

# Análise da curva de tração e correção do módulo de elasticidade

**Leonardo Sales Araujo**

**PEMM/COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro**

Este código foi desenvolvido em python e se destina ao tratamento dos arquivos .txt oriundos da Emic. Contudo, o código pode ser modificado para outros tipos de arquivos de dados.

IMPORTANTE:

1. no arquivo .txt você NÃO precisa trocar o separador decimal de vírgula para ponto;
2. Apenas precisa apagar os acentos e caracteres "estranhos" do CABEÇALHO;
3. O arquivo .txt deve estar no MESMO DIRETÓRIO do arquivo de código python

```
In [1]: #importa base para tratar dados do arquivo
import os
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
In [2]: #insere aviso para o arquivo a editar
print("-----\n>>>ATENÇÃO!<<<\n-----\n1) NO CABEÇALHO do arquivo .txt, s
ubstituir ou apagar acentos e pontuações!!!")
print("2) COLOQUE OS ARQUIVOS QUE PRETENDE ABRIR NO MESMO DIRETÓRIO DO ARQUIVO .py"
      "\n-----")
```

```
-----
>>>ATENÇÃO!<<<
-----
1) NO CABEÇALHO do arquivo .txt, substituir ou apagar acentos e pontuações!!!
2) COLOQUE OS ARQUIVOS QUE PRETENDE ABRIR NO MESMO DIRETÓRIO DO ARQUIVO .py
-----
```

**A próxima etapa consiste em carregar os dados e verificar a sua validade.**

```
In [3]: #informa o diretorio corrente
curDir = os.getcwd()
print(curDir)

#carrega o arquivo
nome_arquivo = input("informe o nome do arquivo: ")
id_legenda = input("Informe a identificação do CP para a legenda: ")

#carrega o arquivo .txt, ignorando o texto do cabeçalho
dados = pd.read_csv(nome_arquivo, encoding = "latin1", header = 0, decimal=".", sep = '\t')

#verifica se os dados estao sendo corretamente lidos
print(dados.head())

#verifica o numero de linhas e colunas
dim_dados = dados.shape
print("-----")
print("Tamanho da base de dados: " + str(dim_dados))

#atribui as variaveis
tempo = dados.iloc[:,0]
desloc = dados.iloc[:,1]
forca = dados.iloc[:,2]
```

C:\Users\wotde\Documents\00\_Projetos\_Python\Ensaio\_tracao

informe o nome do arquivo: G05.txt

Informe a identificação do CP para a legenda: G05

	Tempo(s)	Deformao(mm)	Fora(N)
0	0.016667	0.000000	22.437
1	0.066667	0.001208	25.642
2	0.083333	0.002589	25.642
3	0.100000	0.003625	22.437
4	0.116670	0.004747	22.437

-----

Tamanho da base de dados: (690, 3)

**Nessa parte são inseridos os dados do corpo de provas e seleciona-se a geometria do mesmo, de forma a carregar os dados dimensionais correspondentes**

```
In [4]: #insere os dados iniciais do CP e define se o CP eh quadrado, retangular ou circular
comprimento_util = float(input("Informe o comprimento util (mm): "))
geometria = int(input("Geometria do CP: \n >>1<< para cilindrica \n >>2<< para retangular \n >>3<< para quadrada \n Escolha: "))

if geometria == 1:
    diametro = float(input("Diametro (mm): "))
    area_transversal = np.pi*(diametro**2)/4

elif geometria == 2:
    largura = float(input("Insira a largura (mm): "))
    espessura = float(input("Insira a espessura (mm): "))
    area_transversal = largura*espessura

elif geometria == 3:
    largura = float(input("Insira a largura (mm): "))
    area_transversal = largura**2

else:
    print("Entrada invalida")

Informe o comprimento util (mm): 22.2
Geometria do CP:
>>1<< para cilindrica
>>2<< para retangular
>>3<< para quadrada
Escolha: 1
Diametro (mm): 4.1
```

É importante lembrar que os dados obtidos pela máquina de tração são: tempo, deslocamento e carga. Precisa-se converter deslocamento e carga para tensão de engenharia e deformação de engenharia, usando os dados dimensionais dos corpos de prova que foram previamente inseridos.

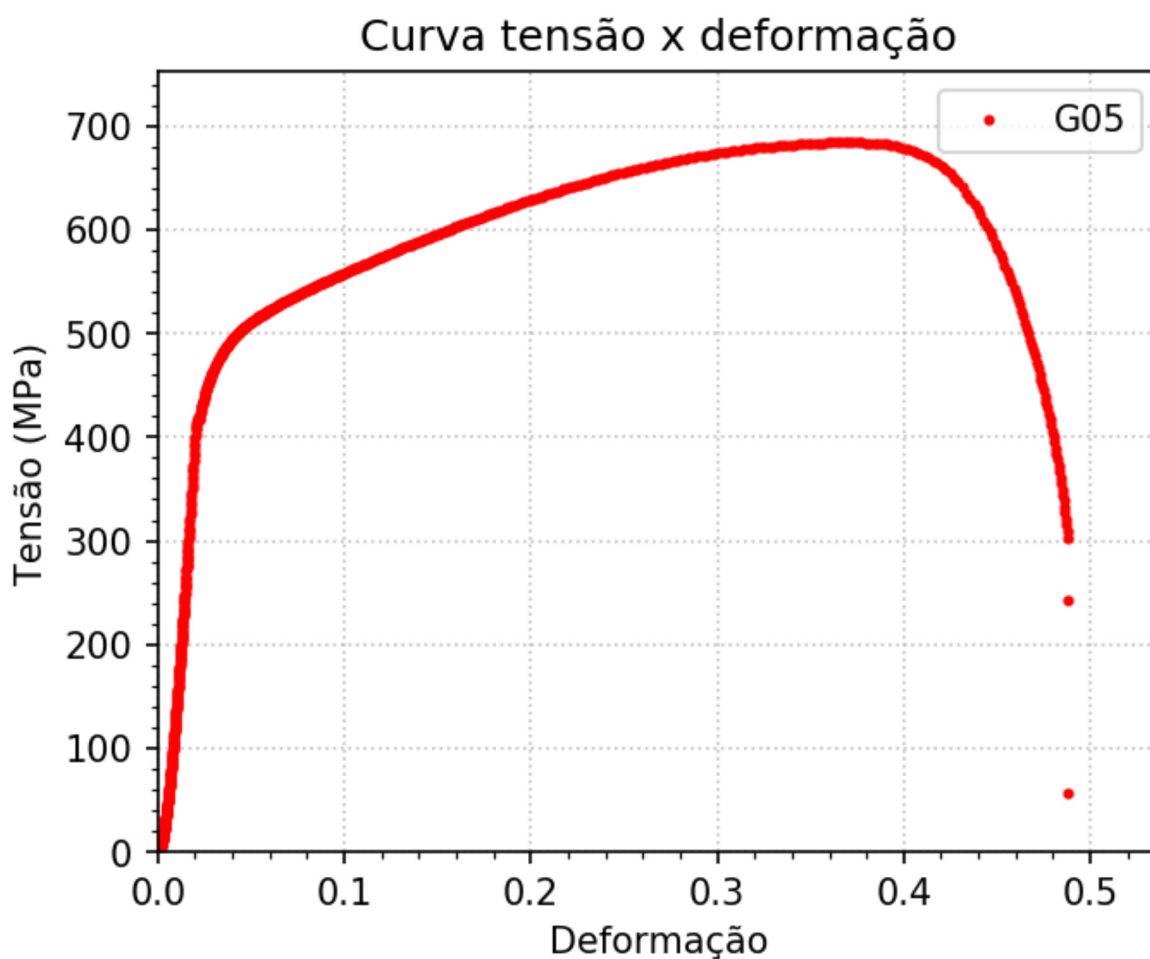
$$s = \frac{P}{A_0} = \frac{Carga}{Area\_transversal}$$

$$e = \frac{\delta l}{l_0} = \frac{deslocamento}{comprimento\_util}$$

```
In [5]: #define as variaveis de tensao e deformacao
deform = desloca/comprimento_util
tensao = forca/area_transversal
```

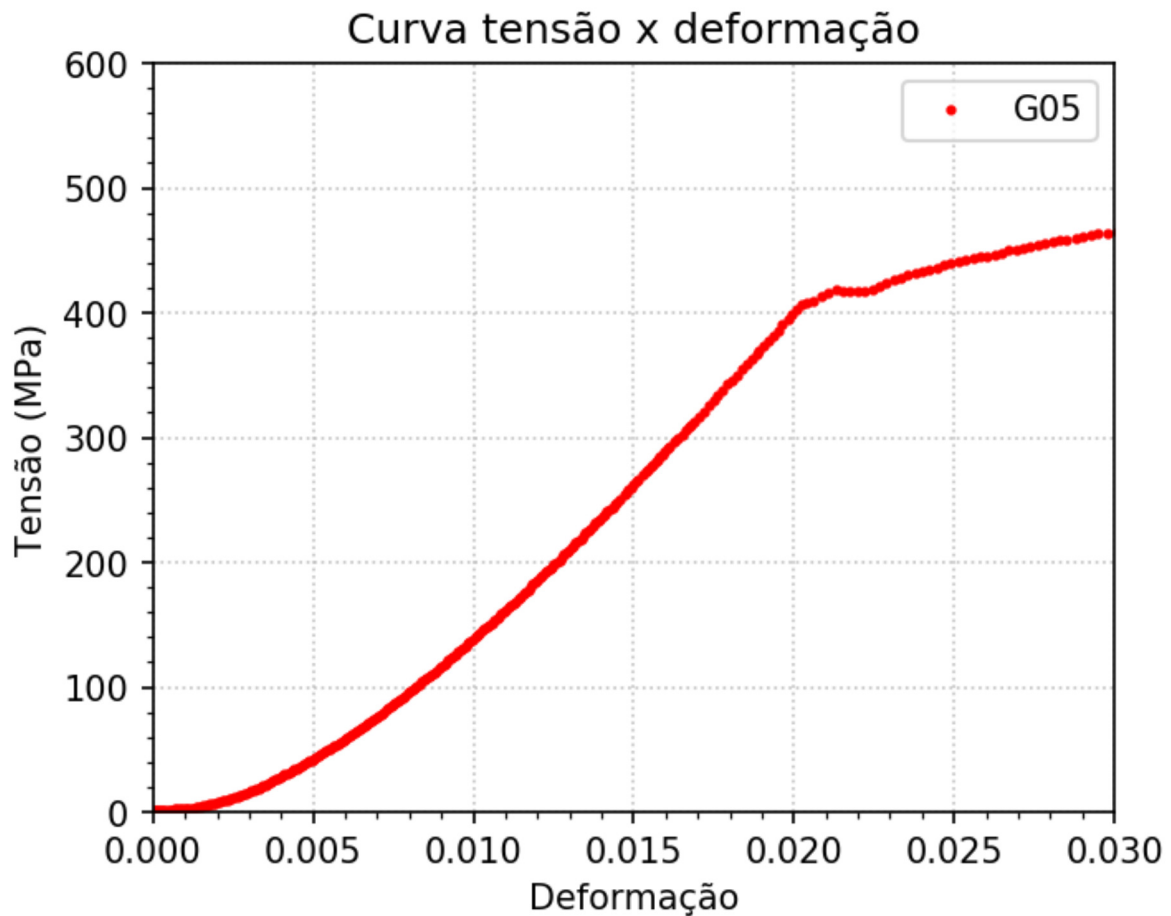
Com isso, pode-se construir a curva tensão de engenharia x deformação de engenharia

```
In [6]: #plota o grafico tensao x deformacao
plt.figure(1,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deform, tensao, 'ro', markersize=2, markerfacecolor=None, label= id_legend
a)
plt.title('Curva tensão x deformação')
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0, 1.1*max(deform), 0, 1.1*max(tensao)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc='best')
plt.show(block=False)
```



Há alguns casos onde, em função da fixação do CP e/ou da sua geometria, a região elástica não se manifesta completamente linear na curva.

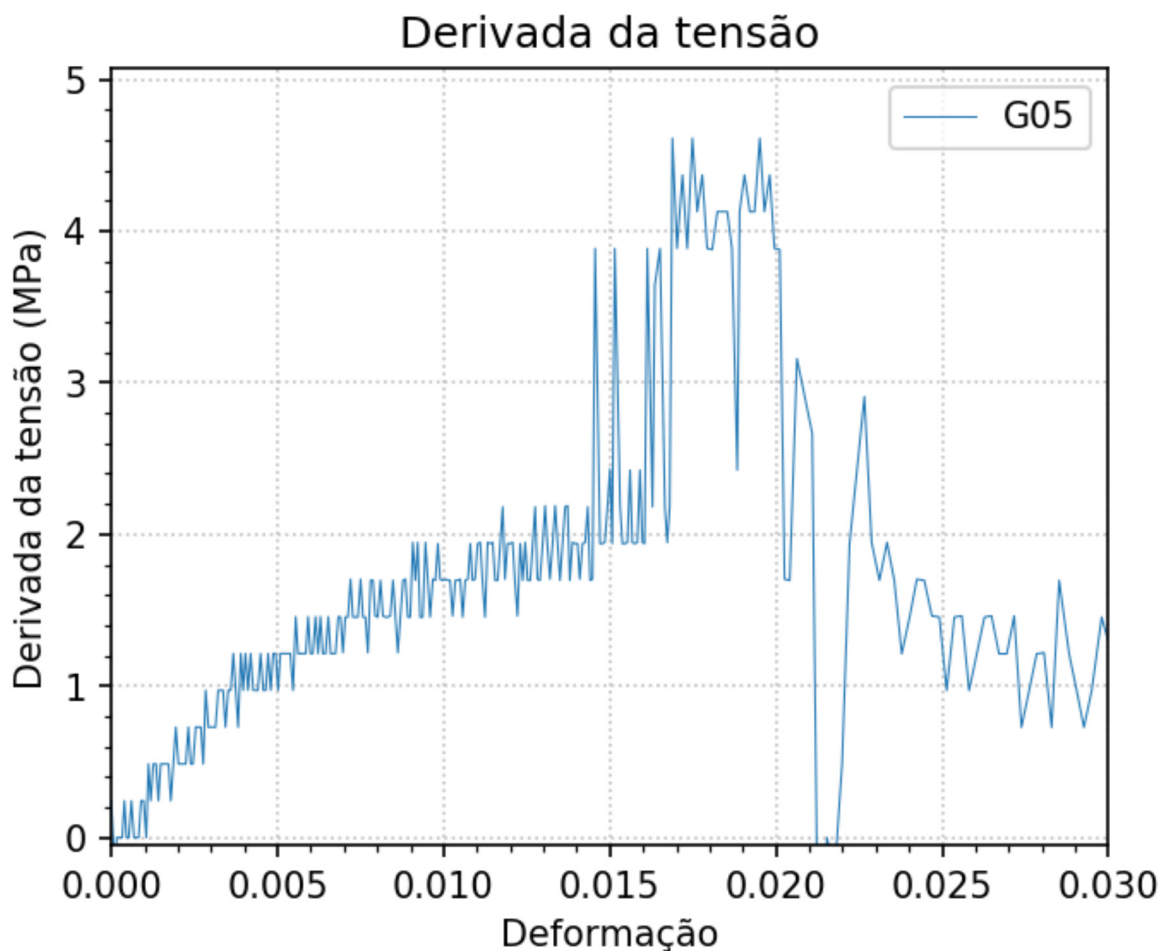
```
In [9]: #plota uma região grafico tensao x deformacao
plt.figure(1,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deform, tensao, 'ro', markersize=2, markerfacecolor=None, label= id_legend
a)
plt.title('Curva tensão x deformação')
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0, 0.03, 0, 600])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc='best')
plt.show(block=False)
```



Nesse caso, se for tentada a linearização direta da região elástica, pode haver um grande erro na definição do limite de escoamento. Por isso é preciso analisar a região linear antes de estabelecer a linha paralela a 0.002 (ou 0.2%), conhecido como "*método do offset*". Alternativamente, pode-se tentar observar a derivada da curva de tensão em relação à deformação.

Gráfico  $\frac{ds}{de} \times e$

```
In [11]: #derivada da tensão de engenharia pela deformação
derivada_tensao=np.diff(tensao)
deform_der = deform[:-1]
plt.figure(2,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.title('Derivada da tensão')
plt.plot(deform_der, derivada_tensao, linewidth=0.5,linestyle='-', label= id_legend
a)
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0, 0.03, -0.05, 1.1*max(derivada_tensao)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Derivada da tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc = 'best')
plt.show(block=False)
plt.show()
```



A partir dessa análise, pode-se definir um intervalo na região elástica o mais próximo quanto possível da linearidade e realizar uma regressão linear para se determinar os coeficientes e, conseqüentemente, o módulo de elasticidade.

Esses valores serão importantes para a construção da reta paralela ("offset"), que cortará a curva e determinará o limite de escoamento do material.

```
In [12]: #escolhe o intervalo para linearizar e criar a paralela de calculo do LE
intervalo_inferior_tensao = float(input("Valor inferior de tensao para linearizacao
(MPa): "))
intervalo_superior_tensao = float(input("Valor superior de tensao para linearizacao
(MPa): "))

#para evitar o erro ao detectar pontos na outra parte da curva
lr = max(tensao)
indices_maximo = [inicio for inicio, fim in enumerate(tensao) if fim == lr]
p_indice_maximo = indices_maximo[0]
print(indices_maximo)

#determina o indice do valor mais proximo aquele informado
indice_inferior = min(range(len(tensao[0:p_indice_maximo])), key=lambda i: abs(tensao[i]-intervalo_inferior_tensao))
indice_superior = min(range(len(tensao[0:p_indice_maximo])), key=lambda i: abs(tensao[i]-intervalo_superior_tensao))

#cria uma lista do intervalo e faz o ajuste linear
corte_deform = deform[indice_inferior:indice_superior+1]
corte_tensao = tensao[indice_inferior:indice_superior+1]
#faz o ajuste da reta em funcao dos pontos
modelo = np.polyfit(corte_deform, corte_tensao, 1)
print("coeficientes de ajuste: " + str(modelo))

Valor inferior de tensao para linearizacao (MPa): 200
Valor superior de tensao para linearizacao (MPa): 320
[594, 595, 596, 602]
coeficientes de ajuste: [26376.31334068 -132.93422666]
```

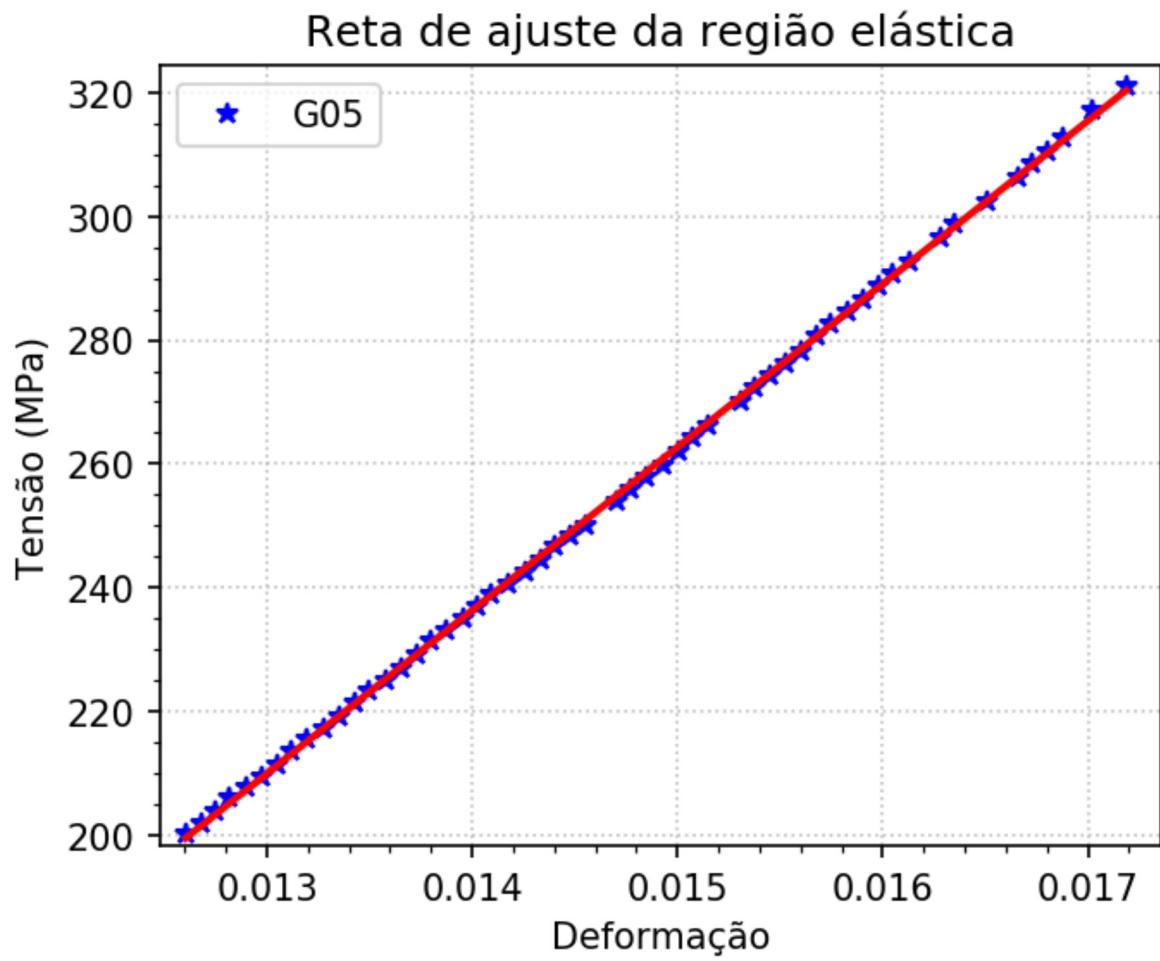
Obs: Reparem que, para o valor do coeficiente "a", que representa o módulo de elasticidade, é bem menor que o valor real do material. Isso se dá porque a própria máquina de tração e seus componentes (como as garras) tem a sua rigidez e cedem durante o ensaio, bem como o ajuste do corpo de provas na fixação. Isso resulta em uma deformação adicional, o que interfere resultado.

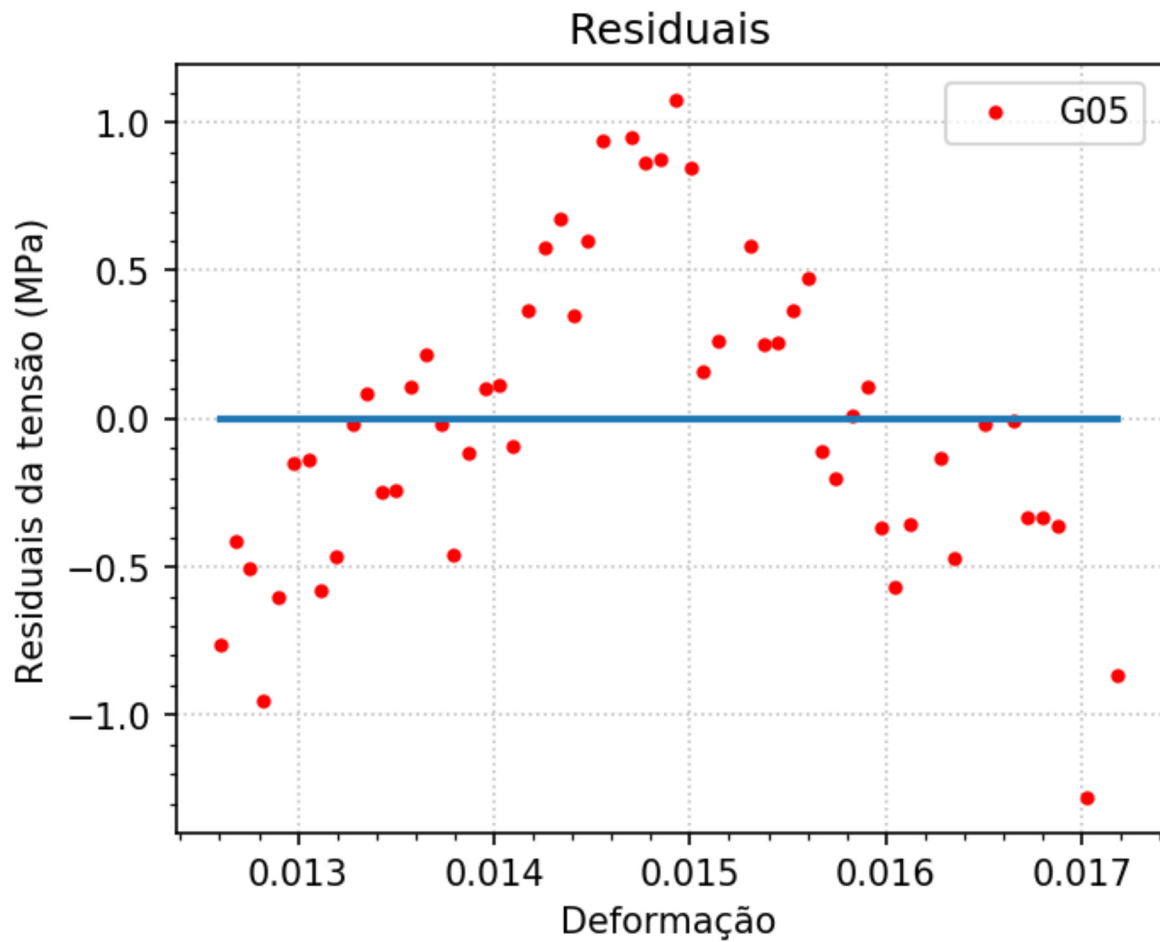
**A curva de ajuste pode ser analisada, bem como seus residuais.**

```
In [13]: #informa os coeficientes a e b
plt.figure(3,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(corte_deform, corte_tensao, 'b*', markersize=6, markerfacecolor=None, label=id_legenda)
plt.plot(corte_deform, modelo[0]*corte_deform+modelo[1], linewidth=2, color='red', linestyle='-')
plt.title('Reta de ajuste da região elástica')
plt.grid(alpha=0.75, linestyle=':')
plt.axis([0.99*min(corte_deform), 1.01*max(corte_deform), 0.99*min(corte_tensao), 1.01*max(corte_tensao)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend()
plt.show(block=False)

#calcula os residuais e plota para comparacao
residuais = (modelo[0]*corte_deform+modelo[1])-corte_tensao
#plota o grafico
plt.figure(4,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(corte_deform, residuais, 'ro', markersize=3, markerfacecolor=None, label=id_legenda)
plt.plot(corte_deform, 0*residuais, linewidth=2)
plt.title('Residuais')
plt.grid(alpha=0.75, linestyle=':')
#plt.axis([0.95*min(corte_deform), 1.1*max(corte_deform), 0.95*min(residuais), 1.1*max(residuais)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Residuais da tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend()
plt.show(block=False)
plt.show()
```







Com isso, pode-se construir a reta paralela ("*offset*"). Pelas especificações em norma, para os aços e ligas estruturais, quando não há limite de escoamento descontínuo, a determinação da propriedade se dá pelo "*método do offset*" na qual constrói-se uma reta paralela aquela relativa à região elástica, com uma defasagem de 0.002 ou 0.2%

```
In [14]: #determina o ponto onde as curvas se encontram para calcular o limite de escoamento

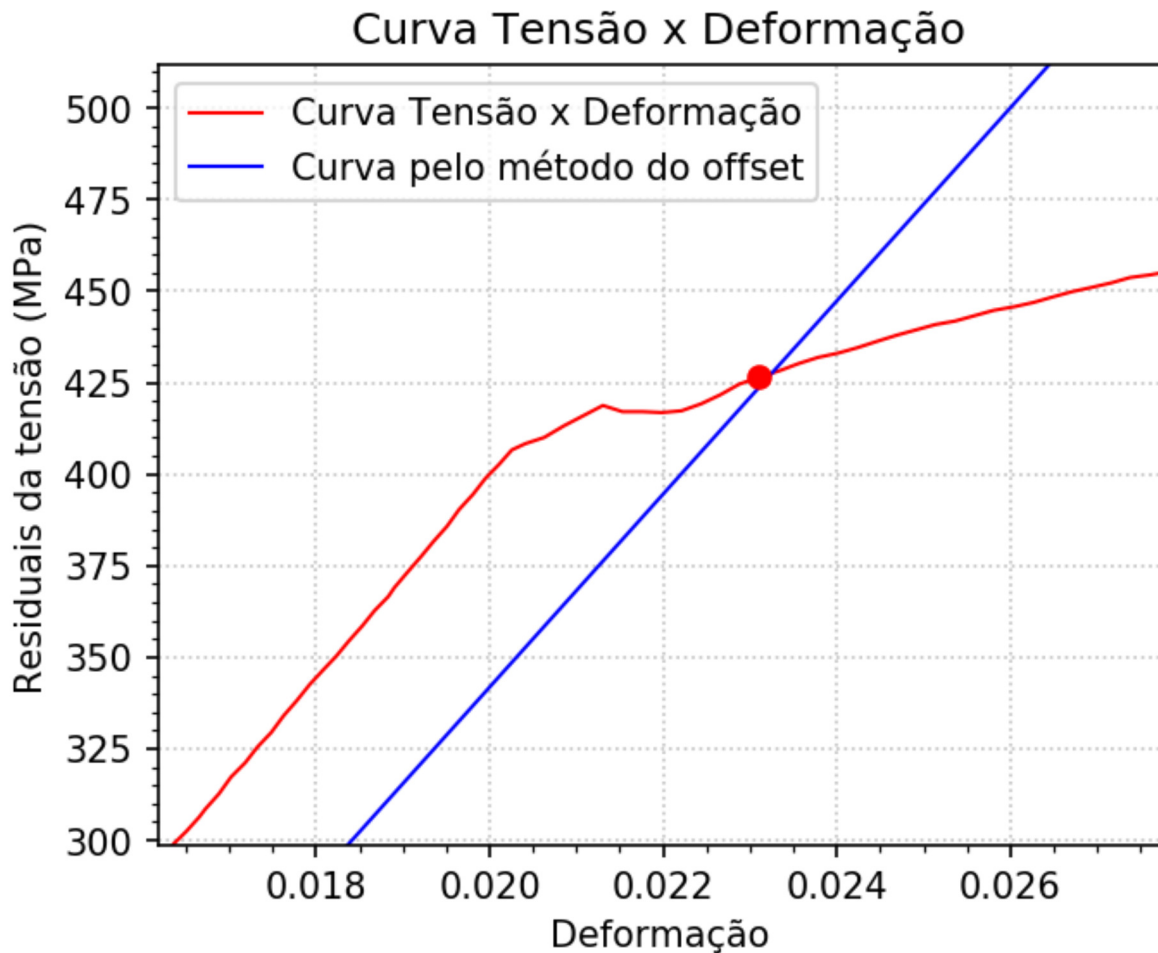
diferencas_curvas = tensao - (modelo[0]*(deform-0.002)+modelo[1])
for indle in range(len(diferencas_curvas) - 1):
    if diferencas_curvas[indle] == 0. or diferencas_curvas[indle] * diferencas_curvas[indle + 1] < 0.:
        limite_escoamento = tensao[indle]
        print("-----")
        print("Limite de escoamento: %.2f MPa" % limite_escoamento)
        print("Limite de resistencia: %.2f MPa" % max(tensao))
        print("-----")

#determina o indice mais proximo ao valor de limite de escoamento
indice_limite_escoamento = min(range(len(tensao)), key=lambda i: abs(tensao[i]-limite_escoamento))

#cria uma reta com a mesma inclinacao e desloca 0.0002

plt.figure(5,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deform, tensao, linewidth=1, color='red', linestyle='--', label='Curva Tensão x Deformação')
plt.plot(deform,modelo[0]*(deform-0.002)+modelo[1], linewidth=1,
        color='blue',linestyle='--', label='Curva pelo método do offset')
plt.plot(deform[indice_limite_escoamento], tensao[indice_limite_escoamento], 'ro')
plt.title('Curva Tensão x Deformação')
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0.7*deform[indice_limite_escoamento], 1.2*deform[indice_limite_escoamento],
        0.7*tensao[indice_limite_escoamento], 1.2*tensao[indice_limite_escoamento]])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Residuais da tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend()
plt.show(block=False)
plt.show()
```

-----  
Limite de escoamento: 426.55 MPa  
Limite de resistencia: 684.38 MPa  
-----



A representação das curvas nesse estado não é correta, dado que o módulo de elasticidade não está correto. Quando se realiza o ensaio concomitantemente ao uso de um extensômetro, somente a deformação do CP é medida e, conseqüentemente, a representação do módulo de elasticidade é correta.

Contudo, caso o extensômetro não tenha sido usado no teste, há a possibilidade de corrigir a curva, contanto que se saiba o valor do módulo de elasticidade da liga (o que normalmente pode-se facilmente ser obtido através da literatura).

Com esse valor, pode-se construir uma curva da região elástica, utilizando a lei de Hooke como referência:

$$s = Ee,$$

sendo E o módulo de elasticidade teórico e "e" a deformação obtida no ensaio.

```
In [15]: #entrada do valor do modulo de elasticidade
modulo_elasticidade = float(input("Inserir o módulo de elasticidade real do materia
l (GPa): "))

#define a curva do modulo
tensao_modulo = (modulo_elasticidade*1000)*deform

#determina o indice mais proximo ao valor de limite de escoamento
indice_limite_escoamento_me = min(range(len(tensao_modulo)), key=lambda ime: abs(te
nsao_modulo[ime]-limite_escoamento))
delta_deform = deform[indice_limite_escoamento] - deform[indice_limite_escoamento_m
e]
#print("delta: " + str(delta_deform))

deform_corrigida = pd.concat([deform[0:indice_limite_escoamento_me],
                             (deform[indice_limite_escoamento:]-delta_deform)], ig
nore_index=True)

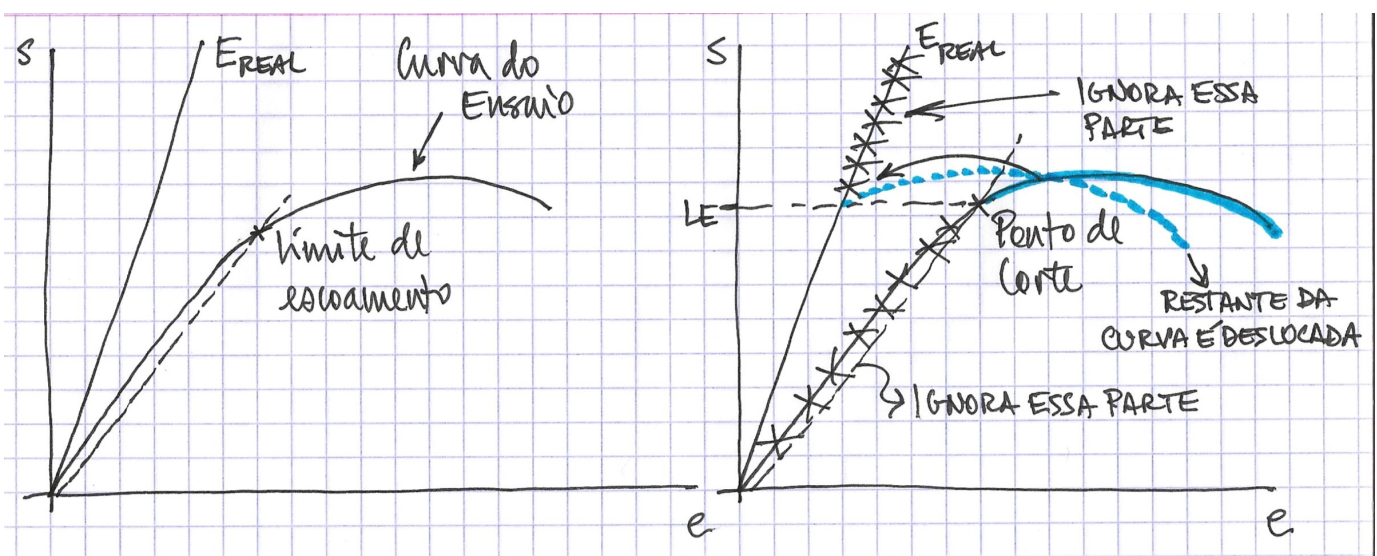
tensao_corrigida = pd.concat([tensao_modulo[0:indice_limite_escoamento_me],
                             tensao[indice_limite_escoamento:]], ignore_index=True
e)

Inserir o módulo de elasticidade real do material (GPa): 205
```

Com a curva obtida a partir do módulo da literatura, observar-se-á uma defasagem desta com a curva do ensaio. Portanto, uma correção deverá ser executada, unindo-se:

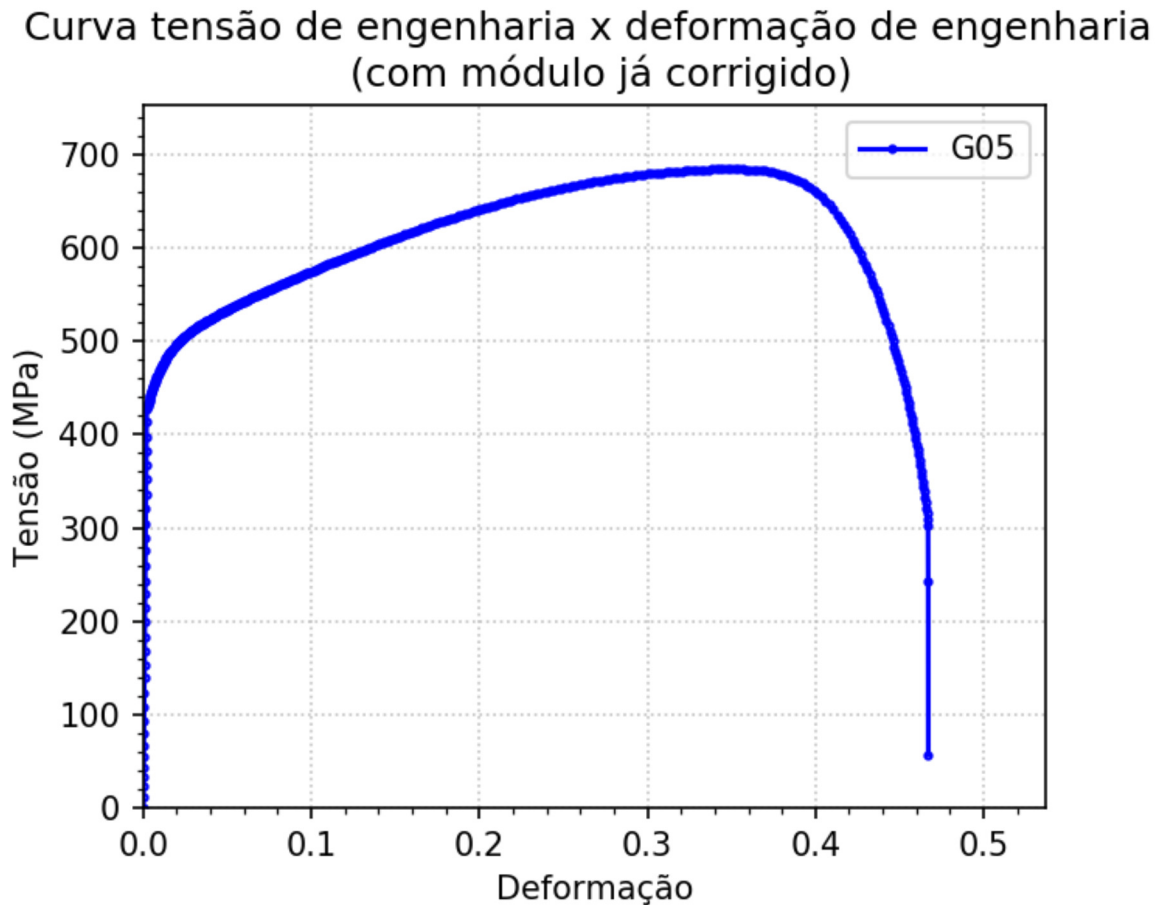
1. A parte elástica oriunda do cálculo com o módulo de elasticidade teórico;
2. A parte plástica da curva obtida com os dados verdadeiros;

O ponto de corte de ambas pode ser definido pelo limite de escoamento, o qual marca a transição elasto-plástica;



Realizando-se essas etapas, a correção da curva pode ser realizada e a curva corrigida construída.

```
In [16]: #apresenta a curva tensão x deformação já corrigida
plt.figure(6,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deform_corrigida, tensao_corrigida, 'bo-', markersize=2, markerfacecolor='
none', label= id_legenda)
plt.title('Curva tensão de engenharia x deformação de engenharia \n (com módulo já
corrigido)')
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0, 1.1*max(deform), 0, 1.1*max(tensao)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



**A última etapa consiste de montar a curva tensão verdadeira x deformação verdadeira ( $\sigma \times \epsilon$ ).**

**Esta é importante pois desconsidera os efeitos geométricos do corpo de provas. As seguintes relações entre os valores de engenharia e verdadeiros são usadas:**

$$\sigma = s(e + 1)$$

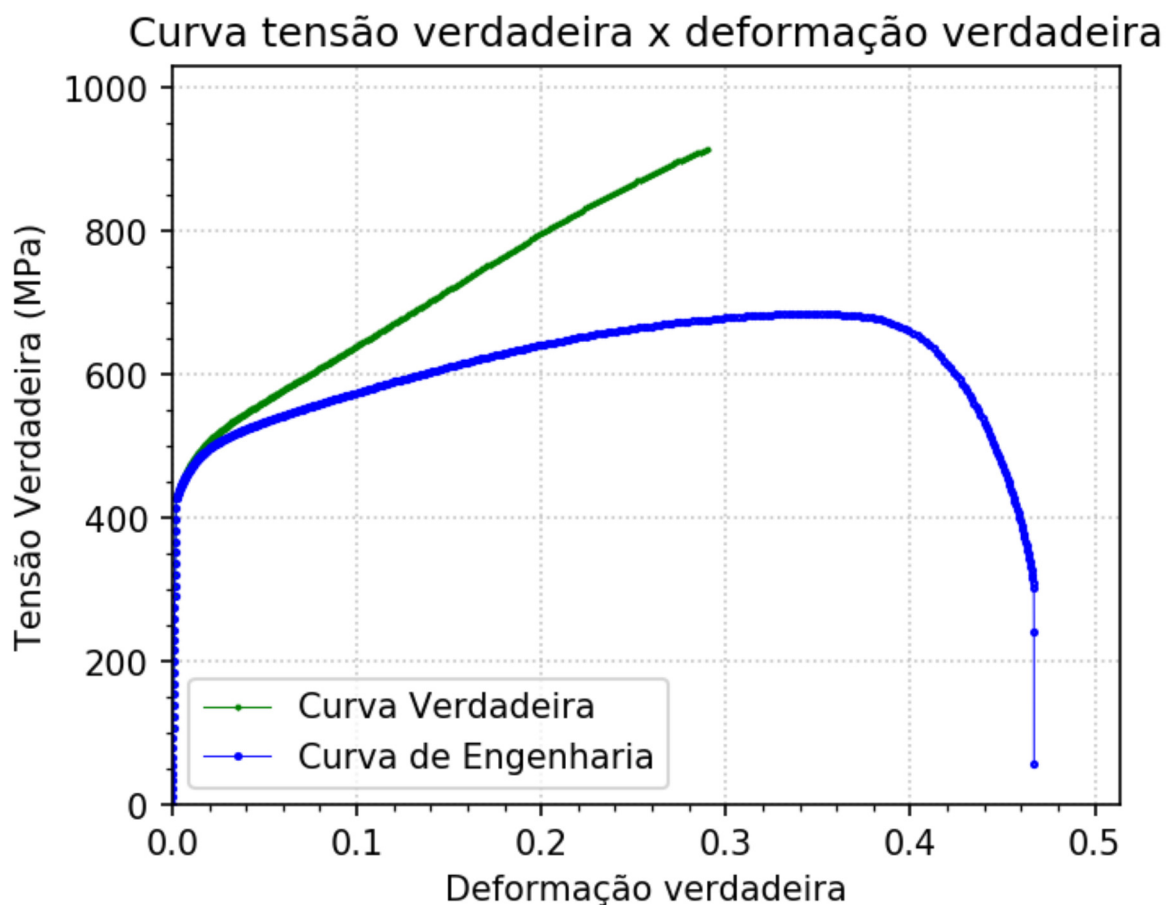
$$\epsilon = \ln(e + 1)$$

```
In [17]: #calcula as listas de tensao verdadeira e deformacao verdadeira

deformacao_verdadeira = np.log(deform_corrigida+1)
tensao_verdadeira = [a * b for a, b in zip(tensao_corrigida, (deform_corrigida+1))]

#determina o indice da curva corrigida do primeiro lr
lr_corrigido = max(tensao_corrigida)
indices_maximo_corrigida = [inicio2 for inicio2, fim2 in enumerate(tensao_corrigid
a) if fim2 == lr]
p_indice_max_corr = indices_maximo_corrigida[0]

plt.figure(7,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deformacao_verdadeira[0:p_indice_max_corr], tensao_verdadeira[0:p_indice_m
ax_corr],
         'g*-', markersize=1.5, linewidth=0.5, markerfacecolor='none', label= 'Curv
a Verdadeira')
plt.plot(deform_corrigida, tensao_corrigida, 'bo-', markersize=1.5, linewidth=0.5,
markerfacecolor='none', label= 'Curva de Engenharia')
plt.title('Curva tensão verdadeira x deformação verdadeira')
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
plt.axis([0, 1.1*max(deform_corrigida), 0, 1.1*max(tensao_verdadeira)])
plt.xlabel('Deformação verdadeira')
plt.ylabel('Tensão Verdadeira (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



Por fim, caso deseje-se salvar os dados corrigidos como um arquivo .csv:

```
In [18]: #escolhe se quer salvar o arquivo salva a curva corrigida para arquivo .csv
resultado = input("Quer salvar o arquivo? \n responder s ou n: ")

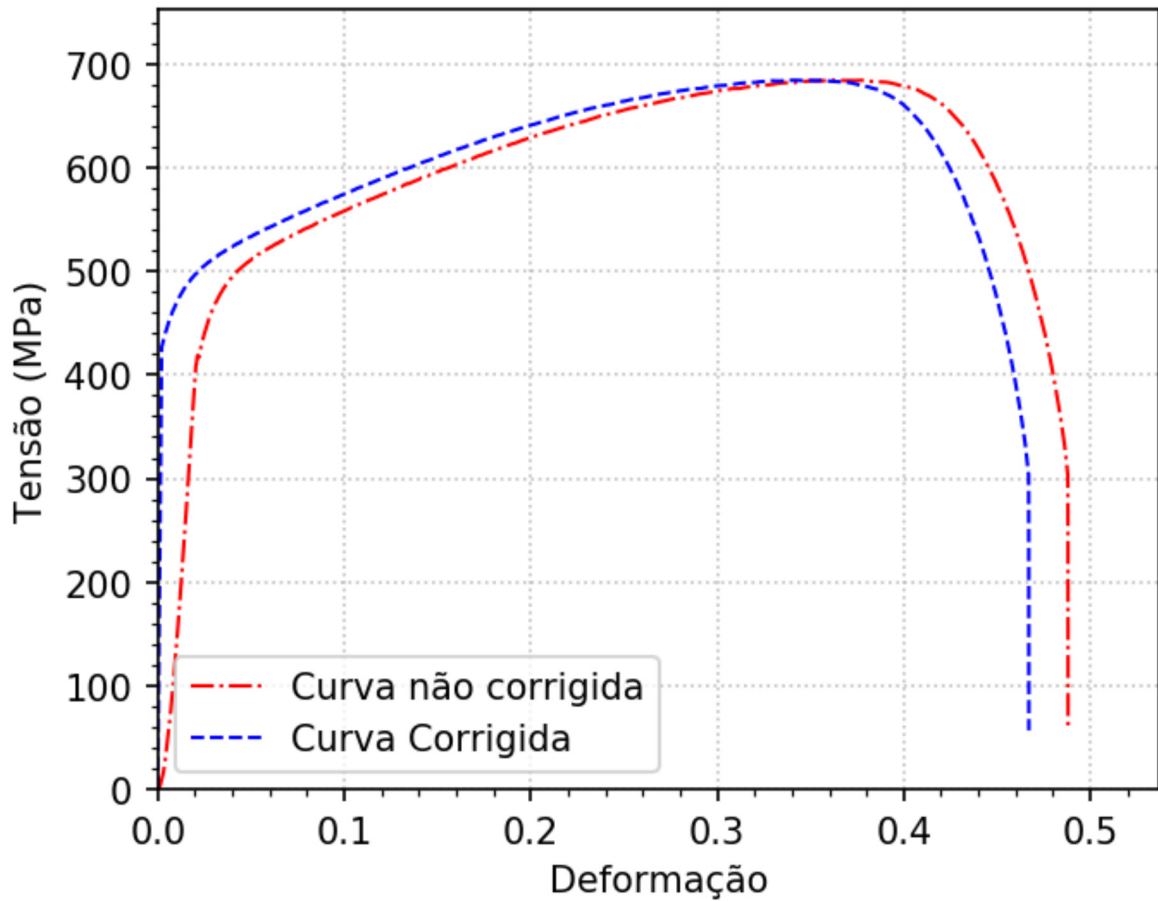
while True:
    if resultado == "s":
        dict = {'Deformacao_corrigida': deform_corrigida, 'Tensao_corrigida_MPa': t
ensao_corrigida,
                'Deformacao_verdadeira': deformacao_verdadeira, 'Tensao_Verdadeira_
MPa': tensao_verdadeira}
        arquivo_exportar = pd.DataFrame(dict)
        prefixo_arquivo = input("Definir nome do arquivo (sem o .csv): ")
        arquivo_exportar.to_csv(prefixo_arquivo + '.csv', decimal=',', sep=' ')
        break
    elif resultado == "n":
        print("ok")
        break
    else:
        print("resposta desconhecida")
```

```
Quer salvar o arquivo?
responder s ou n: n
ok
```

## Comparação entre as curvas



```
In [19]: plt.figure(8,figsize=(5, 4), dpi=150)
plt.plot(deform, tensao, 'r-.', markersize=1,markerfacecolor=None, lw=1, label= "Curva não corrigida")
plt.plot(deform_corrigida, tensao_corrigida, 'b--', markersize=1, lw=1, markerfacecolor='none', label= "Curva Corrigida")
plt.grid(alpha=0.75,linestyle=':')
#plt.axis([0, 0.03, 0, 500])
plt.axis([0, 1.1*max(deform), 0, 1.1*max(tensao)])
plt.xlabel('Deformação')
plt.ylabel('Tensão (MPa)')
plt.minorticks_on()
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



```
In [ ]:
```