

# Análise de dispersão de ondas Love

## Atividade prática de Teoria das Ondas Sísmicas

Leonardo Uieda

12/Junho/2008

### Sismo

O sismo analisado neste trabalho ocorreu em São Vicente, São Paulo, no dia 28 de Abril de 2008. Foram utilizados os sismogramas registrados em Valinhos e Rio Claro, ambas cidades do estado de São Paulo.

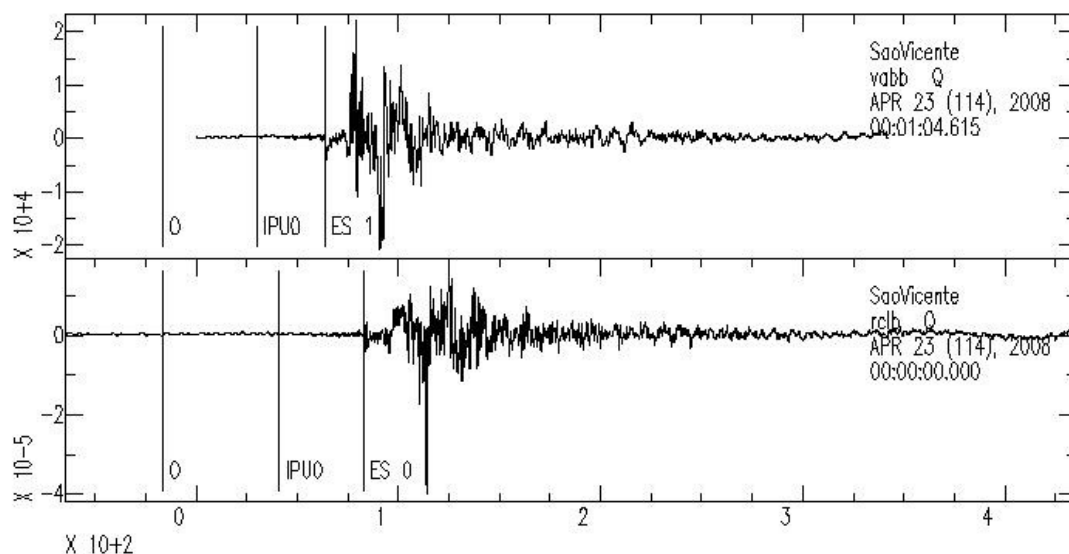


Figura 1: Sismogramas registrados em Valinhos (acima) e Rio Claro (claro).

### Ajuste

Foi feita uma análise da dispersão das ondas Love para tentar ajustar um modelo de duas camadas homogêneas e isotrópicas. As velocidades de fase utilizadas neste trabalho foram correspondentes a períodos 13 e 26 segundos. Inicialmente, foram assumidas densidades  $\rho_1 = 2.7 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_2 = 3.3 \text{ g/cm}^3$  para as camadas 1 (superior) e 2 (inferior). As

velocidades de onda S ( $\beta_1$  e  $\beta_2$ ) e a espessura da camada 1 ( $h$ ) foram os parâmetros buscados no ajuste.

O ajuste foi feito minimizando o erro quadrático médio (EQM) entre os dados e a curva teórica dada pela equação de dispersão:

$$T = \frac{\frac{2\pi h}{c} \sqrt{c^2/\beta_1^2 - 1}}{\arctan\left(\frac{\rho_2 \sqrt{\beta_2^4 - c^2 \beta_2^2}}{\rho_1 \sqrt{c^2 \beta_1^2 - \beta_1^4}}\right)}$$

onde  $c$  é a velocidade de fase e  $T$  o período.

O mínimo foi buscado utilizando uma adaptação do algoritmo Ant Colony Optimization denominada ACO<sub>R</sub> (Socha e Dorigo, 2008). O espaço de soluções foi limitado a:

$$\begin{cases} 1.0 < \beta_1 < 3.5 & km/s \\ 3.8 < \beta_2 < 5.0 & km/s \\ 20 < h < 40 & km \end{cases}$$

Os limites de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  foram escolhidos com base nos dados de velocidade de fase. As velocidades estavam limitadas entre 3.5 e 3.8 km/s. Estes limites correspondem a condições para que as raízes quadradas na equação de dispersão sejam números reais.

Na Figura 2 são mostrados os oito ajustes realizados e na Tabela 1 os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  e  $h$  obtidos. Note que não há grande variação entre os ajustes, garantindo que o algoritmo achou o mínimo global no espaço limitado dos parâmetros. Porém, ao observar a Tabela 1, nota-se que os valores de  $h$  sempre caem perto do menor valor permitido. Isto é um indício de que valores menores de  $h$  podem também ajustar o modelo.

Para testar esta hipótese,  $h$  foi permitido variar de 1 a 40 km. Os demais limites e as densidades foram mantidos iguais. Foram feitos 10 ajustes para testar a estabilidade do algoritmo sob estas novas circunstâncias. Os resultados destes ajustes estão dispostos na Figura 3 e Tabela 2. Com esta nova liberdade para  $h$  o ajuste foi superior e  $h$  se concentra em torno de 3 e 6.5 km. Os  $\beta_1$  obtidos estão em torno de 1.3 e 2.6 km/s e  $\beta_2$  foi aproximadamente 3.8 km/s para todos os ajustes. Estes valores também são incompatíveis com um modelo de crosta-manto, reforçando ainda mais a necessidade de rever o modelo de densidades.

Este modelo de densidades corresponde a uma interface crosta-manto, logo, era de se esperar que  $h$  estivesse entre 20 e 40 km. Porém, os valores  $h$  obtidos são muito menores. Estas espessuras são geologicamente inaceitáveis, o que indica que o modelo de densidades deve ser inadequado. As espessuras obtidas nos ajustes estão mais compatíveis com um modelo de sedimentos-embasamento. Logo, um novo modelo de densidades ( $\rho_1 = 1.9 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_2 = 2.7 \text{ g/cm}^3$ ) foi escolhido para representar este cenário geológico.

Os ajustes para esse novo modelo estão apresentados na Figura 4 e Tabela 3. Novamente os ajustes foram superiores aos da Figura 2 e a estabilidade do algoritmo foi comprovada. As espessuras obtidas foram aproximadamente entre 4 e 8 km,  $\beta_1$  entre 1.8 e 2.7

km/s e  $\beta_2$  foi aproximadamente 3.8 km/s. Estes novos valores são compatíveis com o modelo de densidade sedimento-embasamento.

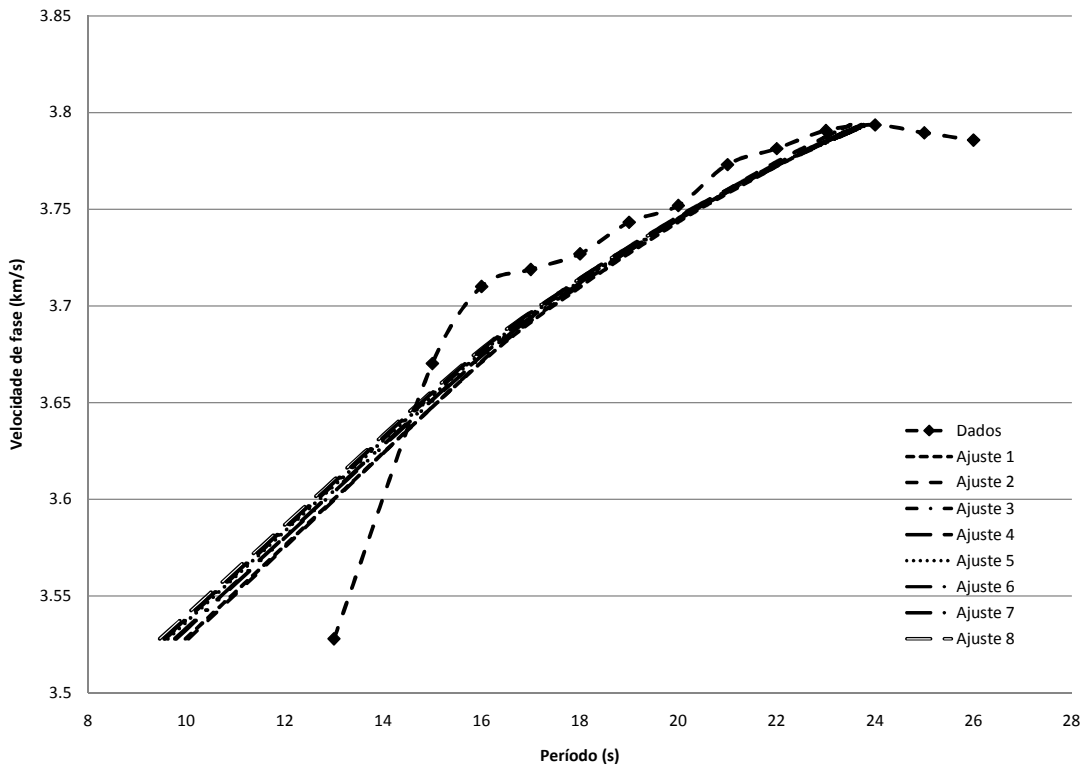


Figura 2: Diferentes ajustes aos dados. Note que os ajustes são muito próximos, garantindo a estabilidade do algoritmo de otimização.

Ajuste	1	2	3	4	5	6	7	8
Beta1	3.35	3.35	3.37	3.37	3.37	3.36	3.36	3.37
Beta2	3.97	3.97	3.95	3.96	3.96	3.96	3.96	3.95
h	20.02	20.01	20.14	20.09	20.06	20.00	20.08	20.15
Erro	2.45	2.46	2.45	2.44	2.44	2.43	2.44	2.46

Tabela 1: Dados dos ajustes com densidades  $\rho_1 = 2.7 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_2 = 3.3 \text{ g/cm}^3$ . Erro é o erro quadrático médio do ajuste. Note que  $h$  sempre cai perto do mínimo permitido, um indício de que valores menores podem ajustar melhor os dados.

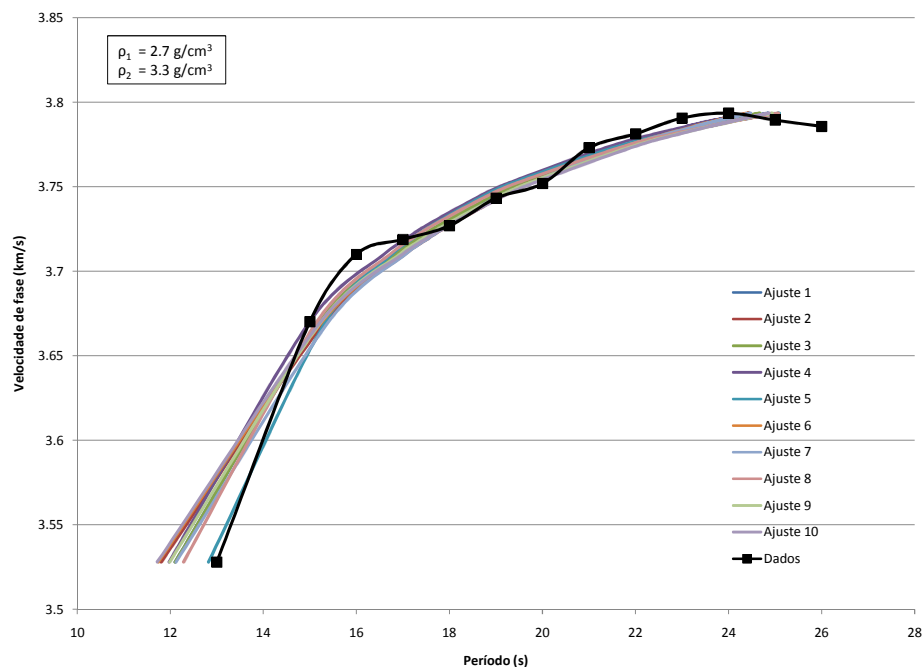
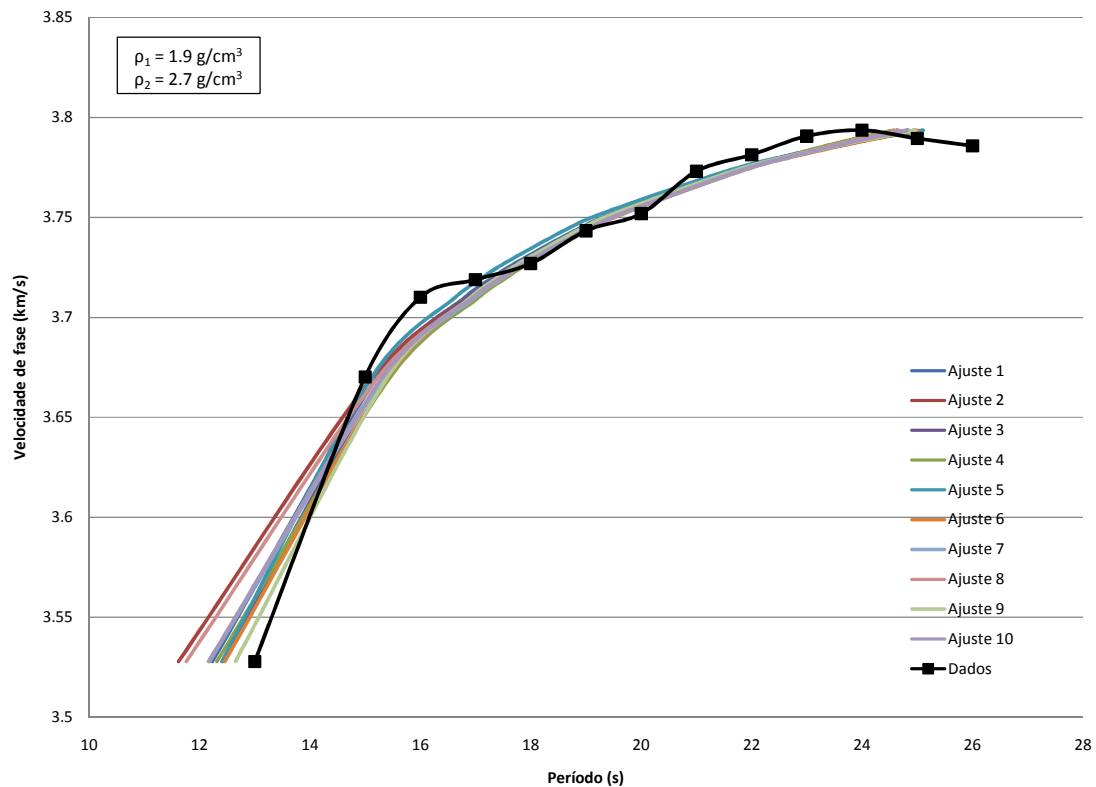


Figura 3: Diferentes ajustes aos dados para um modelo crosta-manto de densidade e  $h$  variando de 1 a 40 km. Novamente os ajustes são muito próximos, garantindo a estabilidade do algoritmo de otimização. Este ajuste é superior ao ajuste apresentado na Figura 2, porém não possui muito significado físico. As profundidades ajustadas são incompatíveis com o modelo de densidade ( $h$  varia entre 3 e 6.5 km).

Crosta - Manto										
Ajuste:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Beta1:	2.07	2.60	2.09	2.02	1.33	2.60	2.33	1.73	2.25	2.55
Beta2:	3.85	3.87	3.85	3.85	3.84	3.87	3.86	3.85	3.85	3.86
h:	4.38	6.36	4.44	4.19	3.00	6.33	5.24	3.63	4.86	6.01
Erro:	0.98	1.08	0.98	1.07	0.97	1.07	1.03	0.97	1.01	1.06

Tabela 2: Dados do modelo correspondente a interface crosta-manto. Ajustes feitos com densidades  $\rho_1 = 2.7 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_2 = 3.3 \text{ g/cm}^3$  e  $h$  variando de 1 a 40 km. Erro é o erro quadrático médio do ajuste.



**Figura 4:** Diferentes ajustes aos dados para um modelo sedimento-embasamento de densidade e  $h$  variando de 1 a 40 km. Novamente os ajustes são muito próximos, garantindo a estabilidade do algoritmo de otimização. Este ajuste é superior ao ajuste apresentado na Figura 2.. Este ajuste é condizente com o modelo de densidade assumido.  $h$  assume valores típicos para profundidade de embasamento e  $\beta_1$  e  $\beta_2$  assumem valores compatíveis com sedimentos e rocha cristalina.

Sedimento - Embasamento										
Ajuste:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Beta1:	2.15	2.75	2.02	2.36	1.79	2.08	2.38	2.71	1.83	2.36
Beta2:	3.85	3.86	3.85	3.86	3.84	3.85	3.85	3.86	3.84	3.85
h:	5.03	7.71	4.68	5.87	4.05	4.90	5.89	7.52	4.25	5.79
Erro:	0.97	1.06	0.96	1.00	0.98	0.98	0.99	1.04	0.96	0.98

**Tabela 3:** Dados do modelo correspondente a interface sedimento-embasamento. Ajustes feitos com densidades  $\rho_1 = 1.9 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_2 = 2.7 \text{ g/cm}^3$  e  $h$  variando de 1 a 40 km. Erro é o erro quadrático médio do ajuste.

## Conclusão

O modelo que melhor se ajustou aos dados, mantendo coerência geológica, foi o modelo de sedimento-embasamento. As propriedades físicas deste modelo são  $\rho_1 = 1.9$  e  $\rho_2 = 2.7 \text{ g/cm}^3$ ,  $\beta_1 = 2.24$  e  $\beta_2 = 3.85 \text{ km/s}$  e  $h = 5.57 \text{ km}$ <sup>1</sup>. Os demais modelos testados foram

<sup>1</sup> Valores obtidos através da média entre os dez ajustes.

descartados por falta de significado geológico, embora tenham ajustado os dados de forma satisfatória. Estes resultados são meramente matemáticos.

## Referências

Socha K. e Dorigo M., 2008. Ant colony optimization for continuous domains. *European Journal of Operational Research*, 185, pp. 1155–1173.