# Formulação do Problema Direto

## Estrutura

#### Exemplos

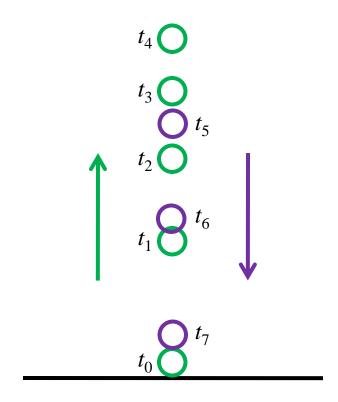
- Movimento uniformemente acelerado
- Ajuste de rede
- Perfilagem Sísmica Vertical
- Sísmica de Reflexão
  - Refletor plano paralelo
  - Refletor plano inclinado (Perpendicular ao strike)
- Determinação Epicentral
- Sinal Climático
  - Perturbação Abrupta
  - Perturbação Linear
- Gravimetria
  - Bacia Triangular
  - Bacia Trapezoidal
- Magnetometria
  - Separação regional-residual
  - Esfera

Problema Geofísico

Cálculo da aceleração da gravidade

- Sabe-se que uma massa atirada para cima sofre efeito da aceleração da gravidade
- A massa experimenta um movimento uniformemente acelerado

 As observações são medições da posição da massa em diferentes instantes no decorrer de sua trajetória



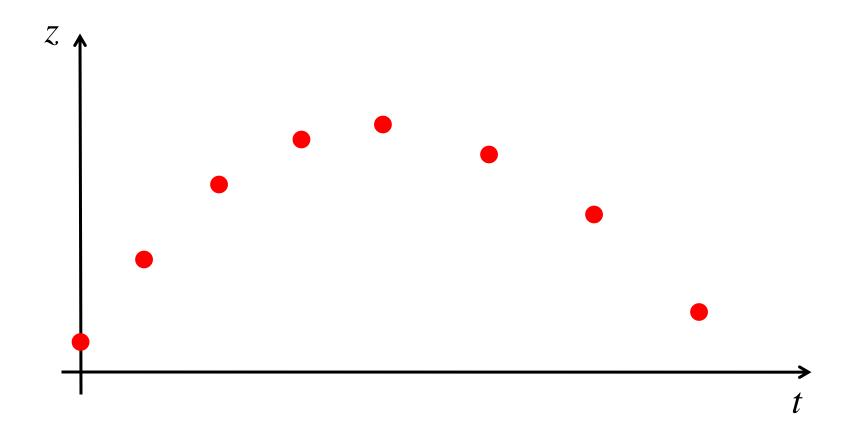
 Sabe-se que uma massa atirada para cima sofre efeito da aceleração da gravidade

 A massa experimenta um movimento uniformemente acelerado

 As observações são medições da posição da massa em diferentes instantes no decorrer de sua trajetória

- Sabe-se que uma massa atirada para cima sofre efeito da aceleração da gravidade
- A massa experimenta um movimento uniformemente acelerado

 As observações são medições da posição da massa em diferentes instantes no decorrer de sua trajetória



## Parametrização

Desconsiderando a resistência do ar, o movimento de uma massa atirada para cima pode ser descrito em termos da:

- Posição inicial  $S_0$  da massa
- Velocidade inicial  $V_0$  com que a massa foi atirada
- Aceleração da Gravidade g

## Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a posição da massa em diferentes instantes e os parâmetros  $S_0$ ,  $V_0$  e g pode ser escrita como:

$$z(S_0, V_0, g) = S_0 + V_0 t + 0.5gt^2$$

## Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a posição da massa em diferentes instantes e os parâmetros  $S_0$ ,  $V_0$  e g pode ser escrita como:

$$z(S_0, V_0, g) = \int_0^1 +V_0 t + 0.5gt^2$$

## Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a posição da massa em diferentes instantes e os parâmetros  $S_0$ ,  $V_0$  e g pode ser escrita como:

$$z(V_0, g) = V_0 t + 0.5gt^2$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_1(V_0,g) = V_0 t_1 + 0.5g t_1^2$$

$$z_2(V_0, g) = V_0 t_2 + 0.5gt_2^2$$

•

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_{1}(V_{0},g) = V_{0}t_{1} + 0.5gt_{1}^{2}$$

$$z_{2}(V_{0},g) = V_{0}t_{2} + 0.5gt_{2}^{2}$$

$$\vdots$$

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

$$\begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_{1}(V_{0},g) = V_{0}t_{1} + 0.5gt_{1}^{2}$$

$$z_{2}(V_{0},g) = V_{0}t_{2} + 0.5gt_{2}^{2}$$

$$\vdots$$

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

$$\begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

$$\overline{z}(\overline{p}) = \overline{\overline{A}}\overline{p}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_1(V_0, g) = V_0 t_1 + 0.5g t_1^2$$
  
 $z_2(V_0, g) = V_0 t_2 + 0.5g t_2^2$   
 $\vdots$ 

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

$$\begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

vetor de dados preditos

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_{1}(V_{0},g) = V_{0}t_{1} + 0.5gt_{1}^{2}$$

$$z_{2}(V_{0},g) = V_{0}t_{2} + 0.5gt_{2}^{2}$$

$$\vdots$$

$$z_{3}(V_{0},g) = V_{0}t_{3} + 0.5gt_{3}^{2}$$

$$\begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \overline{A}\bar{p}$$

vetor de parâmetros

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_{1}(V_{0},g) = V_{0}t_{1} + 0.5gt_{1}^{2}$$

$$z_{2}(V_{0},g) = V_{0}t_{2} + 0.5gt_{2}^{2}$$

$$\vdots$$

$$z_{3}(V_{0},g) = V_{0}t_{3} + 0.5gt_{3}^{2}$$

$$\begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{z}_1(V_0, g) \\ \bar{z}_1(V_0, g) \\ \bar{z}_2(V_0, g) \end{bmatrix}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_{1}(V_{0},g) = V_{0}t_{1} + 0.5gt_{1}^{2}$$

$$z_{2}(V_{0},g) = V_{0}t_{2} + 0.5gt_{2}^{2}$$

$$\vdots$$

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

derivada (sensibilidade) do dado predito 1 em relação ao parâmetro 1

$$\begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{\bar{A}}\bar{p}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

$$z_1(V_0, g) = V_0 t_1 + 0.5g t_1^2$$
  
 $z_2(V_0, g) = V_0 t_2 + 0.5g t_2^2$   
 $\vdots$ 

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

derivada (sensibilidade) do dado predito 1 em relação ao parâmetro 2

$$\begin{bmatrix} z_{1}(V_{0},g) \\ z_{2}(V_{0},g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0},g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{\bar{A}}\bar{p}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para posições em diferentes instantes:

 $z_1(V_0, g) = V_0 t_1 + 0.5g t_1^2$ 

$$z_2(V_0, g) = V_0 t_2 + 0.5g t_2^2$$

•

$$z_3(V_0,g) = V_0t_3 + 0.5gt_3^2$$

derivada (sensibilidade) do dado predito *N* em relação ao parâmetro 2

$$\begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\overline{z}(\overline{p}) = \overline{\overline{A}}\overline{p}$$

#### Norma

Para quantificar a diferença entre os dados observados e os dados preditos é comum utilizar a norma L2:

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = \left[\bar{z}^{obs} - \bar{z}(\bar{p})\right]^{T} \left[\bar{z}^{obs} - \bar{z}(\bar{p})\right] \qquad \begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{A}\bar{p}$$

#### Norma

Para quantificar a diferença entre os dados observados e os dados preditos é comum utilizar a norma L2:

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\underline{\overline{z}}^{obs} - \underline{\overline{z}}(\overline{p})\right]^{T} \left[\underline{\overline{z}}^{obs} - \underline{\overline{z}}(\overline{p})\right] \qquad \begin{bmatrix} z_{1}(V_{0}, g) \\ z_{2}(V_{0}, g) \\ \vdots \\ z_{N}(V_{0}, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1} & 0.5t_{1}^{2} \\ t_{2} & 0.5t_{2}^{2} \\ \vdots & \vdots \\ t_{N} & 0.5t_{N}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0} \\ g \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{A}\bar{p}$$

#### Norma

Para quantificar a diferença entre os dados observados e os dados preditos é comum utilizar a norma L2:

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]$$

depende dos parâmetros

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$
 Função escalar e que depende dos parâmetros

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{A}\bar{p}$$

#### Norma

Para quantificar a diferença entre os dados observados e os dados preditos é comum utilizar a norma L2:

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p}\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p}\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p} \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{A}\bar{p}$$

#### Norma

Para quantificar a diferença entre os dados observados e os dados preditos é comum utilizar a norma L2:

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p}\right]^T \left[\overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p}\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} [z_i^{obs} - z_i(\overline{p})]^2$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{z}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} z_1(V_0, g) \\ z_2(V_0, g) \\ \vdots \\ z_N(V_0, g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0.5t_1^2 \\ t_2 & 0.5t_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & 0.5t_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{z}^{obs} - \overline{A}\overline{p} \end{bmatrix}$$

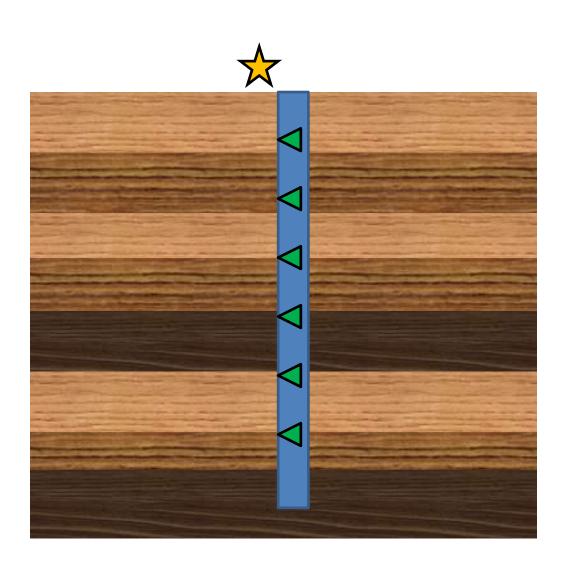
$$\bar{z}(\bar{p}) = \bar{\bar{A}}\bar{p}$$

#### Problema Geofísico

Cálculo da velocidade sísmica (vertical) dos materiais ao redor do poço

 Uma fonte localizada na superfície do poço gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores localizados dentro do poço

 As observações são medições do tempo de chegada da primeira onda em cada receptor



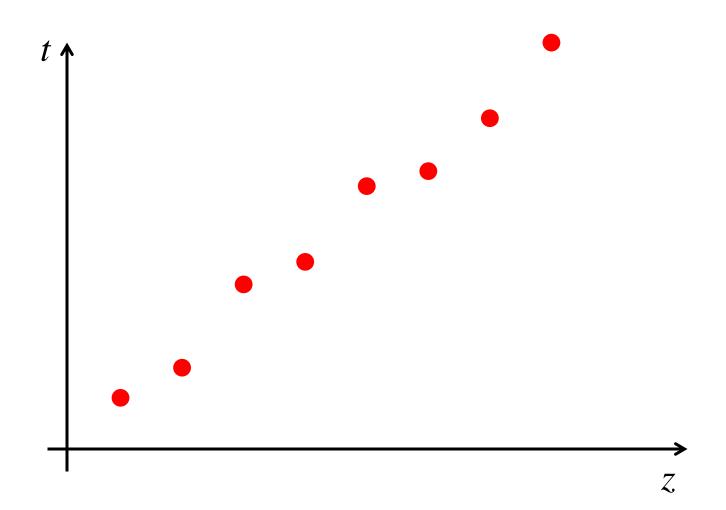






 Uma fonte localizada na superfície do poço gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores localizados dentro do poço

 As observações são medições do tempo de chegada da primeira onda em cada receptor



## Parametrização

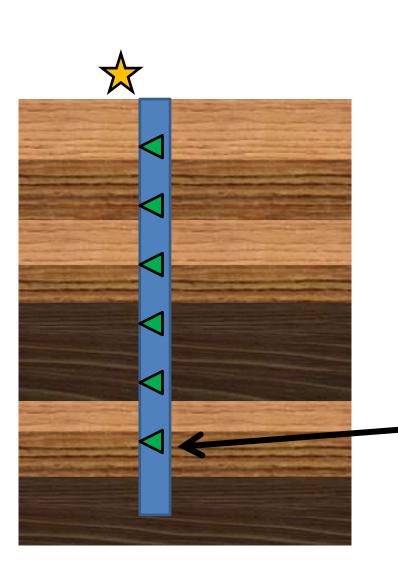
Considerando raios sísmicos sem curvatura e que a subsuperfície é formada por uma sucessão de camadas homogêneas, o tempo gasto para uma onda atingir um receptor pode ser descrito em termos dos parâmetros:

- Espessura s de cada camada
- Velocidade v em cada camada

## Relação funcional

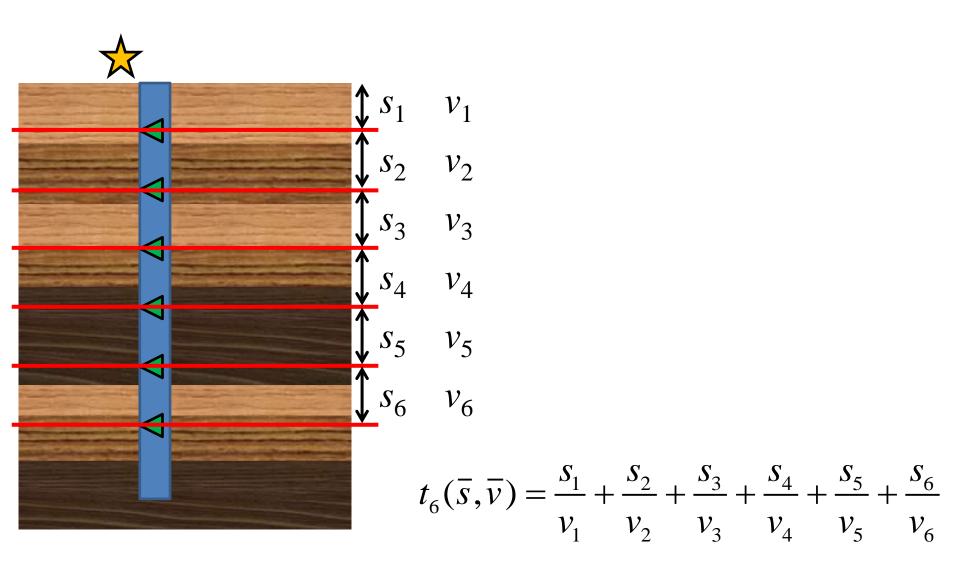
Nessas condições, a relação entre o tempo gasto para uma onda atingir um receptor e os parâmetros s e v em cada camada pode ser escrita como:

$$t_{j}(\bar{s}, \bar{v}) = \frac{s_{1}}{v_{1}} + \frac{s_{2}}{v_{2}} + \dots + \frac{s_{j}}{v_{j}}$$



Tempo até o sexto receptor

$$t_6(\overline{s}, \overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3} + \frac{s_4}{v_4} + \frac{s_5}{v_5} + \frac{s_6}{v_6}$$



## Relação funcional

Como as espessuras s são conhecidas, uma vez que representam o espaçamento entre a fonte e o primeiro receptor e entre receptores adjacentes:

$$t_{j}(\bar{s}, \bar{v}) = \frac{s_{1}}{v_{1}} + \frac{s_{2}}{v_{2}} + \dots + \frac{s_{j}}{v_{j}}$$

$$t_{j}(\bar{v}) = \frac{s_{1}}{v_{1}} + \frac{s_{2}}{v_{2}} + \dots + \frac{s_{j}}{v_{j}}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1}$$

$$t_2(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$$

$$t_N(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_N}{v_N}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1}$$

$$t_2(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$$

$$\vdots$$

$$t_N(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_N}{v_N}$$

$$\begin{bmatrix} t_{1}(\bar{v}) \\ t_{2}(\bar{v}) \\ \vdots \\ t_{N}(\bar{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1}/v_{1} \\ s_{1}/v_{1} + s_{2}/v_{2} \\ \vdots \\ s_{1}/v_{1} + s_{2}/v_{2} + \dots + s_{N}/v_{N} \end{bmatrix}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1}$$

$$t_2(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$$

$$\vdots$$

$$t_N(\overline{v}) = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_N}{v_N}$$

$$\begin{bmatrix} t_{1}(\overline{v}) \\ t_{2}(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_{N}(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1}/v_{1} \\ s_{1}/v_{1} + s_{2}/v_{2} \\ \vdots \\ s_{1}/v_{1} + s_{2}/v_{2} + \dots + s_{N}/v_{N} \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{v}) \neq \bar{B}\bar{v}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{v}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1(\overline{v}) \\ t_2(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_N(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1/v_1 \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 \\ \vdots \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 + \dots + s_N/v_N \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{v}) \neq \bar{B}\bar{v}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{v}) = \left[\underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{v})\right]^T \left[\underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{v})\right] \quad \begin{bmatrix} t_1(\overline{v}) \\ t_2(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_N(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1/v_1 \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 \\ \vdots \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 + \dots + s_N/v_N \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{v}) \neq \bar{B}\bar{v}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{v}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{v})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{v})\right]$$

$$\phi(\overline{v}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\,\overline{v}\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\,\overline{v}\right]$$

$$\phi(\overline{v}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} t_1(\overline{v}) \\ t_2(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_N(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1/v_1 \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 \\ \vdots \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 + \dots + s_N/v_N \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{v}) \neq \mathbf{B}\bar{v}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{v}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{v})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{v})\right]$$

$$\phi(\overline{v}) = [\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{v}]^T [\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{v}]$$

$$\phi(\overline{v}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1(\overline{v}) \\ t_2(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_N(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1/v_1 \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 \\ \vdots \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 + \dots + s_N/v_N \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{v}) \neq \mathbf{B}\bar{v}$$

#### Norma

 $\phi(\overline{v}) = \sum_{i=1}^{N} [t_j^{obs} - t_i(\overline{v})]^2$ 

$$\phi(\overline{v}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{v}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} t_1(\overline{v}) \\ t_2(\overline{v}) \\ \vdots \\ t_N(\overline{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1/v_1 \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 \\ \vdots \\ s_1/v_1 + s_2/v_2 + \dots + s_N/v_N \end{bmatrix}$$

## Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)

#### Problema Geofísico

Cálculo da profundidade do embasamento e da velocidade da camada sobrejacente

(Refletor plano-paralelo)

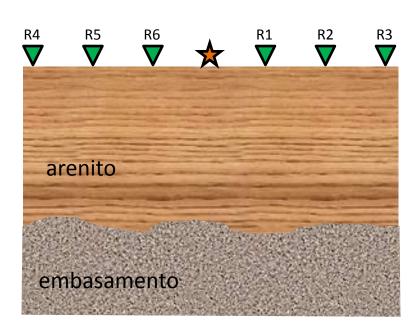
 Uma fonte localizada na superfície gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores que também são localizados na superfície

 As observações são medições do tempo de chegada da onda refletida em cada receptor

# Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)





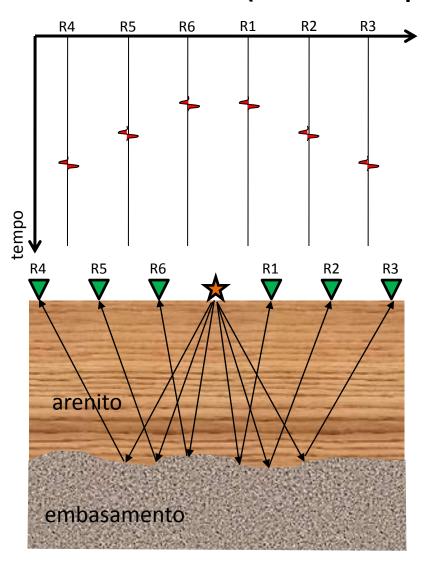


## Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)

 Uma fonte localizada na superfície gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores que também são localizados na superfície

 As observações são medições do tempo de chegada da onda refletida em cada receptor

## Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)







Receptor

## Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)

## Parametrização

Considerando raios sísmicos sem curvatura, que a camada sobre o embasamento é homogênea, isotrópica e plano-paralela, o tempo gasto para uma onda refletida atingir um receptor pode ser descrito em termos dos parâmetros:

- Espessura h da camada
- Velocidade v da camada
- Distância *x* entre a fonte e o receptor

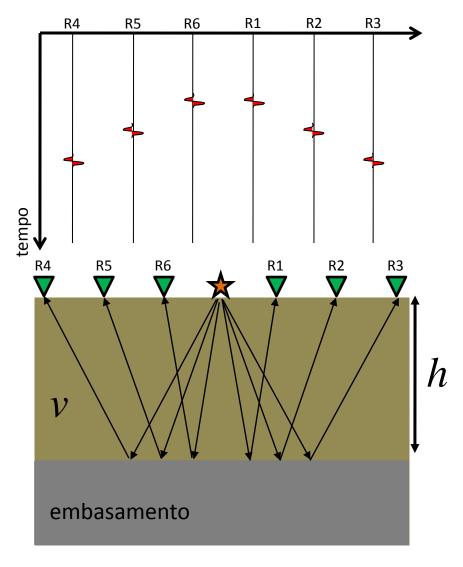
(Refletor plano-paralelo)

## Relação funcional

Nessas condições, a relação entre o tempo de chegada de uma onda refletida e os parâmetros h, v e x em cada receptor:

$$t_i(h, v) = \frac{x_i^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

(Refletor plano-paralelo)



Receptor

$$t_i(h, v) = \frac{x_i^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

## Sísmica de Reflexão (Refletor plano-paralelo)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(h, v) = \frac{x_1^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_2(h, v) = \frac{x_2^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_N(h, v) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(h,v) = \frac{x_1^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_2(h,v) = \frac{x_2^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_N(h, v) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h,v) \\ t_2(h,v) \\ \vdots \\ t_N(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(h,v) = \frac{x_1^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_2(h, v) = \frac{x_2^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$t_N(h, v) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h,v) \\ t_2(h,v) \\ \vdots \\ t_N(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = [\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})]^T [\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})] \qquad \begin{bmatrix} t_1(h, v) \\ t_2(h, v) \\ \vdots \\ t_N(h, v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{p})\right]^{T} \left[\underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{p})\right] \qquad \begin{bmatrix} t_{1}(h,v) \\ t_{2}(h,v) \\ \vdots \\ t_{N}(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_{1}/v)^{2} + (2h/v)^{2} \\ (x_{2}/v)^{2} + (2h/v)^{2} \\ \vdots \\ (x_{N}/v)^{2} + (2h/v)^{2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \bar{\bar{B}}\bar{p}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h,v) \\ t_2(h,v) \\ \vdots \\ t_N(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B}\bar{p}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = [\overline{t}^{obs} - \overline{B}p]^T [\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{p}]$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h,v) \\ t_2(h,v) \\ \vdots \\ t_N(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor plano-paralelo)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = [\overline{t}^{obs} - \overline{B}p]^T [\overline{t}^{obs} - \overline{B}\overline{p}]$$

$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} [t_j^{obs} - t_i(\overline{p})]^2$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h,v) \\ t_2(h,v) \\ \vdots \\ t_N(h,v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h/v)^2 \\ (x_2/v)^2 + (2h/v)^2 \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h/v)^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Problema Geofísico

Cálculo da profundidade e mergulho do embasamento e também da velocidade da camada sobrejacente

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

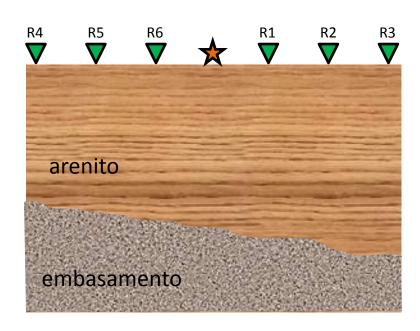
 Uma fonte localizada na superfície gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores que também são localizados na superfície

 As observações são medições do tempo de chegada da onda refletida em cada receptor

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)





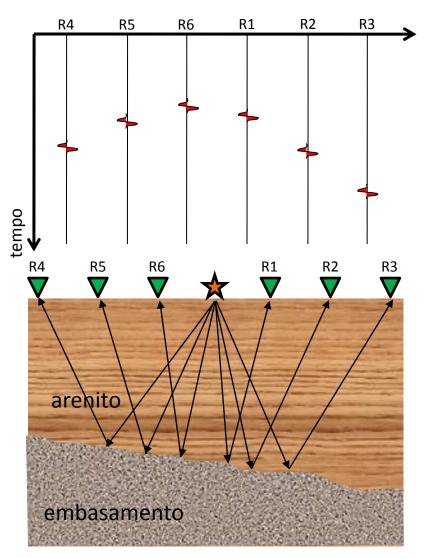


(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

 Uma fonte localizada na superfície gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de receptores que também são localizados na superfície

 As observações são medições do tempo de chegada da onda refletida em cada receptor

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)







(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

## Parametrização

Considerando raios sísmicos sem curvatura e que a camada sobre o embasamento é homogênea e isotrópica, o tempo gasto para uma onda refletida atingir um receptor pode ser descrito em termos dos parâmetros:

- Espessura h ao longo do perfil sísmico
- Velocidade v da camada
- Distância *x* entre a fonte e o receptor
- Mergulho  $\beta$  do embasamento

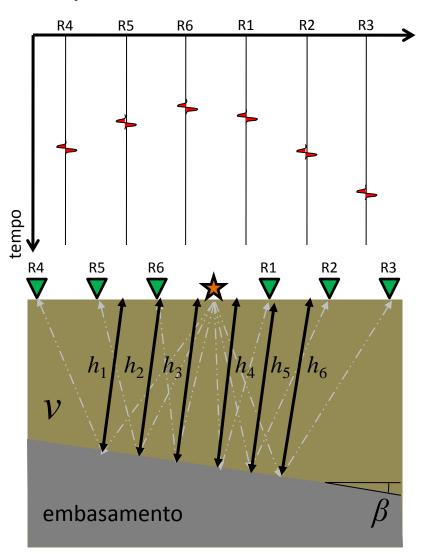
(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

## Relação funcional

Nessas condições, a relação entre o tempo de chegada de uma onda refletida e os parâmetros h, v, x e  $\beta$  em cada receptor:

$$t_i(h_i, v, \beta) = \frac{x_i^2}{v^2} + \frac{4h_i^2}{v^2} + 4h_i x_i sen \beta$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)



**V** Receptor

$$t_i(h_i, v, \beta) = \frac{x_i^2}{v^2} + \frac{4h_i^2}{v^2} + 4h_i x_i sen\beta$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(h_1, v, \beta) = \frac{x_1^2}{v^2} + \frac{4h_1^2}{v^2} + 4h_1 x_1 sen \beta$$

$$t_2(h_2, v, \beta) = \frac{x_2^2}{v^2} + \frac{4h_2^2}{v^2} + 4h_2 x_2 sen\beta$$

•

$$t_N(h_N, v, \beta) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h_N^2}{v^2} + 4h_N x_N sen\beta$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_{1}(h_{1}, v, \beta) = \frac{x_{1}^{2}}{v^{2}} + \frac{4h_{1}^{2}}{v^{2}} + 4h_{1} x_{1} sen \beta$$

$$\begin{bmatrix} t_{1}(h_{1}, v, \beta) \\ t_{2}(h_{2}, v, \beta) \\ \vdots \\ t_{N}(h_{N}, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_{1}/v)^{2} + (2h_{1}/v)^{2} + (4h_{1}x_{1} sen \beta) \\ (x_{2}/v)^{2} + (2h_{2}/v)^{2} + (4h_{2}x_{2} sen \beta) \\ \vdots \\ (x_{N}/v)^{2} + (2h_{N}/v)^{2} + (4h_{N}x_{N} sen \beta) \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$t_{N}(h_{N}, v, \beta)$$

$$\vdots$$

$$t_{N}(h_{N}, v, \beta)$$

$$t_N(h_N, v, \beta) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h_N^2}{v^2} + 4h_N x_N sen\beta$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Problema Direto

Sendo assim, para todos os receptores:

$$t_1(h_1, v, \beta) = \frac{x_1^2}{v^2} + \frac{4h_1^2}{v^2} + 4h_1 x_1 sen\beta$$

$$t_2(h_2, v, \beta) = \frac{x_2^2}{v^2} + \frac{4h_2^2}{v^2} + 4h_2 x_2 sen\beta$$

$$t_N(h_N, v, \beta) = \frac{x_N^2}{v^2} + \frac{4h_N^2}{v^2} + 4h_N x_N sen\beta$$

$$t_{1}(h_{1}, v, \beta) = \frac{x_{1}^{2}}{v^{2}} + \frac{4h_{1}^{2}}{v^{2}} + 4h_{1}x_{1}sen\beta$$

$$t_{2}(h_{2}, v, \beta) = \frac{x_{2}^{2}}{v^{2}} + \frac{4h_{2}^{2}}{v^{2}} + 4h_{2}x_{2}sen\beta$$

$$\begin{bmatrix} t_{1}(h_{1}, v, \beta) \\ t_{2}(h_{2}, v, \beta) \\ \vdots \\ t_{N}(h_{N}, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_{1}/v)^{2} + (2h_{1}/v)^{2} + (4h_{1}x_{1}sen\beta) \\ (x_{2}/v)^{2} + (2h_{2}/v)^{2} + (4h_{2}x_{2}sen\beta) \\ \vdots \\ (x_{N}/v)^{2} + (2h_{N}/v)^{2} + (4h_{N}x_{N}sen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B}\bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} t_1(h_1, v, \beta) \\ t_2(h_2, v, \beta) \\ \vdots \\ t_N(h_N, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h_1/v)^2 + (4h_1x_1sen\beta) \\ (x_2/v)^2 + (2h_2/v)^2 + (4h_2x_2sen\beta) \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h_N/v)^2 + (4h_Nx_Nsen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[ \underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{p}) \right]^{T} \left[ \underline{t}^{obs} - \underline{t}(\overline{p}) \right] \qquad \begin{bmatrix} t_{1}(h_{1}, v, \beta) \\ t_{2}(h_{2}, v, \beta) \\ \vdots \\ t_{N}(h_{N}, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_{1}/v)^{2} + (2h_{1}/v)^{2} + (4h_{1}x_{1}sen\beta) \\ (x_{2}/v)^{2} + (2h_{2}/v)^{2} + (4h_{2}x_{2}sen\beta) \\ \vdots \\ (x_{N}/v)^{2} + (2h_{N}/v)^{2} + (4h_{N}x_{N}sen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\bar{t}}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\,\overline{p}\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{B}\,\overline{p}\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} t_1(h_1, v, \beta) \\ t_2(h_2, v, \beta) \\ \vdots \\ t_N(h_N, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h_1/v)^2 + (4h_1x_1sen\beta) \\ (x_2/v)^2 + (2h_2/v)^2 + (4h_2x_2sen\beta) \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h_N/v)^2 + (4h_Nx_Nsen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B}\bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{B} \overline{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{B} \overline{p} \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = [\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})]^T [\overline{t}^{obs} - \overline{t}(\overline{p})]$$

$$\begin{bmatrix} t_1(h_1, v, \beta) \\ t_2(h_2, v, \beta) \\ \vdots \\ t_N(h_N, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h_1/v)^2 + (4h_1x_1sen\beta) \\ (x_2/v)^2 + (2h_2/v)^2 + (4h_2x_2sen\beta) \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h_N/v)^2 + (4h_Nx_Nsen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

(Refletor inclinado – perpendicular ao strike)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]^T \left[\bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{t}^{obs} - \overline{B} \, \overline{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t^{obs} - \overline{B} \, \overline{p} \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} [t_j^{obs} - t_i(\overline{p})]^2$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{t}^{obs} - \bar{t}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} t_1(h_1, v, \beta) \\ t_2(h_2, v, \beta) \\ \vdots \\ t_N(h_N, v, \beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/v)^2 + (2h_1/v)^2 + (4h_1x_1sen\beta) \\ (x_2/v)^2 + (2h_2/v)^2 + (4h_2x_2sen\beta) \\ \vdots \\ (x_N/v)^2 + (2h_N/v)^2 + (4h_Nx_Nsen\beta) \end{bmatrix}$$

$$\bar{t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B} \bar{p}$$

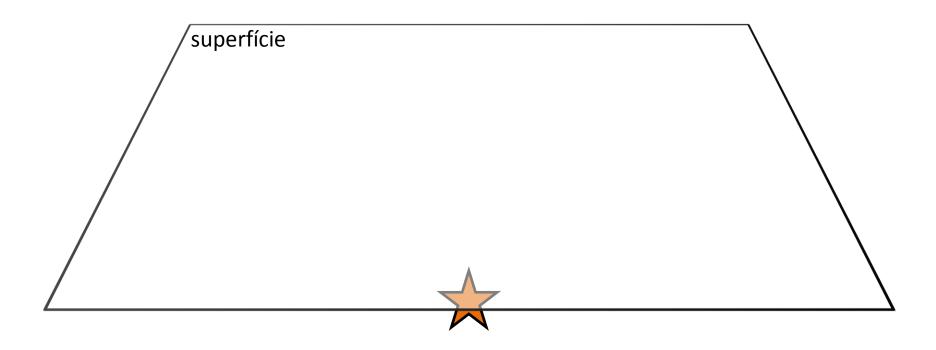
Problema Geofísico

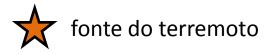
Cálculo das coordenadas de um epicentro

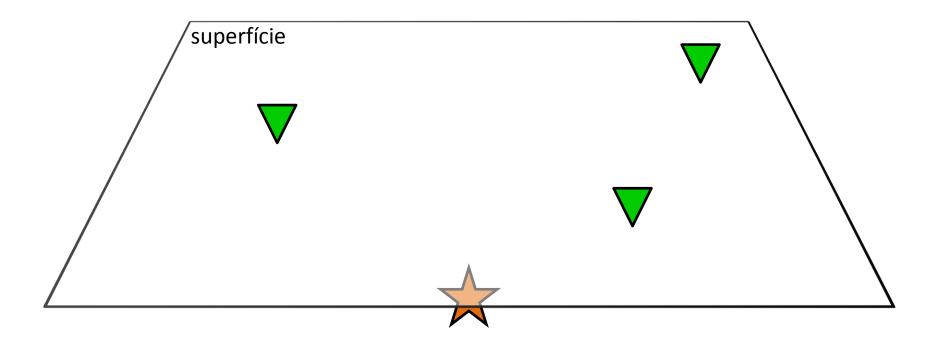
 Um terremoto gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de estações sismográficas localizadas na superfície

 As observações são medições da diferença entre o tempo de chegada das ondas P e S em cada estação











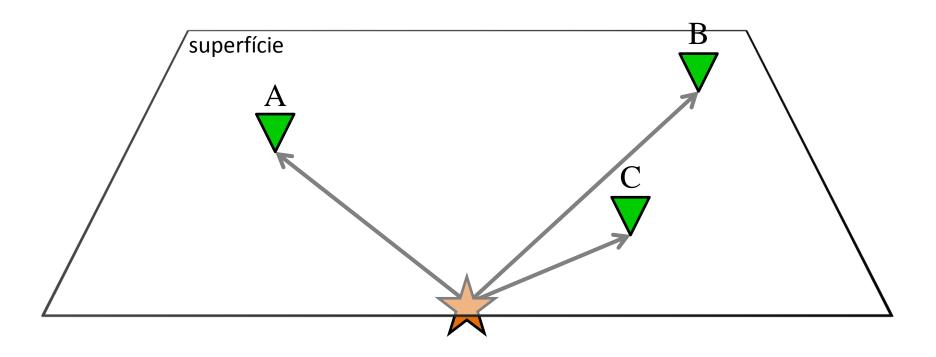
fonte do terremoto



estação sismográfica

 Um terremoto gera ondas, que se propagam em subsuperfície e são detectadas por um arranjo de estações sismográficas localizadas na superfície

 As observações são medições da diferença entre o tempo de chegada das ondas P e S em cada estação

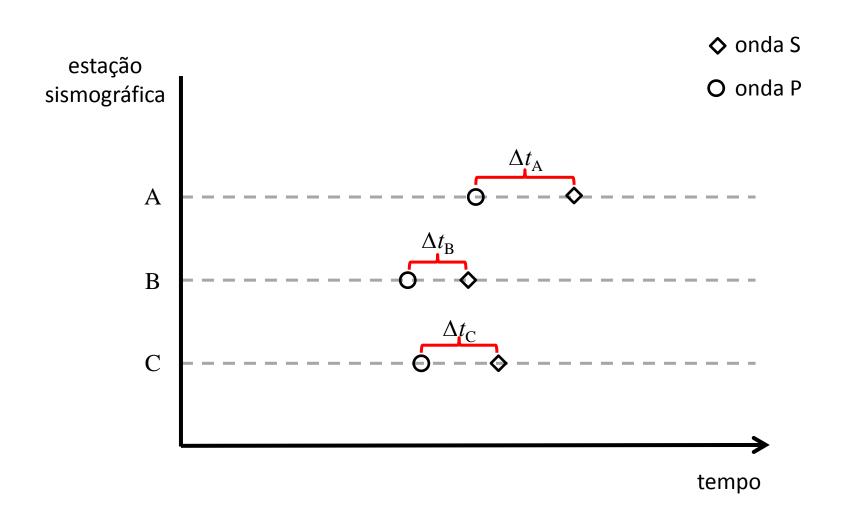


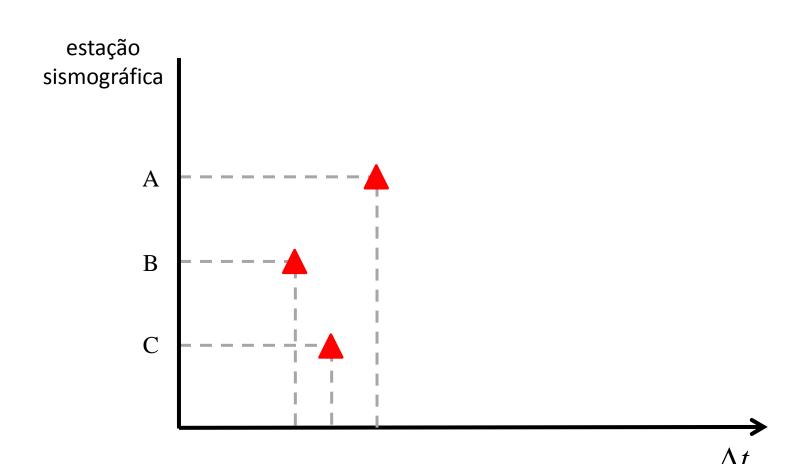


fonte do terremoto



estação sismográfica





### Parametrização

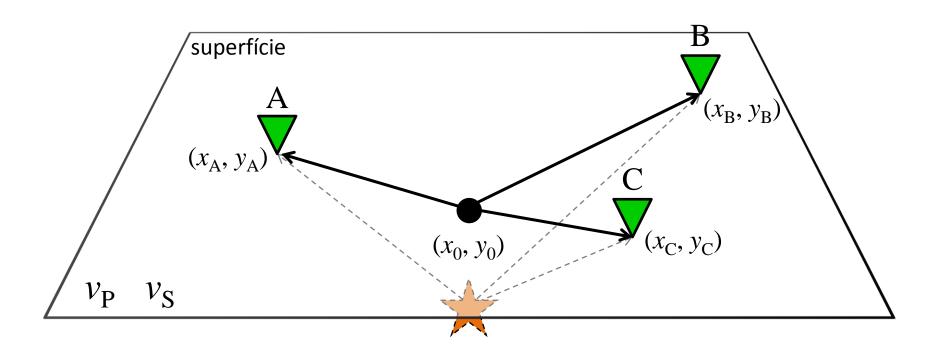
Considerando raios sísmicos sem curvatura, que a profundidade do terremoto pode ser desprezada e que o meio é homogêneo e isotrópico, a diferença de tempo entre as ondas P e S em uma determinada estação pode ser descrito em termos dos parâmetros:

- Velocidades  $v_P e v_S$
- Coordenadas x e y da estação
- Coordenadas  $x_0$  e  $y_0$  da estação

### Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a diferença de tempo de chegada das ondas P e S e os parâmetros  $v_P$ ,  $v_S$ , x, y,  $x_0$ , e  $y_0$  em uma estação:

$$\Delta t_i(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{v_P} - \frac{1}{v_S}\right) \left[ (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$





fonte do terremoto



estação sismográfica

$$\Delta t_i(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{v_P} - \frac{1}{v_S}\right) \left[ (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todas as estações:

$$\Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) = \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta t_{\rm B}(x_0, y_0) = \alpha [(x_{\rm B} - x_0)^2 + (y_{\rm B} - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$
:

 $\Delta t_{\rm C}(x_0, y_0) = \alpha [(x_{\rm C} - x_0)^2 + (y_{\rm C} - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$ 

$$\alpha = \left(\frac{1}{v_P} - \frac{1}{v_S}\right)$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todas as estações:

$$\Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) = \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta t_{\rm B}(x_0, y_0) = \alpha [(x_{\rm B} - x_0)^2 + (y_{\rm B} - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$
:

$$\Delta t_C(x_0, y_0) = \alpha [(x_C - x_0)^2 + (y_C - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta t_{\mathrm{B}}(x_{0}, y_{0}) = \alpha \left[ (x_{\mathrm{B}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{B}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \Delta t_{\mathrm{A}}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{\mathrm{B}}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{\mathrm{C}}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \left[ (x_{\mathrm{A}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{A}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha \left[ (x_{\mathrm{B}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{B}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\Delta t_{\mathrm{C}}(x_{0}, y_{0}) = \alpha \left[ (x_{\mathrm{C}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{C}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{v_P} - \frac{1}{v_S}\right)$$

#### Problema Direto

Sendo assim, para todas as estações:

$$\Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) = \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta t_{\rm B}(x_0, y_0) = \alpha [(x_{\rm B} - x_0)^2 + (y_{\rm B} - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$
:

$$\Delta t_C(x_0, y_0) = \alpha [(x_C - x_0)^2 + (y_C - y_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{v_P} - \frac{1}{v_S}\right)$$

$$\Delta t_{\mathrm{B}}(x_{0}, y_{0}) = \alpha \left[ (x_{\mathrm{B}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{B}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \Delta t_{\mathrm{A}}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{\mathrm{B}}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{\mathrm{C}}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \left[ (x_{\mathrm{A}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{A}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha \left[ (x_{\mathrm{B}} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{B}} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\overline{\Delta t}(\bar{p}) \neq \overline{B}\,\bar{p}$$

#### Norma

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\bar{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\bar{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{B}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{C}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha [(x_{B} - x_{0})^{2} + (y_{B} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha [(x_{C} - x_{0})^{2} + (y_{C} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{-}{\Delta t}(\bar{p}) \neq B\bar{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[ \frac{\Delta t}{\Delta t}^{obs} - \frac{\Delta t}{\Delta t} (\overline{p}) \right]^{T} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta t}^{obs} - \frac{\Delta t}{\Delta t} (\overline{p}) \right] \qquad \left[ \frac{\Delta t_{A}(x_{0}, y_{0})}{\Delta t_{B}(x_{0}, y_{0})} \right] = \left[ \frac{\alpha \left[ (x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}{\alpha \left[ (x_{B} - x_{0})^{2} + (y_{B} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \qquad \alpha \left[ (x_{C} - x_{0})^{2} + (y_{C} - y_{0})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\overline{\Delta t}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = \left[ \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\overline{\overline{B}}} \, \overline{p} \right]^{T} \left[ \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\overline{\overline{B}}} \, \overline{p} \right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{B}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{C}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha [(x_{B} - x_{0})^{2} + (y_{B} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\Delta t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B}\bar{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \Delta t & = \\ \Delta t & = \\ \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta t & = \\ \Delta t & -\\ \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta t & = \\ \Delta t & -\\ \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{B}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{C}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha [(x_{B} - x_{0})^{2} + (y_{B} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{-}{\Delta t}(\bar{p}) \neq \mathbf{B}\,\bar{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \Delta t & = \\ \Delta t & = \\ \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta b s & = \\ \Delta t & - \\ \end{bmatrix}$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\bar{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{\Delta t}^{obs} - \overline{\Delta t}(\bar{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_{A}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{B}(x_{0}, y_{0}) \\ \Delta t_{C}(x_{0}, y_{0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha [(x_{A} - x_{0})^{2} + (y_{A} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \\ \alpha [(x_{B} - x_{0})^{2} + (y_{B} - y_{0})^{2}]^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\Delta t_{\mathrm{A}}^{obs} - \Delta t_{\mathrm{A}}(\overline{p})\right]^{2} + \left[\Delta t_{\mathrm{B}}^{obs} - \Delta t_{\mathrm{B}}(\overline{p})\right]^{2} + \left[\Delta t_{\mathrm{C}}^{obs} - \Delta t_{\mathrm{C}}(\overline{p})\right]^{2}$$

$$\frac{-}{\Delta t}(\bar{p}) \neq B\bar{p}$$

Problema Geofísico

Cálculo da amplitude e do tempo em que ocorreu uma perturbação climática

 Uma mudança abrupta no clima gera uma perturbação na temperatura da superfície, que se propaga em subsuperfície e é detectada por um sensor movido ao longo de um poço

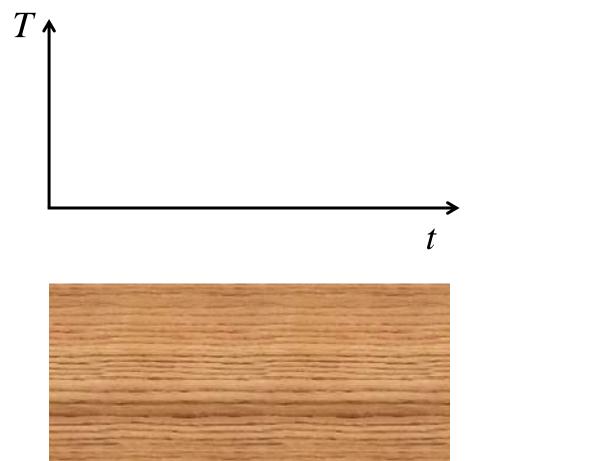
 As observações são medições da diferença entre a temperatura ao longo do poço e a temperatura predita pelo campo térmico regional



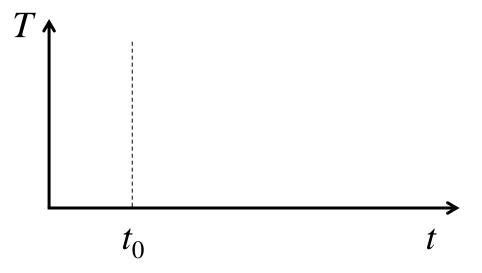


### Sinal Climático

(Perturbação Abrupta)

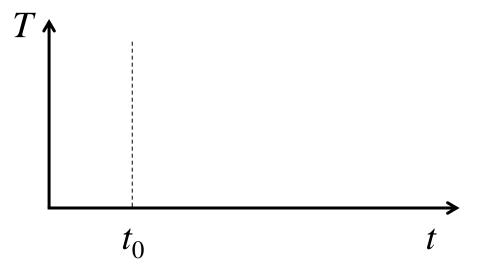


subsuperfície



 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática

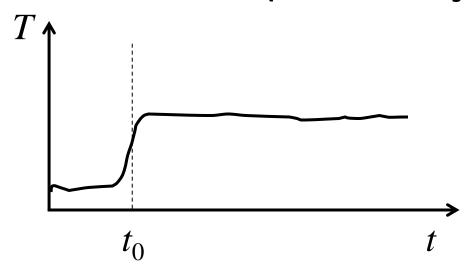




 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática

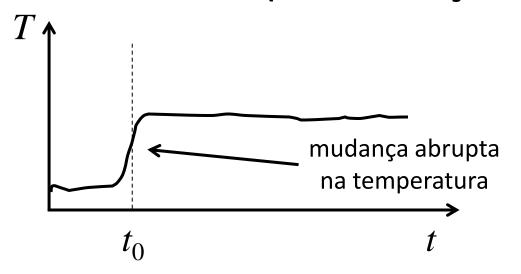
o tempo é positivo em direção ao presente





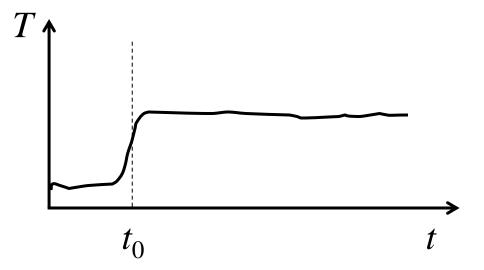
 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática



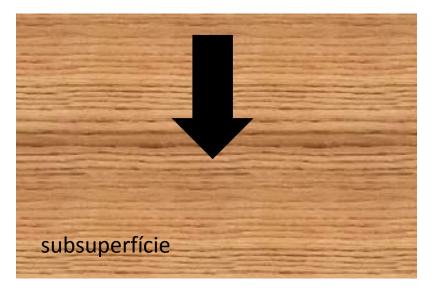


 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática





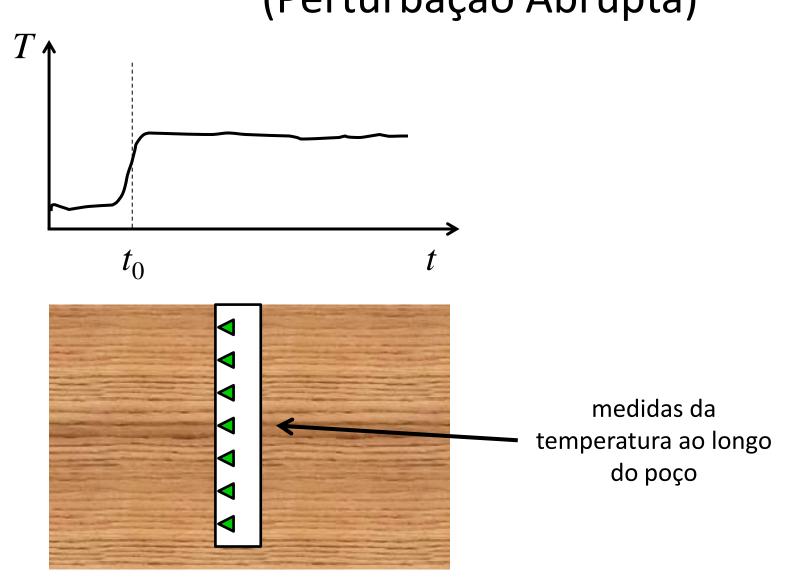
 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática



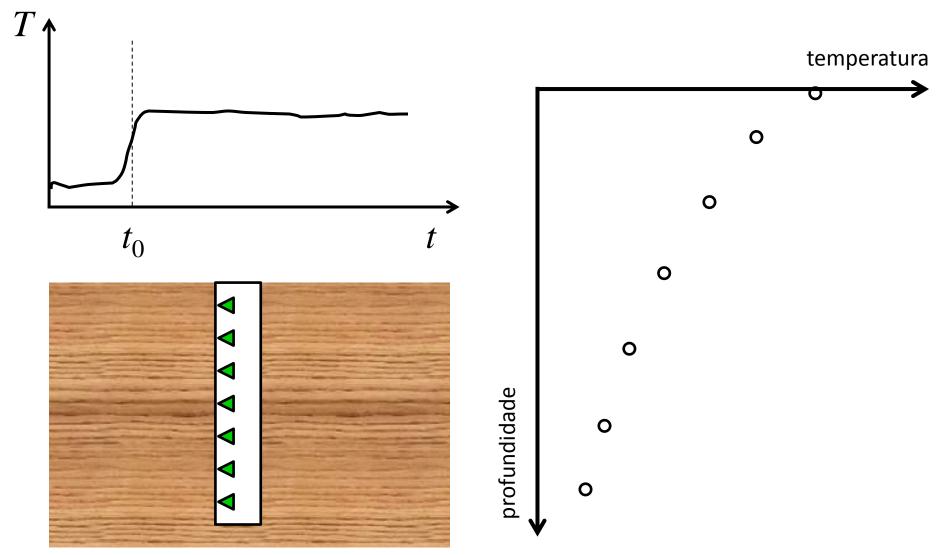
a mudança abrupta na temperatura, induzida por uma perturbação climática, propaga-se em subsuperfície

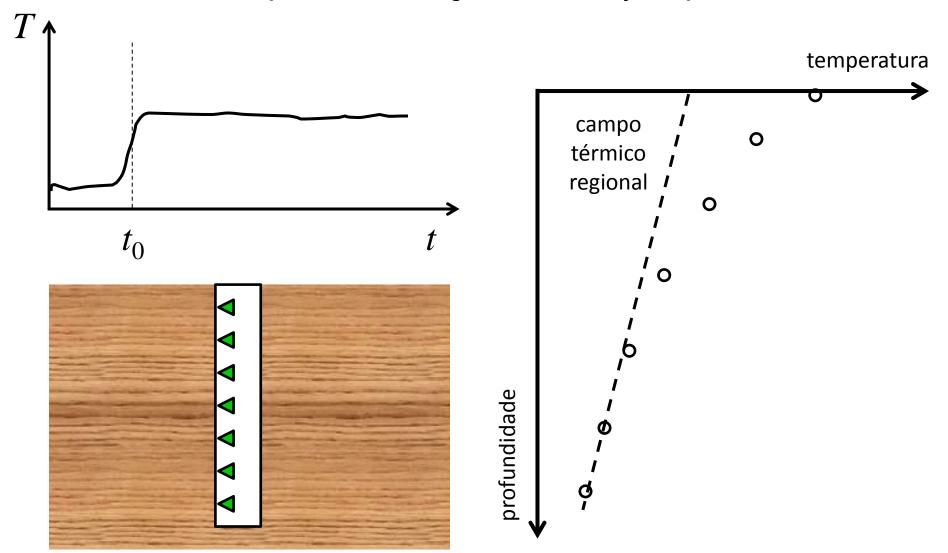
 Uma mudança abrupta no clima gera uma perturbação na temperatura da superfície, que se propaga em subsuperfície e é detectada por um sensor movido ao longo de um poço

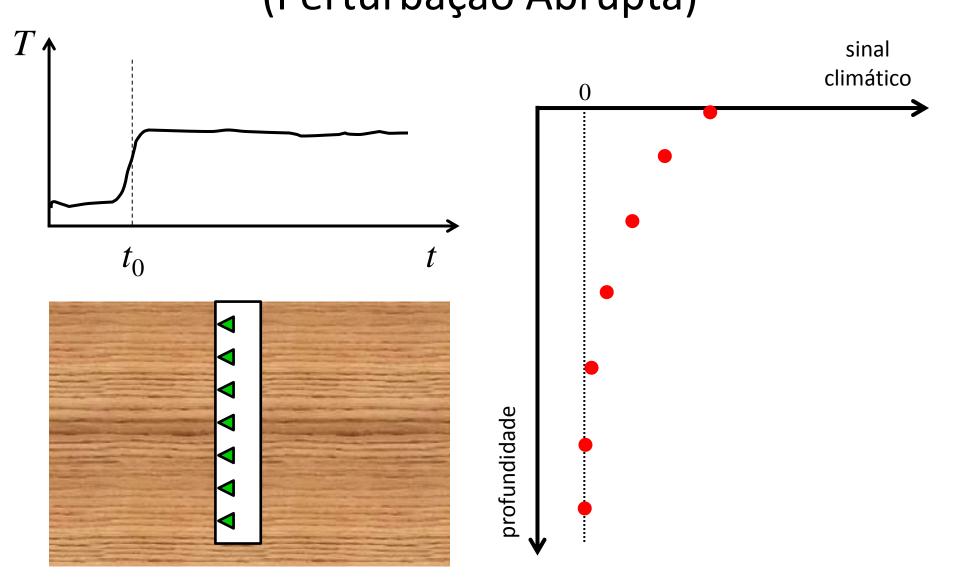
 As observações são medições da diferença entre a temperatura ao longo do poço e a temperatura do campo térmico regional



(Perturbação Abrupta)







### Parametrização

Considerando que a subsuperfície é um semi-espaço infinito e homogêneo, o sinal climático em uma determinada profundidade pode ser descrito em termos dos parâmetros:

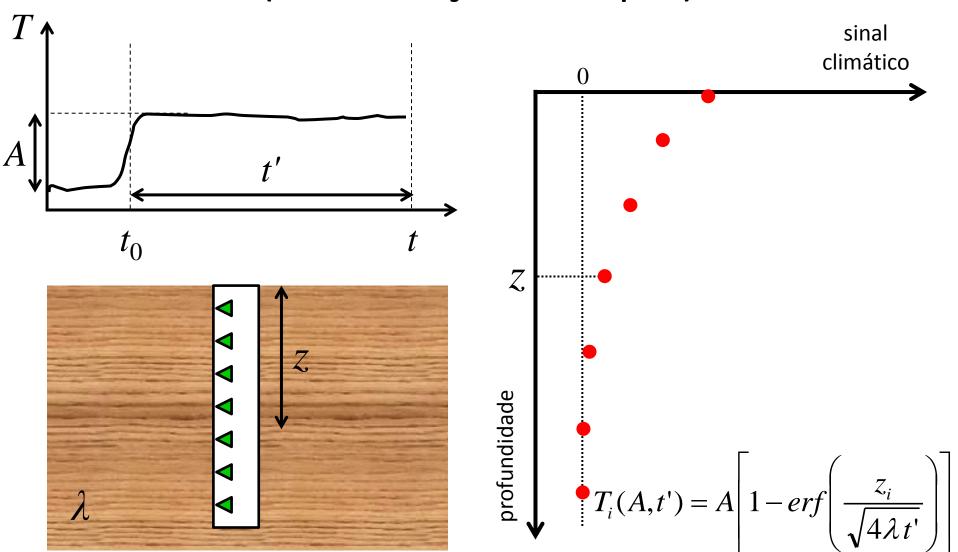
- Difusividade térmica  $\lambda$
- Tempo t' decorrido desde a perturbação climática
- ullet Amplitude A da perturbação climática
- Profundidade z dentro do poço

### Relação funcional

Nessas condições, a relação entre o sinal climático em uma determinada profundidade e os parâmetros  $\lambda$ , t e A é dada por:

$$T_{i}(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

(Perturbação Abrupta)



### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$T_{1}(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_{1}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

$$T_2(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_2}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

:

$$T_N(A,t') = A \left[ 1 - erf\left(\frac{z_N}{\sqrt{4\lambda t'}}\right) \right]$$

(Perturbação Abrupta)

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$T_{1}(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_{1}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

$$T_{2}(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_{2}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

$$\vdots$$

 $T_N(A,t') = A \left| 1 - erf \left( \frac{z_N}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right|$ 

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A[1-erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1-erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1-erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})] \end{bmatrix}$$

(Perturbação Abrupta)

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$T_{1}(A,t') = A \left[ 1 - erf\left(\frac{z_{1}}{\sqrt{4\lambda t'}}\right) \right]$$

$$T_2(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_2}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

:

$$T_N(A,t') = A \left[ 1 - erf \left( \frac{z_N}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right]$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A[1-erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1-erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1-erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})] \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

preditos é dada por:
$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad
\begin{bmatrix}
T_{1}(A, t') \\ T_{2}(A, t') \\ \vdots \\ T_{N}(A, t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
A[1 - erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1 - erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1 - erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})]
\end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p})\right]$$

preditos é dada por:
$$\begin{bmatrix}
T_{1}(A,t') \\
T_{2}(A,t') \\
\vdots \\
T_{N}(A,t')
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
A[1 - erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\
A[1 - erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\
\vdots \\
A[1 - erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})]
\end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]$$

preditos é dada por:
$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix} \qquad
\begin{bmatrix} T_{1}(A, t') \\ T_{2}(A, t') \\ \vdots \\ T_{N}(A, t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A[1 - erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1 - erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1 - erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})] \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} abs & = \\ T & B \overline{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} abs & = \\ T & -B \overline{p} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A[1-erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1-erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1-erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})] \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} \left[ T_i^{obs} - T_i(\overline{p}) \right]^2$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A[1-erf(z_{1}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ A[1-erf(z_{2}/\sqrt{4\lambda t'})] \\ \vdots \\ A[1-erf(z_{N}/\sqrt{4\lambda t'})] \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

Problema Geofísico

Cálculo da amplitude e do tempo em que ocorreu uma perturbação climática

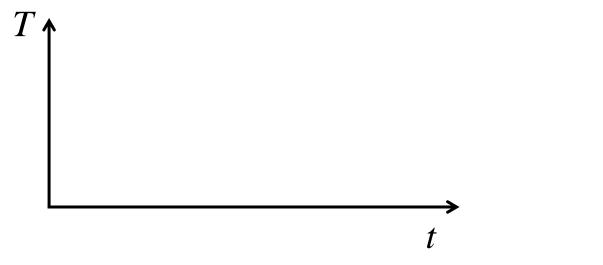
 Uma mudança linear no clima gera uma perturbação na temperatura da superfície, que se propaga em subsuperfície e é detectada por um sensor movido ao longo de um poço

 As observações são medições da diferença entre a temperatura ao longo do poço e a temperatura predita pelo campo térmico regional

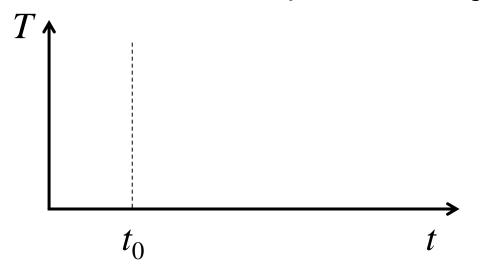




(Perturbação Linear)

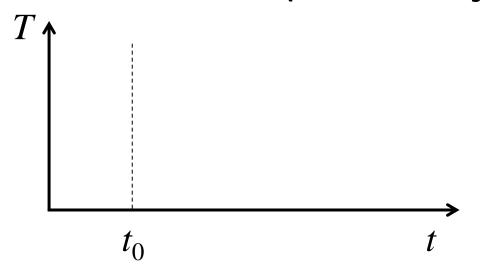






 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática

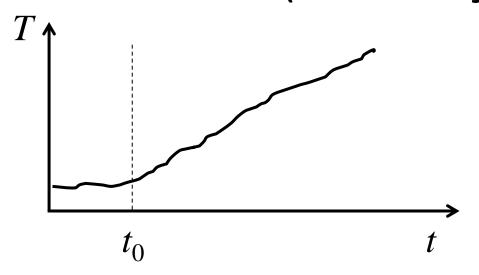




 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática

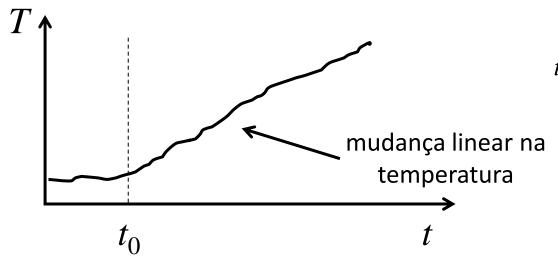
o tempo é positivo em direção ao presente





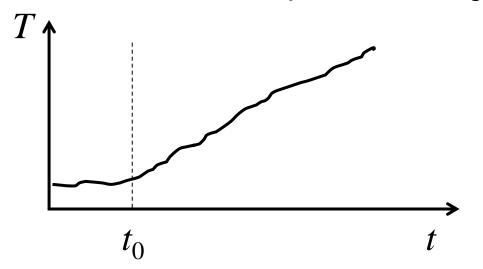
 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática



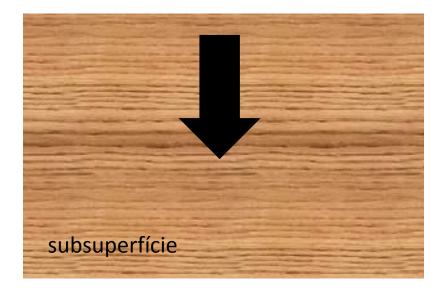


 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática





 $t_0$  tempo em que ocorreu a perturbação climática

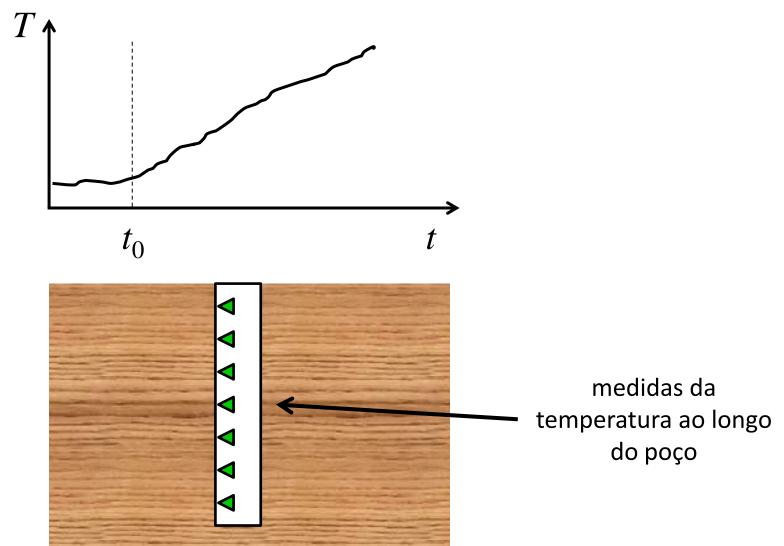


a mudança linear na temperatura, induzida por uma perturbação climática, propaga-se em subsuperfície

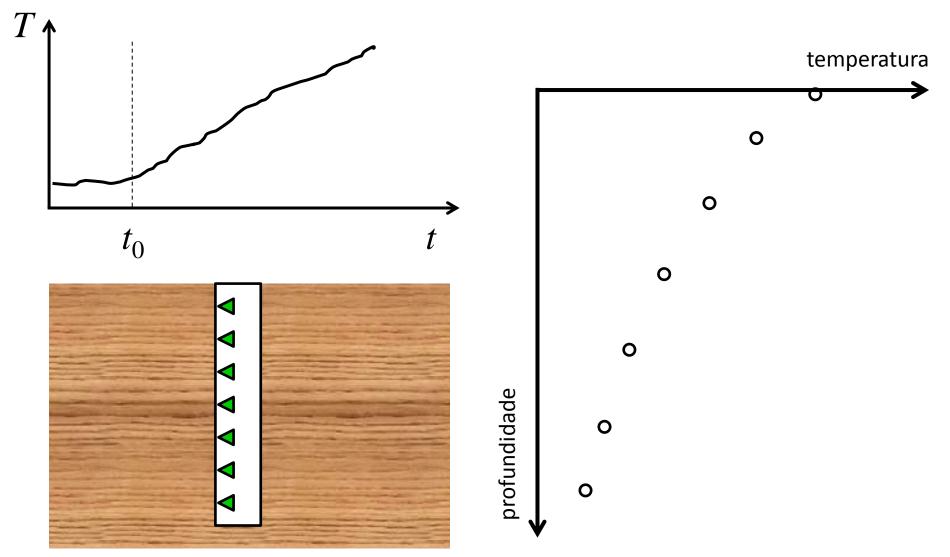
 Uma mudança linear no clima gera uma perturbação na temperatura da superfície, que se propaga em subsuperfície e é detectada por um sensor movido ao longo de um poço

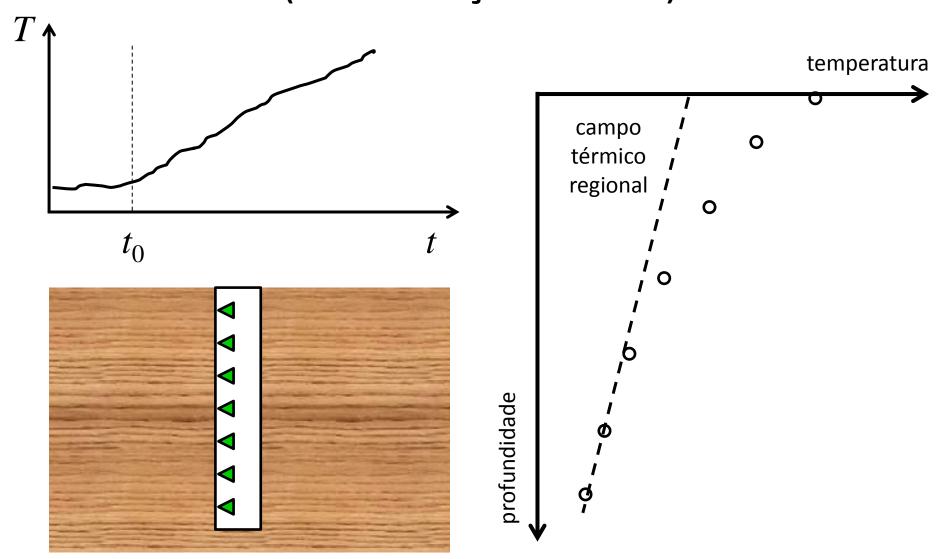
 As observações são medições da diferença entre a temperatura ao longo do poço e a temperatura do campo térmico regional

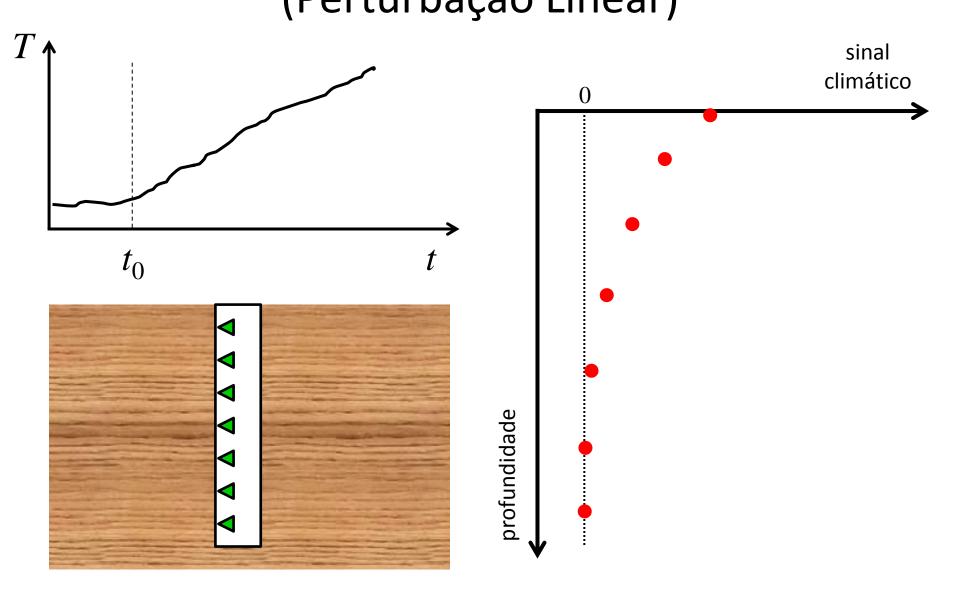
(Perturbação Linear)



(Perturbação Linear)







### Parametrização

Considerando que a subsuperfície é um semi-espaço infinito e homogêneo, o sinal climático em uma determinada profundidade pode ser descrito em termos dos parâmetros:

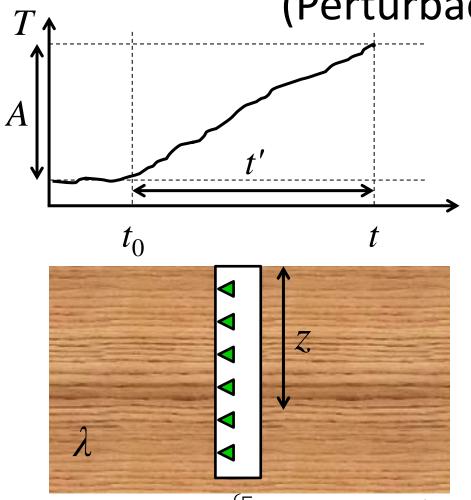
- Difusividade térmica  $\lambda$
- Tempo t' decorrido desde a perturbação climática
- ullet Amplitude A da perturbação climática
- Profundidade z dentro do poço

### Relação funcional

Nessas condições, a relação entre o sinal climático em uma determinada profundidade e os parâmetros  $\lambda$ , t e A é dada por:

$$T_{i}(A,t') = A \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{2z_{i}^{2}}{4\lambda t'} \right) erfc \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right] - \left[ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) exp \left( \frac{-z_{i}^{2}}{4\lambda t'} \right) \right] \right\}$$

(Perturbação Linear)



$$T_{i}(A,t') = A \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{2z_{i}^{2}}{4\lambda t'} \right) erfc \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) \right] - \left[ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{4\lambda t'}} \right) exp \left( \frac{-z_{i}^{2}}{4\lambda t'} \right) \right] \right\}$$

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$T_{1}(A,t') = A \left\{ \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\}$$

$$T_{2}(A,t') = A \left\{ \left[ (1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2}) \right] - \frac{2\alpha_{2}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\}$$

$$\vdots$$

$$T_{N}(A,t') = A \left\{ \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\}$$

$$\alpha_{i} = z_{i} / \sqrt{4\lambda t'}$$

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$\begin{split} T_{1}(A,t') &= A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ T_{2}(A,t') &= A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') &= A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{cases} \end{split}$$

$$\alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$$

### Problema Direto

 $\alpha_i = z_i / \sqrt{4 \lambda t'}$ 

Sendo assim, para diferentes profundidades:

$$T_{1}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ T_{2}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2}) \right] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{cases} \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{cases} \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ T_{N}(A,t') = A \begin{cases} \left[ (1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N}) \right] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{cases}$$

### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[ \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \right]^{T} \left[ \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T_1(A,t') \\ T_2(A,t') \\ \vdots \\ T_N(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \left\{ [(1+2\alpha_1)erfc(\alpha_1)] - \frac{2\alpha_1 e^{-\alpha_1^2}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ A \left\{ [(1+2\alpha_2)erfc(\alpha_2)] - \frac{2\alpha_1 e^{-\alpha_2^2}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \left\{ [(1+2\alpha_N)erfc(\alpha_N)] - \frac{2\alpha_N e^{-\alpha_N^2}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{\overline{B}} \overline{p}$$
  $\alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$ 

## Sinal Climático (Perturbação Linear)

#### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[ \underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p}) \right]^{T} \left[ \underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p}) \right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\underline{T}^{obs} - \underline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \left\{ [(1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N})] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{\overline{B}} \overline{p}$$
  $\alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$ 

# Sinal Climático (Perturbação Linear)

#### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[ \overline{T}^{obs} - \overline{B} \, \overline{p} \right]^T \left[ \overline{T}^{obs} - \overline{B} \, \overline{p} \right]$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \left\{ [(1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N})] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{bmatrix}$$

$$\overline{T}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p} \qquad \alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$$

# Sinal Climático (Perturbação Linear)

#### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \left\{ [(1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N})] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\mathbf{T}}{T}(\overline{p}) \neq \mathbf{B}\overline{p} \qquad \alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$$

# Sinal Climático (Perturbação Linear)

#### Norma

A norma L2 entre os dados observados e os dados

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]^{T} \left[\overline{T}^{obs} - \overline{T}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & B \\ T & B \end{bmatrix}$$

$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} \left[ T_i^{obs} - T_i(\overline{p}) \right]^2$$

$$\begin{bmatrix} T_{1}(A,t') \\ T_{2}(A,t') \\ \vdots \\ T_{N}(A,t') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \left\{ [(1+2\alpha_{1})erfc(\alpha_{1})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{1}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{2})erfc(\alpha_{2})] - \frac{2\alpha_{1}e^{-\alpha_{2}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \\ \vdots \\ A \left\{ [(1+2\alpha_{N})erfc(\alpha_{N})] - \frac{2\alpha_{N}e^{-\alpha_{N}^{2}}}{\sqrt{\pi}} \right\} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\mathbf{T}}{T}(\overline{p}) \neq \mathbf{B}\overline{p} \qquad \alpha_i = z_i / \sqrt{4\lambda t'}$$

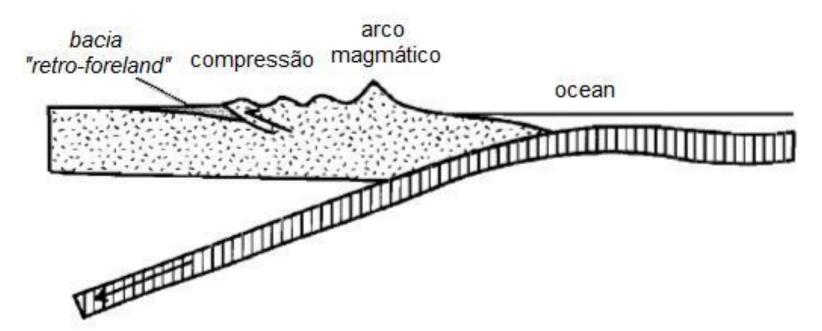
Problema Geofísico

Cálculo da profundidade do embasamento

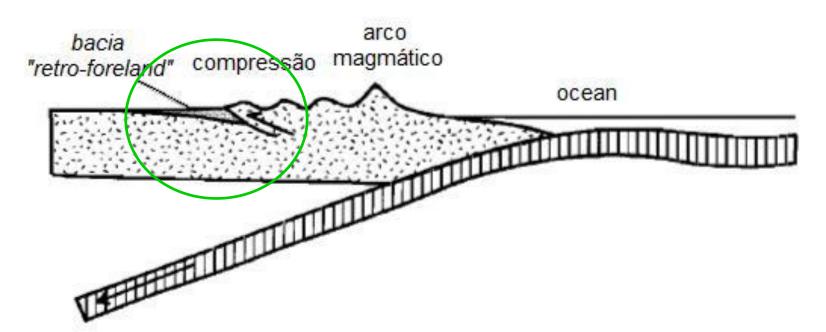
 O relevo do embasamento sob uma bacia sedimentar produz uma anomalia na Aceleração da Gravidade

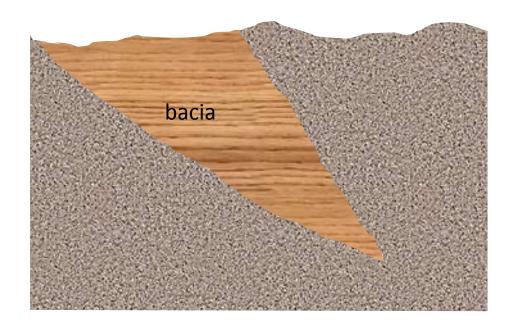
 As observações são medições da componente vertical da Anomalia de Gravidade

Limite oceano-continente Margem tipo "Andina"



Limite oceano-continente Margem tipo "Andina"





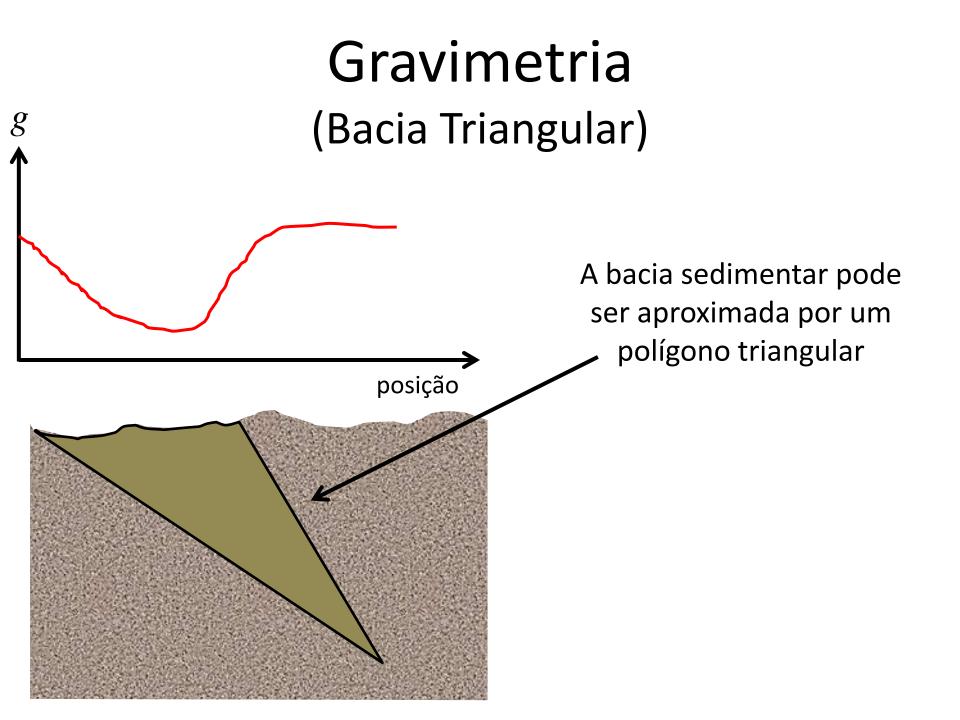
 O relevo do embasamento sob uma bacia sedimentar produz uma anomalia na Aceleração da Gravidade

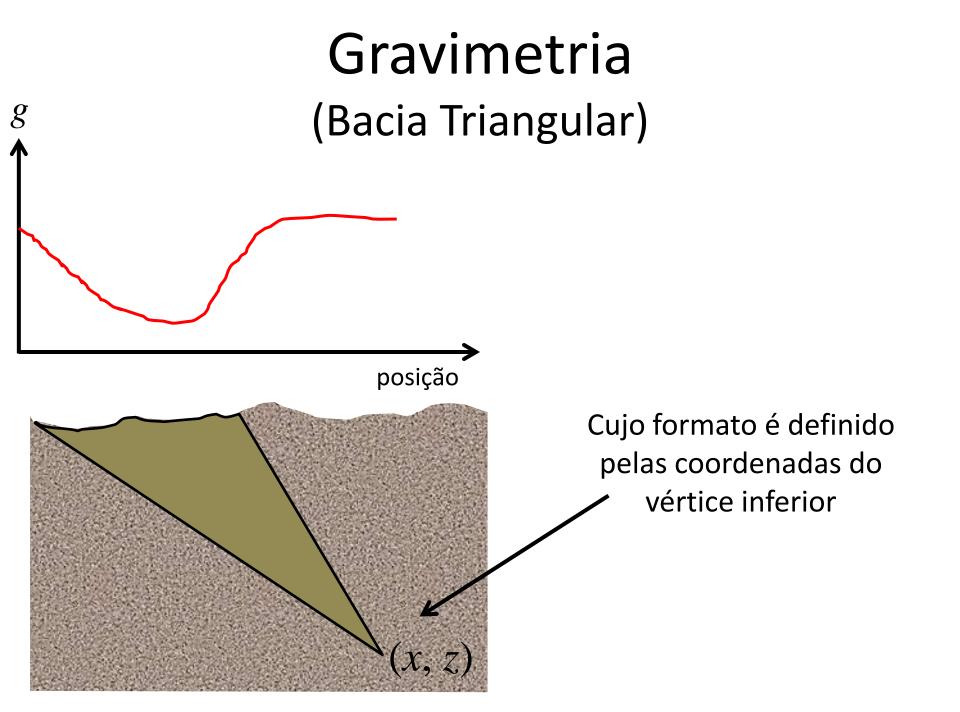
 As observações são medições da componente vertical da Anomalia de Gravidade

### Parametrização

Considerando que o pacote sedimentar e o embasamento são homogêneos, a anomalia de gravidade pode ser descrita em termos dos parâmetros:

- Contraste  $\rho$  de densidade dos sedimentos
- Relevo do embasamento





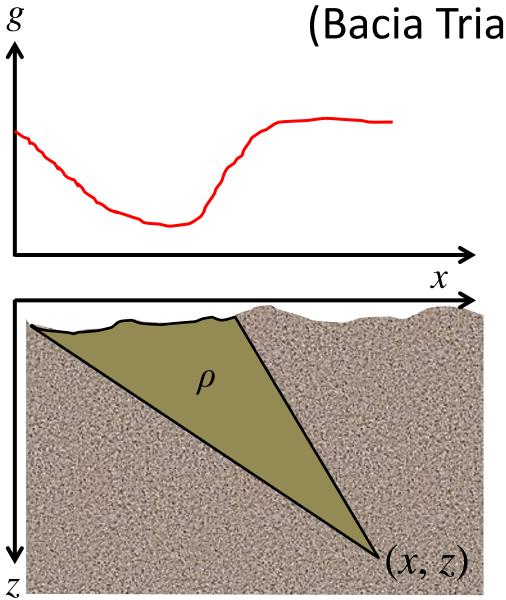
### Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a anomalia de gravidade em uma determinada posição e os parâmetros  $\rho$ , x e z é dada por uma função:

$$g_i(x,z) = \rho G f_i(x,z)$$

Que pode ser baseada, por exemplo, no trabalho de Talwani (1959)

(Bacia Triangular)



$$g_i(x,z) = \rho G f_i(x,z)$$

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes posições:

$$g_1(x,z) = \rho G f_1(x,z)$$
$$g_2(x,z) = \rho G f_2(x,z)$$
$$\vdots$$

 $g_N(x,z) = \rho G f_N(x,z)$ 

(Bacia Triangular)

### Problema Direto

$$g_1(x,z) = \rho G f_1(x,z)$$

$$g_2(x,z) = \rho G f_2(x,z)$$

$$\vdots$$

$$g_N(x,z) = \rho G f_N(x,z)$$

$$\begin{bmatrix} g_1(x,z) \\ g_2(x,z) \\ \vdots \\ g_N(x,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(x,z) \\ \rho G f_2(x,z) \\ \vdots \\ \rho G f_N(x,z) \end{bmatrix}$$

(Bacia Triangular)

### Problema Direto

Sendo assim, para diferentes posições:

$$g_1(x,z) = \rho G f_1(x,z)$$

 $g_2(x,z) = \rho G f_2(x,z)$ 

:

$$g_N(x,z) = \rho G f_N(x,z)$$

$$\begin{bmatrix} g_1(x,z) \\ g_2(x,z) \\ \vdots \\ g_N(x,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(x,z) \\ \rho G f_2(x,z) \\ \vdots \\ \rho G f_N(x,z) \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}(\bar{p}) \neq \bar{B}\bar{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = \left[\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})\right]^T \left[\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})\right] \qquad \begin{bmatrix} g_1(x,z) \\ g_2(x,z) \\ \vdots \\ g_N(x,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(x,z) \\ \rho G f_2(x,z) \\ \vdots \\ \rho G f_N(x,z) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\underline{\overline{g}}^{obs} - \underline{\overline{g}}(\overline{p})\right]^{T} \left[\underline{\overline{g}}^{obs} - \underline{\overline{g}}(\overline{p})\right] \qquad \begin{bmatrix} g_{1}(x,z) \\ g_{2}(x,z) \\ \vdots \\ g_{N}(x,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_{1}(x,z) \\ \rho G f_{2}(x,z) \\ \vdots \\ \rho G f_{N}(x,z) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{\overline{B}}\overline{p}\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{\overline{B}}\overline{p}\right]$$

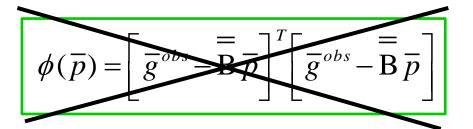
$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(x,z) \\ g_2(x,z) \\ \vdots \\ g_N(x,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(x,z) \\ \rho G f_2(x,z) \\ \vdots \\ \rho G f_N(x,z) \end{bmatrix}$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{B}\bar{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{B}\bar{p} \end{bmatrix} \qquad [g_N(x,z)]$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$



$$\phi(\bar{p}) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\phi(\bar{p}) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\vdots$$

$$g_N(x,z) = [\rho G f_1(x,z)]$$

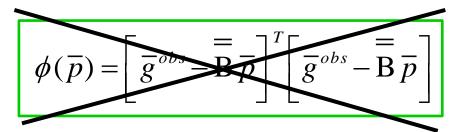
$$\vdots$$

$$g_N(x,z) = [\rho G f_N(x,z)]$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$



$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} \left[ g_i^{obs} - g_i(\overline{p}) \right]^2$$

$$\phi(\bar{p}) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\phi(\bar{p}) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\vdots$$

$$g_N(x,z) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\vdots$$

$$g_N(x,z) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]$$

$$\bar{g}(\bar{p}) \neq \bar{B}\bar{p}$$

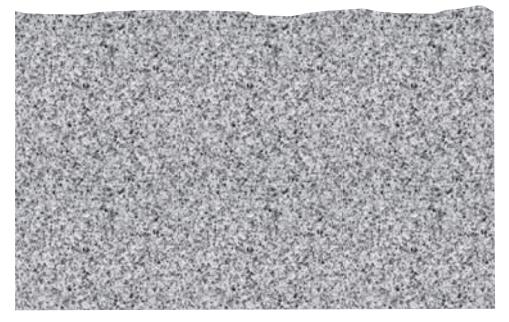
Problema Geofísico

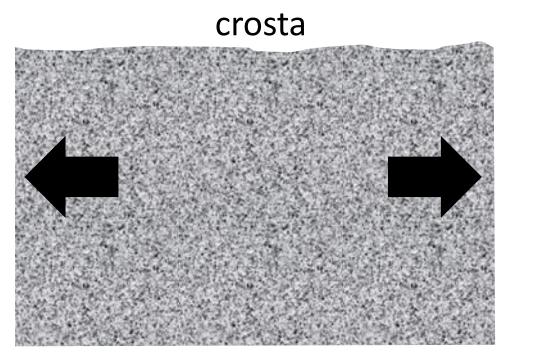
Cálculo da profundidade do embasamento

 O relevo do embasamento sob uma bacia sedimentar produz uma anomalia na Aceleração da Gravidade

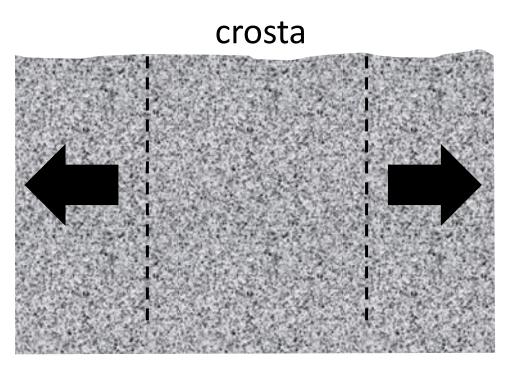
 As observações são medições da componente vertical da Anomalia de Gravidade

#### crosta

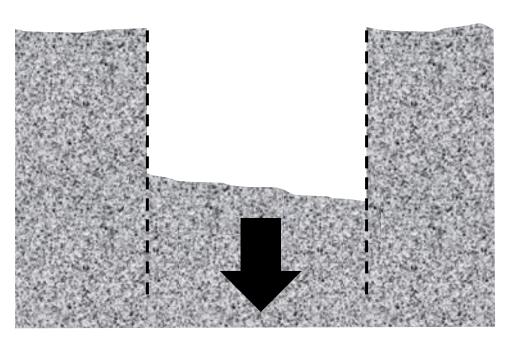




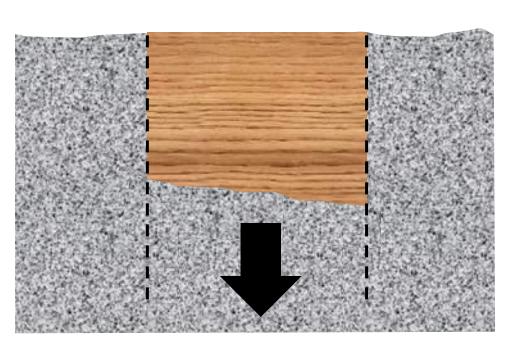
estiramento



falhamento normal



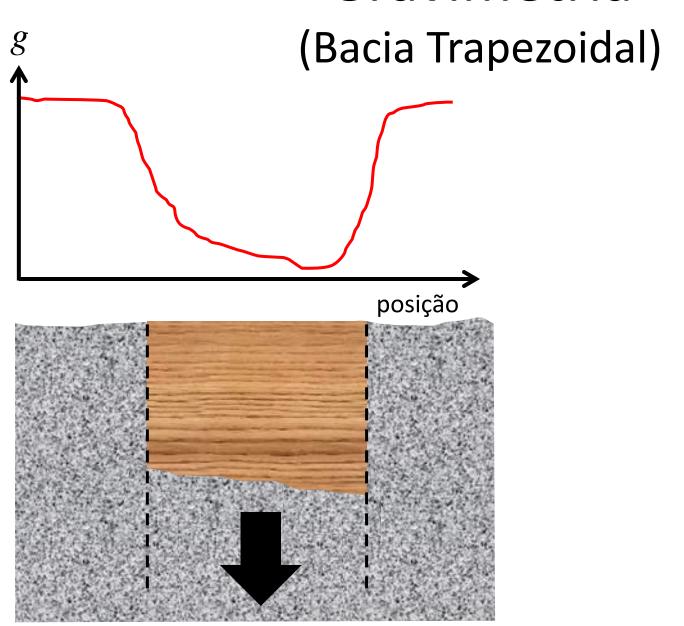
subsidência



bacia sedimentar

 O relevo do embasamento sob uma bacia sedimentar produz uma anomalia na Aceleração da Gravidade

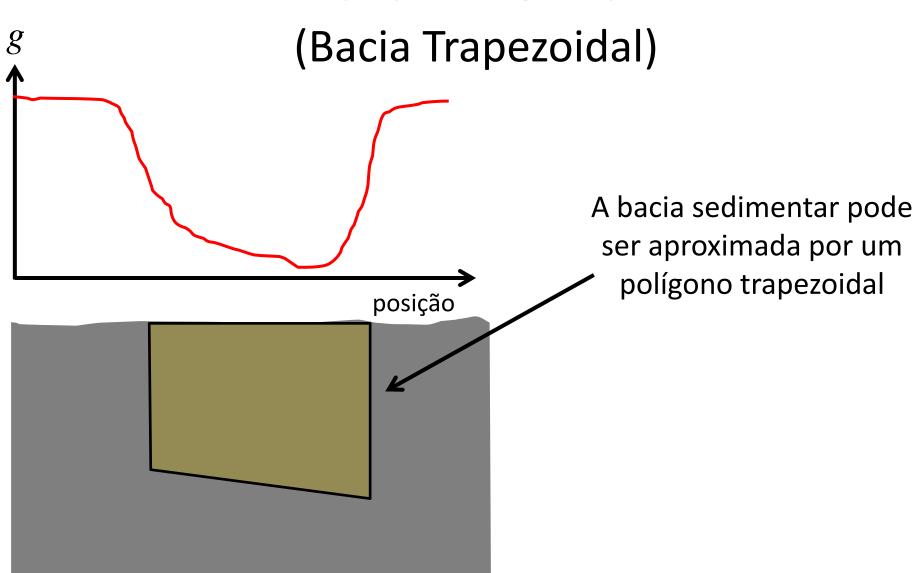
 As observações são medições da componente vertical da Anomalia de Gravidade

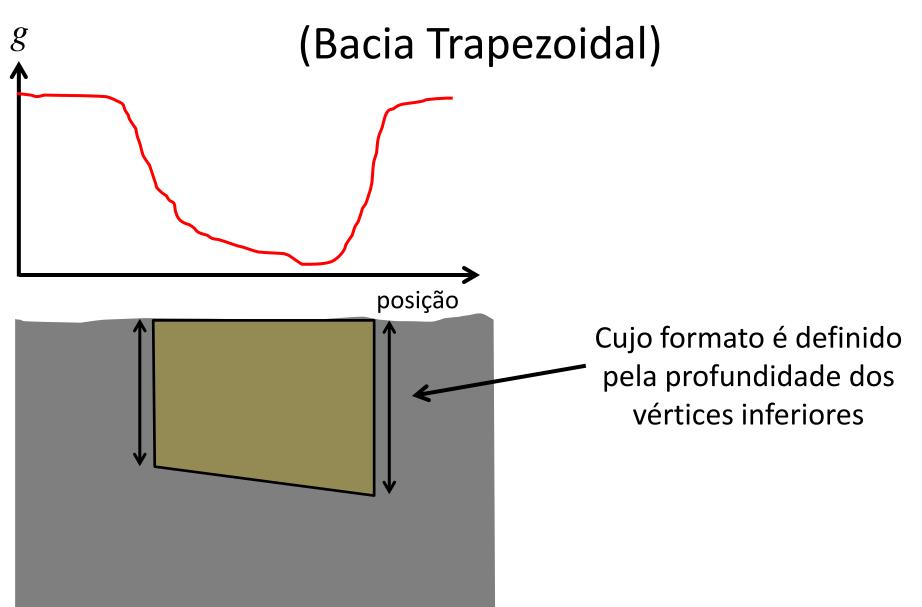


### Parametrização

Considerando que o pacote sedimentar e o embasamento são homogêneos, a anomalia de gravidade pode ser descrita em termos dos parâmetros:

- Contraste  $\rho$  de densidade dos sedimentos
- Relevo do embasamento





### Relação funcional

Nessas condições, a relação entre a anomalia de gravidade em uma determinada posição e os parâmetros  $\rho$ ,  $z_1$  e  $z_2$  é dada por uma função:

$$g_i(z_1, z_2) = \rho G f_i(z_1, z_2)$$

Que pode ser baseada, por exemplo, no trabalho de Talwani (1959)

(Bacia Trapezoidal) posição  $Z_1$  $Z_2$ 

(Bacia Trapezoidal)

### Problema Direto

$$g_1(z_1, z_2) = \rho G f_1(z_1, z_2)$$

$$g_2(z_1, z_2) = \rho G f_2(z_1, z_2)$$
:

$$g_N(z_1, z_2) = \rho G f_N(z_1, z_2)$$

(Bacia Trapezoidal)

### Problema Direto

$$g_{1}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{1}(z_{1}, z_{2})$$

$$g_{2}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{2}(z_{1}, z_{2})$$

$$\vdots$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

$$\vdots$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

(Bacia Trapezoidal)

### Problema Direto

$$g_{1}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{1}(z_{1}, z_{2})$$

$$g_{2}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{2}(z_{1}, z_{2})$$

$$\vdots$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

$$\vdots$$

$$g_{N}(z_{1}, z_{2}) = \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2})$$

$$= \begin{bmatrix} \rho G f_{1}(z_{1}, z_{2}) \\ \rho G f_{2}(z_{1}, z_{2}) \\ \vdots \\ \rho G f_{N}(z_{1}, z_{2}) \end{bmatrix}$$

(Bacia Trapezoidal)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})]^T [\bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p})] \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

(Bacia Trapezoidal)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

(Bacia Trapezoidal)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{\overline{\overline{B}}}\overline{p}\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{\overline{\overline{B}}}\overline{p}\right]$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{B} \bar{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{B} \bar{p} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

(Bacia Trapezoidal)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{B}\overline{p}\right]$$

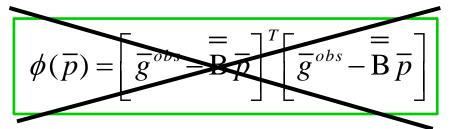
$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\overline{g}(\overline{p}) \neq \overline{B}\overline{p}$$

(Bacia Trapezoidal)

#### Norma

$$\phi(\overline{p}) = \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]^T \left[\overline{g}^{obs} - \overline{g}(\overline{p})\right]$$



$$\phi(\overline{p}) = \sum_{i=1}^{N} \left[ g_i^{obs} - g_i(\overline{p}) \right]^2$$

$$\phi(\bar{p}) = \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{g}^{obs} - \bar{g}(\bar{p}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} g_1(z_1, z_2) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_N(z_1, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho G f_1(z_1, z_2) \\ \rho G f_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ \rho G f_N(z_1, z_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}(\bar{p}) \neq \bar{B}\bar{p}$$