Modelagem de Sistemas Dinâmicos - Trabalho Nº2

Leonardo Soares da Costa Tanaka - DRE: 121067652

Engenharia de Controle e Automação/UFRJ

Rio de Janeiro, Brasil

Junho de 2023

Considerando um motor de corrente contínua (DC) controlado por corrente de armadura com entrada de tensão $V_a(t)$ (V), saída de velocidade angular $\omega_m(t)$ (rad/s), representado pelo circuito abaixo:

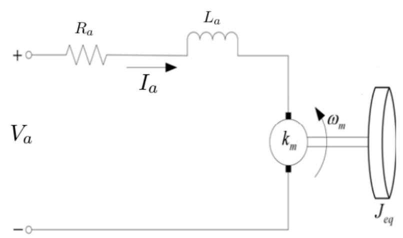


Figura 1: Circuito

O motor considerado tem as seguintes características dadas pelo fabricante:

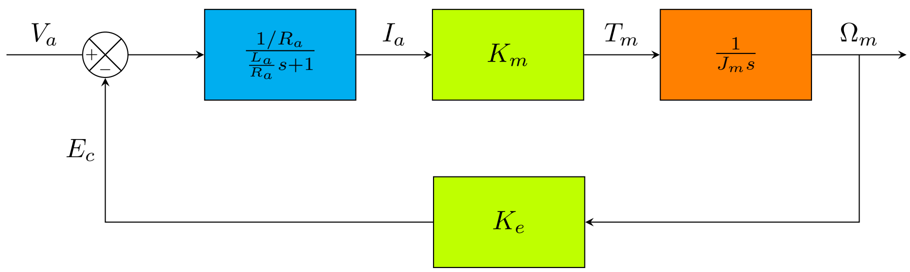
- Resistência de armadura: $R_a = 10.6\Omega$
- Indutância de armadura: $L_a = 0.82mH$
- Momento de Inércia do Rotor do Motor: $J_m = 1.16 \cdot 10^{-6} kgm^2$
- Constantes do Motor: $K_m = 0.0502Nm/A$, $K_e = 0.0502Vs$
- Tensão máxima: 15 volts
- Massa do disco de inércia: $0.068kg$
- Raio do disco de inércia: $0.0248m$

1 Modelagem teórica

Organizando as equações do sistema para obter o diagrama de blocos e a função de transferência. Utilizando a Lei de Kirchhoff das Tensões, Equação do Torque, Lei do Motor e Lei do Gerador. Depois, realizando a Transformada de Laplace das equações:

$$R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} = V_a - e_c, \quad J_m \frac{d\omega_m}{dt} = T_m, \quad T_m = K_m \cdot i_a, \quad e_c = K_e \cdot \omega_m$$
$$I_a(s) = \frac{1/R_a}{\frac{L_a}{R_a}s + 1}(V_a(s) - e_c(s)), \quad \Omega(s) = \frac{1}{J_m s} T_m(s), \quad T_m(s) = K_m \cdot I_a(s), \quad E_c(s) = K_e \Omega_m(s) \tag{1}$$

1.1. Montando um diagrama de blocos do sistema (Desconsiderando o atrito do sistema). O bloco azul é o subsistema elétrico, o bloco laranja é o subsistema mecânico e os blocos verdes são interligações entre o sistema elétrico e mecânico:



1.2. Calculando a função de transferência do motor $G(s)$ de $V_a(s)$ para $\Omega_m(s)$ (Levando em consideração que é um sistema realimentado):

$$G(s) = \frac{\Omega_m(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{K_m}{R_a \cdot J_m} \frac{1}{s(\frac{L_a}{R_a}s+1)}}{1 + \frac{K_e \cdot K_m}{R_a \cdot J_m} \frac{1}{s(\frac{L_a}{R_a}s+1)}} = \frac{k_m}{R_a \cdot J_m \cdot s \cdot (\frac{L_a}{R_a}s + 1) + K_e \cdot K_m} = \frac{\frac{k_m}{J_m \cdot L_a}}{s^2 + \frac{R_a}{L_a}s + \frac{K_e \cdot K_m}{J_m \cdot L_a}} \tag{2}$$

1.3. Representando o sistema no espaço de estados com a realização canónica controlável:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_e \cdot K_m}{J_m \cdot L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \frac{k_m}{J_m \cdot L_a} & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$