

Modelagem de Sistemas Dinâmicos - Trabalho N^o4

Leonardo Soares da Costa Tanaka - DRE: 121067652

Engenharia de Controle e Automação/UFRJ

Rio de Janeiro, Brasil

Julho de 2023

Para este trabalho, vamos utilizar o arquivo “trabalho4-2023-1.mat” que tem os sinais de entrada $u(t)$ e de saída $y(t)$ de um sistema linear contínuo com função de transferência $G(s)$. Os sinais u e y foram aplicados e aquisitados com uma frequência de amostragem $f_s = 2\text{Hz}$ (período de amostragem $T = 0.5\text{s}$). A variável independente tempo t é o vetor com os instantes que foram realizadas as amostragens dos sinais $u(t)$ e $y(t)$.

Vale notar que o sinal de saída $y(t)$ está quantizado e contaminado com ruído.

1 FFT

Determinando, utilizando a FFT (Fast Fourier Transform), o espectro do sinal de entrada (módulo e fase) em função da frequência em Hz. Utilizando o Matlab para coletar os dados, utilizar a FFT, calcular os espectros do sinal de entrada e plotar o gráfico.

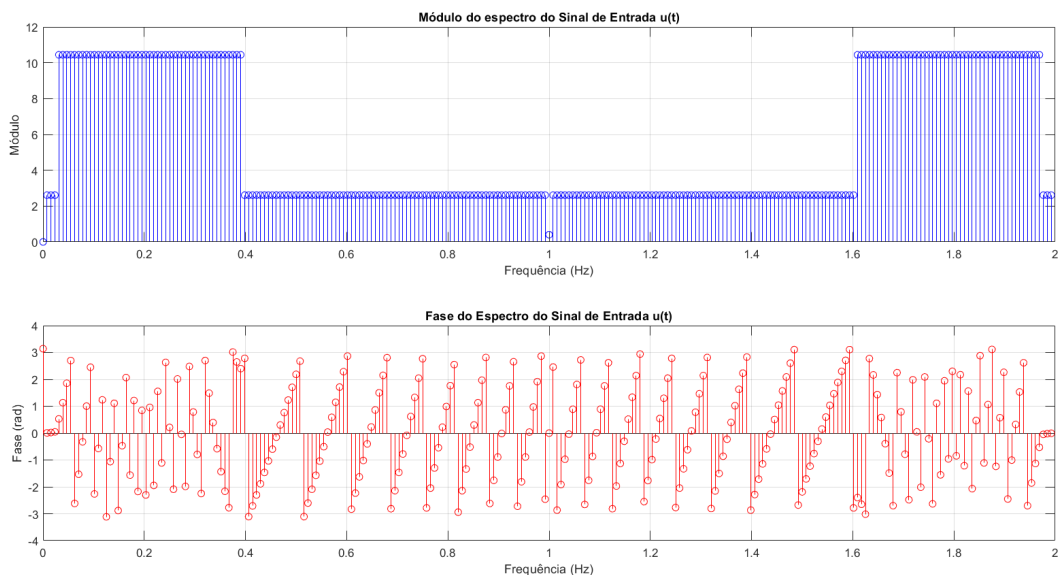


Figura 1: Espectros dos sinais da entrada

É possível observar uma simetria no gráfico da magnitude em torno de 1 com uma parte central com valores iguais a 2.61115 entre 0.4 e 1.6, duas partes seguintes com valores iguais a 10.4446 entre (0.03 e 0.4) e (1.6 e 1.96) e duas partes extremas com os mesmos valores que a parte central. Já no gráfico de fase, é possível observar uma oscilação bem similar entre 0.4 e 1.6 e outras oscilações similares entre (0.03 e 0.4) e (1.6 e 1.96) com valores entre $-\pi$ e π .

2 Resposta em frequência do sistema $G(j\omega)$

Estimando a resposta em frequência do sistema $G(j\omega)$ utilizando os espectros dos sinais de entrada $U(j\omega)$ e de saída $Y(j\omega)$:

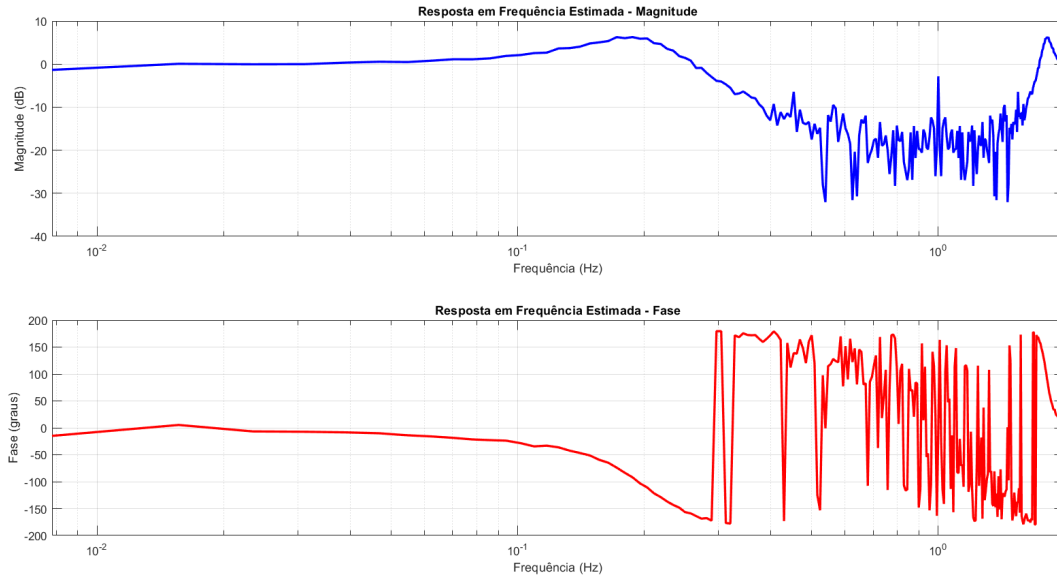


Figura 2: Resposta em frequência do sistema $G(j\omega)$

3 Principais características da resposta em frequência

Ao visualizar gráfico de resposta em frequência é possível observar um sistema de segunda ordem entre 0.1 Hz e 0.3 rad/s. Os sistemas de segunda ordem apresentam um comportamento ressonante em torno da frequência natural do sistema, que é determinada pela constante de tempo e a frequência de amortecimento. Se a frequência de excitação estiver próxima à frequência natural do sistema, a resposta pode se tornar muito amplificada, criando um pico na resposta em frequência.

Quanto ao ruído começando um pouco antes de 0.3 Hz e estendendo-se até mais de 2 Hz, isso pode ter efeitos significativos na resposta do sistema, especialmente se a amplitude do ruído for alta em comparação com o sinal de interesse. O ruído pode mascarar a resposta do sistema, dificultando a identificação precisa dos picos de ressonância ou outros comportamentos relevantes.

4 Determinação do sistema de 2ª ordem

Para determinar o sistema de 2ª ordem que tem resposta em frequência mais próxima com a estimada, foi feito diversos testes trocando as constantes ζ e w_n até chegar numa visualização bem próxima entre as duas respostas em frequência.

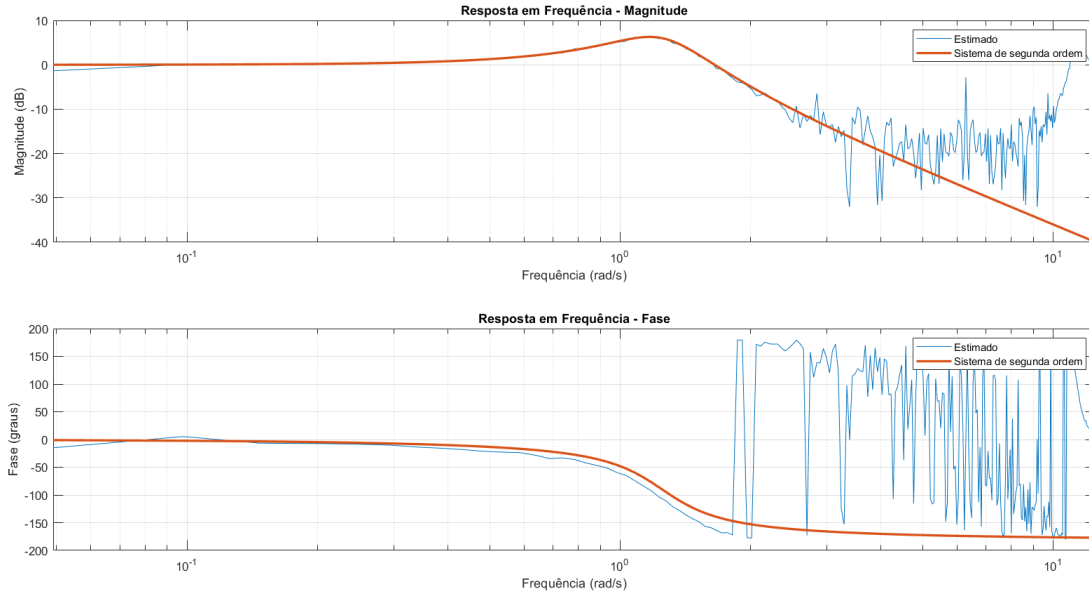


Figura 3: Resposta em frequência

Foi utilizada a seguinte fórmula que representa a função de transferência de um sistema de 2ª ordem:

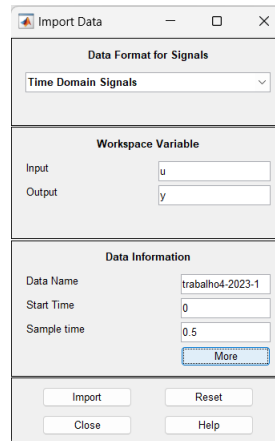
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Os valores obtidos foram:

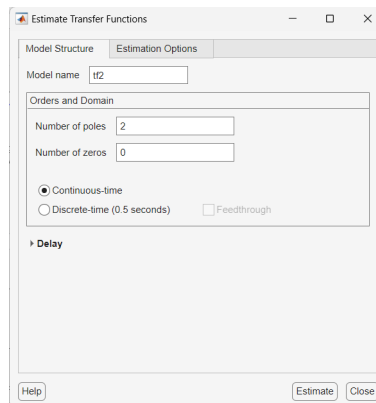
$$w_n = 1.25 \text{ e } \zeta = 0.25 \quad (2)$$

5 System Identification Apps

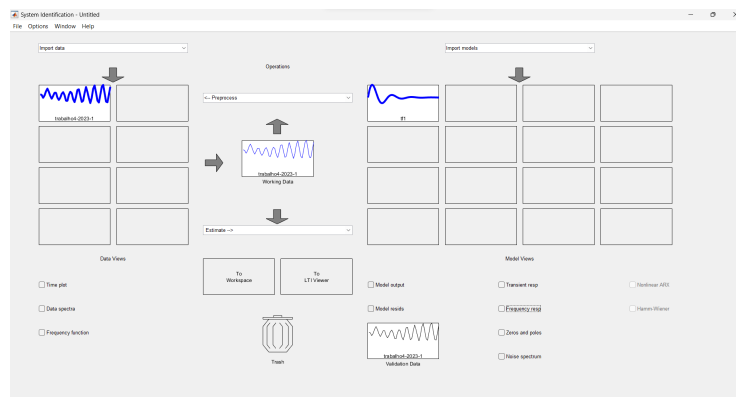
Foi colocado os dados da entrada $u(t)$ e saída $y(t)$ que foram acessados pelo "System Identification Apps".



Depois, disso foi colocado para estimar a função de transferência com nenhum zero e dois pólos.



Foi obtido o resultado pelo "System Identification Apps".



Resultados obtidos:

```
From input "u1" to output "y1":  
1.573  
-----  
s^2 + 0.6237 s + 1.577  
Name: tf1  
Continuous-time identified transfer function.
```

Figura 4: Função de transferência

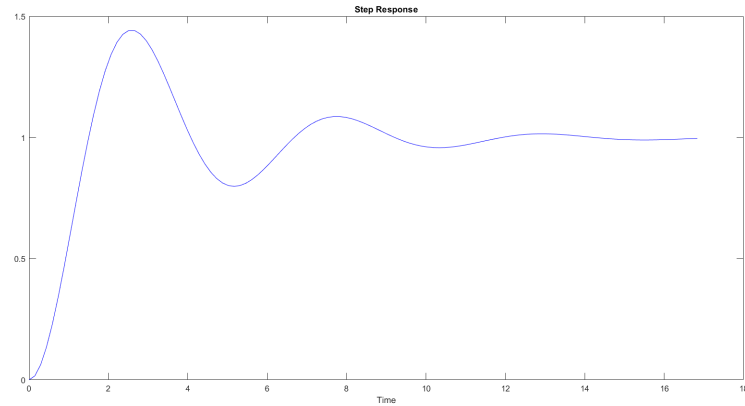


Figura 5: Resposta transiente

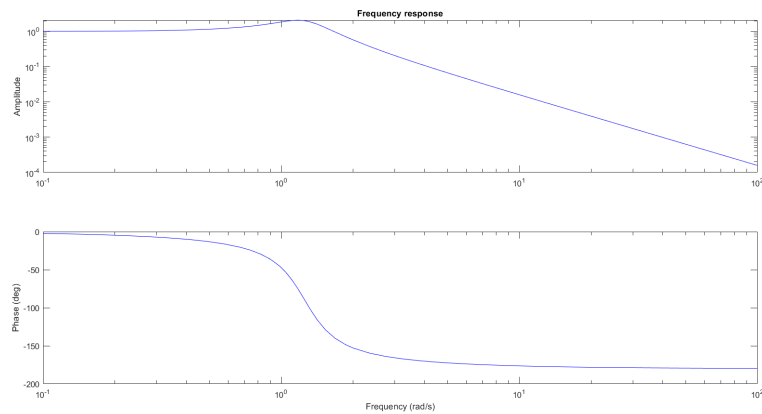


Figura 6: Resposta em frequência

Como pode ser visto o resultado obtido pelo "System Identification Apps" ficou bem próximo ao resultado obtido no item anterior, sendo bem similares na resposta em frequência.

6 Conclusão

Ao longo deste projeto, realizamos uma análise detalhada do sistema linear contínuo com função de transferência $G(s)$, utilizando sinais de entrada e saída adquiridos com uma frequência de amostragem $f_s = 2\text{Hz}$. Nossa análise incluiu a determinação do espectro do sinal de entrada por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT), bem como a estimativa da resposta em frequência do sistema utilizando os espectros dos sinais de entrada $U(j\omega)$ e de saída $Y(j\omega)$.

Os resultados da análise mostraram que o sinal de entrada apresenta certas características principais em seu espectro, como picos de frequência em determinadas regiões e uma fase específica associada a cada componente frequencial. Essas características podem ser cruciais para a compreensão do comportamento do sistema em diferentes faixas de frequência.

Com base nas estimativas da resposta em frequência do sistema $G(j\omega)$, foi possível traçar o módulo e a fase da resposta em função da frequência em rad/s. Essas curvas nos permitiram identificar as principais características da resposta em frequência, incluindo picos de ressonância, frequência natural e frequência de amortecimento.

Além disso, foi comparada a resposta em frequência estimada com os resultados obtidos por meio do "System Identification Apps" do Matlab. Essa comparação permitiu validar os resultados e verificar a precisão das estimativas.

No geral, este trabalho forneceu uma visão aprofundada sobre o comportamento do sistema estudado em termos de sua resposta em frequência. Com as informações coletadas, pudemos identificar um modelo de segunda ordem que melhor se ajusta à resposta em frequência estimada. Isso pode ser fundamental para futuras aplicações práticas do sistema ou para projetos de controle.

No entanto, durante o projeto, foram encontrados alguns desafios, como ruído presente nos sinais adquiridos, que podem ter afetado a precisão das estimativas. Para mitigar esses problemas, foram empregadas técnicas específicas de análise de sinais e filtragem. No entanto, é importante ressaltar que a qualidade dos resultados pode ser influenciada por essas limitações.

Em conclusão, o trabalho proporcionou uma sólida compreensão do sistema estudado em termos de sua resposta em frequência, identificando suas principais características e estimando um modelo de segunda ordem aproximado. Espero que os resultados aqui apresentados possam ser úteis para futuros estudos e aplicações práticas no campo da engenharia de controle e automação.

A Código 1

```
% Carregar os dados do arquivo
data = load('trabalho4-2023-1.mat');
u = data.u;
t = data.t;

% Frequência de amostragem (fs) e período de amostragem (T)
fs = 2; % Hz
T = 1 / fs;

% Calcula o espectro do sinal de entrada u(t) usando a FFT
U = fft(u);

% Vetor de frequências para o eixo x
frequencies = (0:length(U) - 1) * (fs / length(U));

% Módulo do espectro do sinal de entrada
modulo_U = abs(U);

% Fase do espectro do sinal de entrada
fase_U = angle(U);

% Cores para os plots
cor_modulo = 'b'; % Azul
cor_fase = 'r'; % Vermelho

figure; % Plot do espectro do sinal de entrada (módulo e fase)
subplot(2, 1, 1); % Plot do módulo do espectro
stem(frequencies, modulo_U, 'Color', cor_modulo);
xlabel('Frequência (Hz)');
ylabel('Módulo');
title('Módulo do espectro do Sinal de Entrada u(t)');
grid on;

subplot(2, 1, 2); % Plot da fase do espectro
stem(frequencies, fase_U, 'Color', cor_fase);
xlabel('Frequência (Hz)');
ylabel('Fase (rad)');
title('Fase do Espectro do Sinal de Entrada u(t)');
grid on;
```

B Código 2

```
% Carregar o arquivo 'trabalho4-2023-1.mat'
load('trabalho4-2023-1.mat');

% Calcule o eixo de frequência correspondente à Transformada de Fourier
N = length(u); % Número de pontos na Transformada de Fourier
fs = 1 / (t(2) - t(1)); % Frequência de amostragem (inverso do intervalo de tempo entre amostras)
f = (0:N-1) * fs / N; % Eixo de frequência em Hz

% Converta o eixo de frequência para rad/s
omega_rad = 2 * pi * f;

% Realizar a FFT do sinal de entrada 'u'
U = fft(u);
U_mag = abs(U);
U_phase = angle(U);

% Realizar a FFT do sinal de saída 'y'
Y = fft(y);

% Estimar a resposta em frequência do sistema G(jw)
G_estimated = Y ./ U;

G_mag_dB = 20*log10(abs(G_estimated));
G_phase_deg = rad2deg(angle(G_estimated));

% Plotar o módulo e fase da resposta em frequência estimada na mesma figura em escala logarítmica
figure;

subplot(2, 1, 1);
semilogx(omega_rad, G_mag_dB, 'b', 'LineWidth', 2);
title('Resposta em Frequência Estimada - Magnitude');
xlabel('Frequência (rad/s)');
ylabel('Magnitude (dB)');
grid on;

subplot(2, 1, 2);
semilogx(omega_rad, G_phase_deg, 'r', 'LineWidth', 2);
title('Resposta em Frequência Estimada - Fase');
xlabel('Frequência (rad/s)');
ylabel('Fase (graus)');
grid on;
```


C Código 4

```

data = load('trabalho4-2023-1.mat');
u = data.u;
y = data.y;
t = data.t;

% Estimar os parâmetros omega_n e zeta da função de transferência G(s)
% Você pode utilizar métodos de identificação de sistemas, como o método dos mínimos quadrados ou outros.
omega_n_est = 1.25; % Estimativa inicial para a frequência natural (ajuste conforme necessário)
zeta_est = 0.25;    % Estimativa inicial para o fator de amortecimento (ajuste conforme necessário)
% Calcular o espectro da função de transferência G(jw) com os parâmetros estimados
s = tf('s');
G_s = omega_n_est^2 / (s^2 + 2*zeta_est*omega_n_est*s + omega_n_est^2);
% Calcule o eixo de frequência correspondente à Transformada de Fourier
N = length(u); % Número de pontos na Transformada de Fourier
fs = 1 / (t(2) - t(1)); % Frequência de amostragem (inverso do intervalo de tempo entre amostras)
f = (0:N-1) * fs / N; % Eixo de frequência em Hz
omega_rad = 2 * pi * f; % Converta o eixo de frequência para rad/s
% Calcule a Transformada de Fourier dos sinais de entrada e saída
U = fft(u);
Y = fft(y);
G_est = Y ./ U; % Estime a resposta em frequência G(jw) a partir dos dados medidos
% Calcule o módulo e a fase da resposta em frequência em graus e dB, respectivamente
G_mag_dB = 20 * log10(abs(G_est));
G_phase_deg = angle(G_est) * (180 / pi);
% Calcule o módulo e a fase da resposta em frequência da função de transferência G(jw) em graus e dB, respectivamente
[mag_Gs, phase_Gs] = bode(G_s, omega_rad);
% Plotar o espectro de magnitude e fase estimados juntamente com a função de transferência G(s)
figure;
subplot(2, 1, 1);
semilogx(omega_rad, G_mag_dB, 'DisplayName', 'Estimado');
hold on;
semilogx(omega_rad, 20*log10(squeeze(mag_Gs)), 'DisplayName', 'Sistema de segunda ordem','LineWidth',2);
xlabel('Frequência (rad/s)');
ylabel('Magnitude (dB)');
title('Resposta em Frequência - Magnitude');
legend;

```

```
grid on;
subplot(2, 1, 2);
semilogx(omega_rad, G_phase_deg, 'DisplayName', 'Estimado');
hold on;
semilogx(omega_rad, squeeze(phase_Gs), 'DisplayName', 'Sistema de segunda ordem','LineWidth',2);
xlabel('Frequência (rad/s)');
ylabel('Fase (graus)');
title('Resposta em Frequência - Fase');
legend;
grid on;
```