angle H(j)) = \frac{100}{16} \frac{\sqrt{(16-1^2)^2}}{\sqrt{0.04 + (100-1^2)^2}} \cdot cos(t + arctan(0/(16-1^2)) - arctan(0.2/(100-1^2))) =$$

$$= \frac{100}{16} \frac{15}{\sqrt{0.04 + 99^2}} \cdot cos(t + 0 - arctan(0.2/99)) = \frac{100}{16} \frac{15}{99.000202} \cdot cos(t + 0.00202) = 0.946968 \cdot cos(t + 0.00202)$$

2. Foi considerado uma entrada $u(t) = cos(4t)1(t)$ (frequência de zero). Foi obtido a resposta $y(t)$ por simulação numérica utilizando Python e as bibliotecas NumPy, Matplotlib e Control.

3. Foi considerado uma entrada $u(t) = cos(10t)1(t)$ (frequência de zero). Foi obtido a resposta $y(t)$ por simulação numérica utilizando Python e as bibliotecas NumPy, Matplotlib e Control.

4. Foi considerado uma entrada $u(t) = cos(100t)1(t)$ (frequência de zero). Foi obtido a resposta $y(t)$ por simulação numérica utilizando Python e as bibliotecas NumPy, Matplotlib e Control.

Conclusão: