

Inversão 3D de dados de gradiometria gravimétrica

Leonardo Uieda

Valéria C. F. Barbosa

8 de Setembro de 2010

Sumário

Introdução

Formulação Matemática

Resultados Preliminares

Cronograma

Introdução

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica
- ▶ Sensores FTG

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica
- ▶ Sensores FTG
- ▶ Full Tensor Gradiometer

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica
- ▶ Sensores FTG
- ▶ Full Tensor Gradiometer
- ▶ Mede 5 componentes independentes

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica
- ▶ Sensores FTG
- ▶ Full Tensor Gradiometer
- ▶ Mede 5 componentes independentes
- ▶ Empregado em mineração

Introdução

- ▶ Recentes avanços em gradiometria gravimétrica
- ▶ Sensores FTG
- ▶ Full Tensor Gradiometer
- ▶ Mede 5 componentes independentes
- ▶ Empregado em mineração
- ▶ GOCE

Introdução

Este projeto:

Introdução

Este projeto:

- ▶ Inversão 3D de dados FTG

Introdução

Este projeto:

- ▶ Inversão 3D de dados FTG
- ▶ Adaptar metodologias de gravimetria:

Introdução

Este projeto:

- ▶ Inversão 3D de dados FTG
- ▶ Adaptar metodologias de gravimetria:
 - ▶ Li e Oldenburg (1998)

Introdução

Este projeto:

- ▶ Inversão 3D de dados FTG
- ▶ Adaptar metodologias de gravimetria:
 - ▶ Li e Oldenburg (1998)
 - ▶ Last e Kubic (1983)

Introdução

Este projeto:

- ▶ Inversão 3D de dados FTG
- ▶ Adaptar metodologias de gravimetria:
 - ▶ Li e Oldenburg (1998)
 - ▶ Last e Kubic (1983)
 - ▶ Silva Dias et al. (2009)

Formulação Matemática

Formulação Matemática

Tensor Gradiente Gravitacional

Formulação Matemática

Matriz Hessiana do potencial gravitacional V

$$\bar{\bar{\Gamma}} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

Formulação Matemática

Fora das massas

- ▶ $\bar{\mathbf{g}} = -\bar{\nabla} V$
- ▶ $\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{g}} = \bar{0}$ $\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{g}} = 0$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$

Formulação Matemática

Fora das massas

- ▶ $\bar{\mathbf{g}} = -\bar{\nabla} V$ ▶ $\bar{\mathbb{F}}$ é simétrico
- ▶ $\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{g}} = \bar{0}$ $\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{g}} = 0$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$

Formulação Matemática

Fora das massas

- ▶ $\bar{\mathbf{g}} = -\bar{\nabla} V$
- ▶ $\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{g}} = \bar{0}$ $\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{g}} = 0$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y}$
- ▶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$
- ▶ $\bar{\mathbb{F}}$ é simétrico
- ▶ 5 componentes independentes

Formulação Matemática

Cada componente:

$$g_{ij} = \rho G \int_{\Omega} K_{ij} d\Omega$$

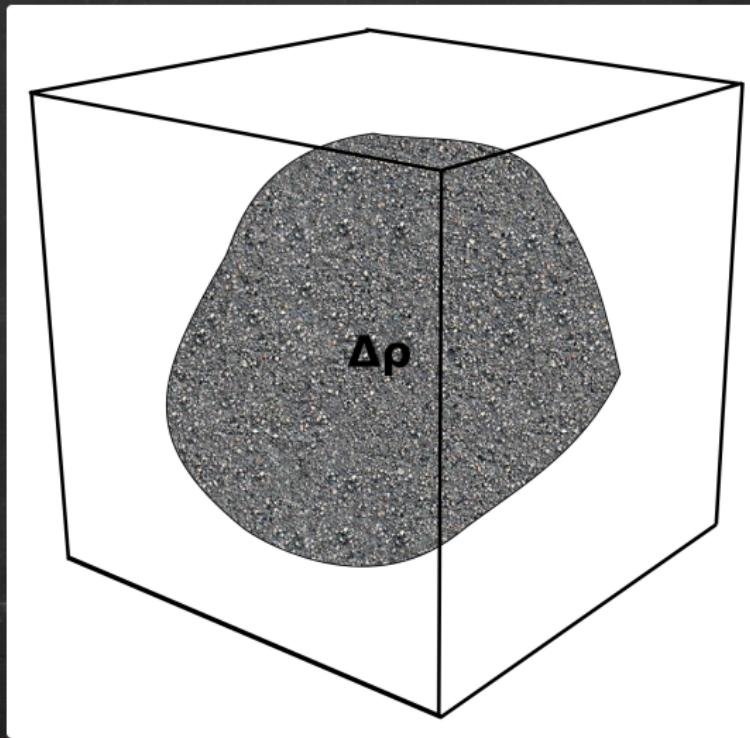
No caso Ω = Prisma Retangular

- ▶ Fórmulas analíticas de Nagy *et al.* (2000)

Formulação Matemática

Inversão

Formulação Matemática

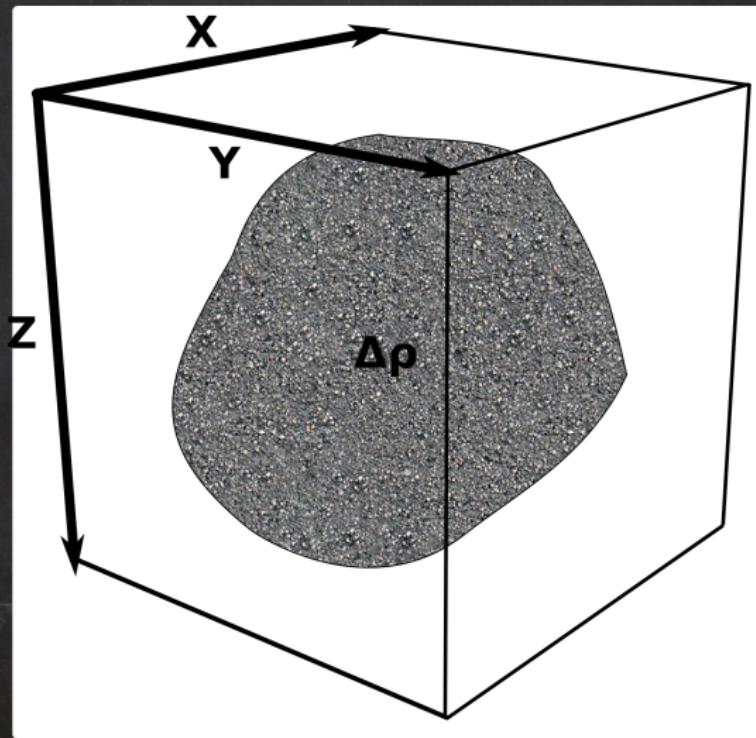


Formulação Matemática

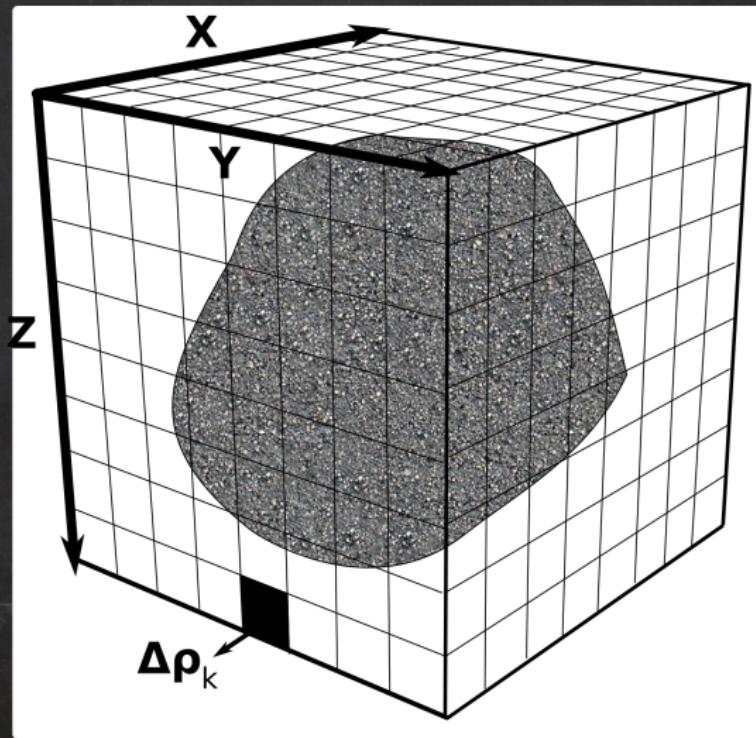
- $\bar{\Gamma}$ medido em N pontos $\Rightarrow \bar{\Gamma}_i^{obs}$
- Agrupado em vetor de dados **observados** ($5N \times 1$)

$$\bar{d}^{obs} = \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_1^{obs} \\ \bar{\Gamma}_2^{obs} \\ \vdots \\ \bar{\Gamma}_N^{obs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xy1}^{obs} \\ g_{xy2}^{obs} \\ \vdots \\ g_{xyN}^{obs} \\ g_{xz1}^{obs} \\ \vdots \\ g_{zzN}^{obs} \end{bmatrix}_{5N \times 1}$$

Formulação Matemática



Formulação Matemática



Formulação Matemática

- $\bar{\Gamma}$ devido aos M prismas $\Rightarrow \bar{\Gamma}_i^{calc}$
- Agrupado em vetor de dados **calculados** ($5N \times 1$)

$$\bar{d}^{calc}(\bar{m}) = \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_1^{calc} \\ \bar{\Gamma}_2^{calc} \\ \vdots \\ \bar{\Gamma}_N^{calc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xy_1}^{calc} \\ g_{xy_2}^{calc} \\ \vdots \\ g_{xy_N}^{calc} \\ g_{xz_1}^{calc} \\ \vdots \\ g_{zz_N}^{calc} \end{bmatrix}_{5N \times 1}$$
$$\bar{m} = \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \vdots \\ \Delta\rho_M \end{bmatrix}_{M \times 1}$$

Formulação Matemática

Função Objetivo:

$$\phi = \phi^{\text{ajuste}} + \sum_I \phi_I^{\text{reg}}$$

$$\phi^{\text{ajuste}} = \|\bar{d}^{\text{obs}} - \bar{d}^{\text{calc}}(\bar{m})\|_2^2$$

Qual \bar{m} que minimiza ϕ ?

Formulação Matemática

Funções Regularizadoras:

- Li e Oldenburg (1998)

$$\phi^{reg} = \mu \bar{m}^T \bar{\bar{W}}^T \bar{\bar{R}}^T \bar{\bar{R}} \bar{\bar{W}} \bar{m}$$

$$\bar{\bar{W}} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_M \end{pmatrix}_{M \times M}$$

$$w_k = \left[\frac{1}{(z + z_0)^{\frac{\beta}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Formulação Matemática

Funções Regularizadoras:

- ▶ Last e Kubic (1983)

$$\phi^{\text{reg}} = \mu \bar{m}^T \bar{W} \bar{m}$$

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_M \end{pmatrix}_{M \times M}$$

$$w_k = \frac{1}{m_k^2 + \epsilon}$$

- ▶ Regularizador não-linear:
 - ▶ Minimizar ϕ com método iterativo

Resultados Preliminares:

Aplicação a dados sintéticos

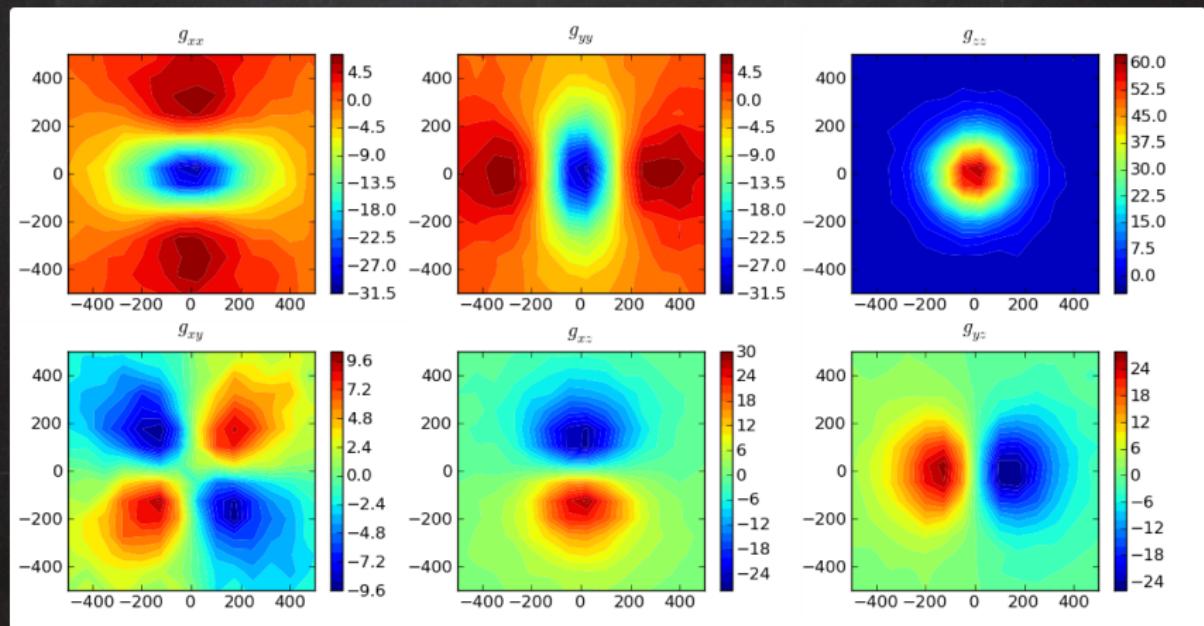
Resultados Preliminares

Modelo sintético:

- ▶ Cubo de 200 m de aresta
- ▶ $\Delta\rho = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
- ▶ Ruído gaussiano de 5%
- ▶ Diferentes profundidades
 - ▶ 0 m, 200 m, 300 m, 500 m

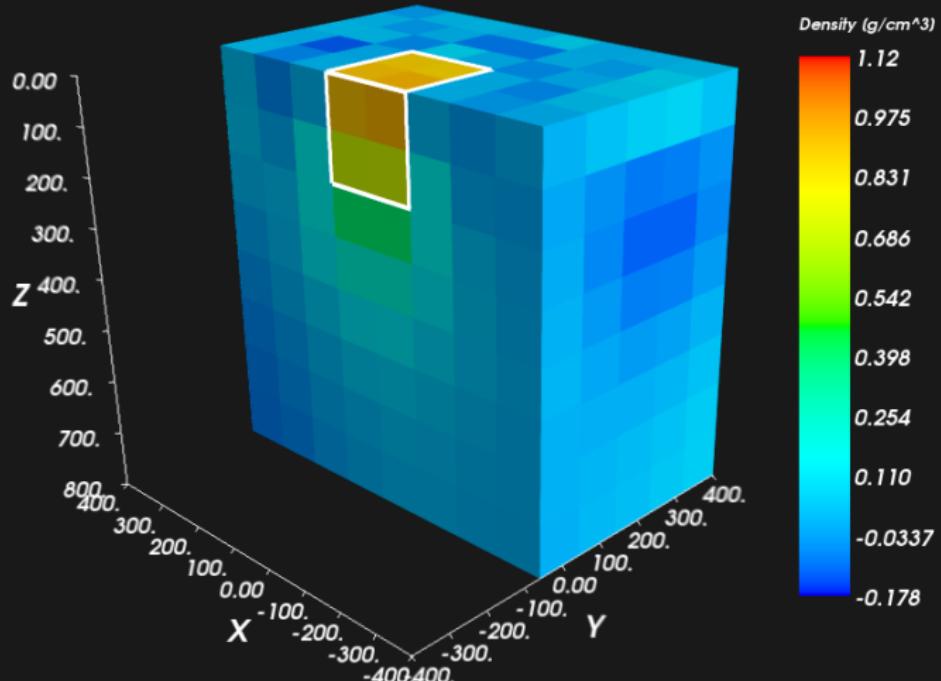
Resultados Preliminares

Profundidade = 0 m



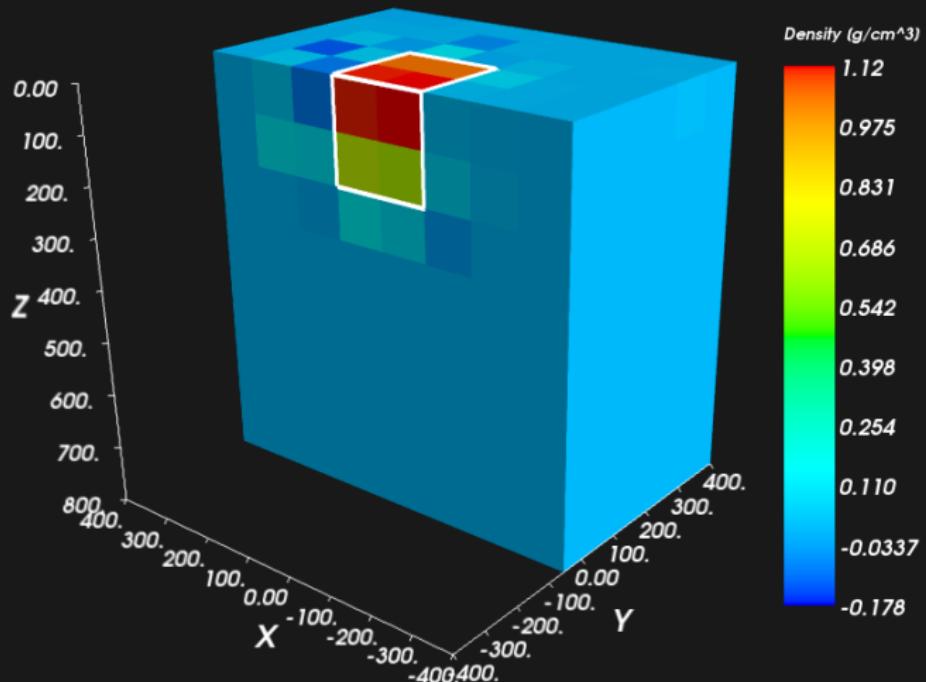
Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998): $\sigma_{max} = 0.047 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$



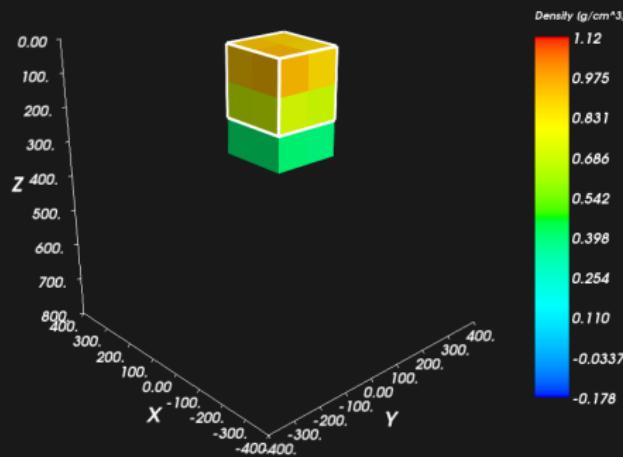
Resultados Preliminares

Last e Kubic (1983): $\sigma_{max} = 0.16 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

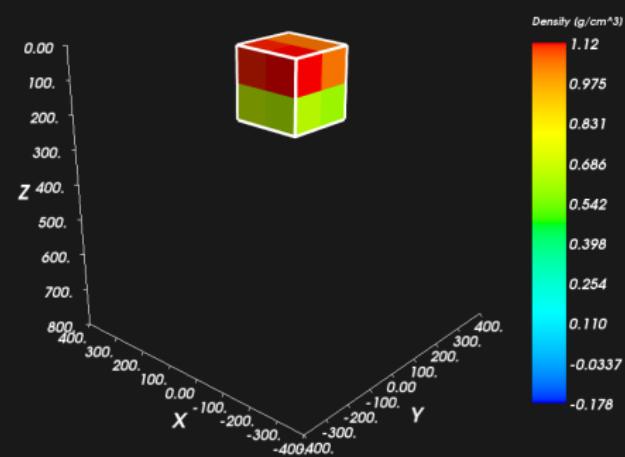


Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998)

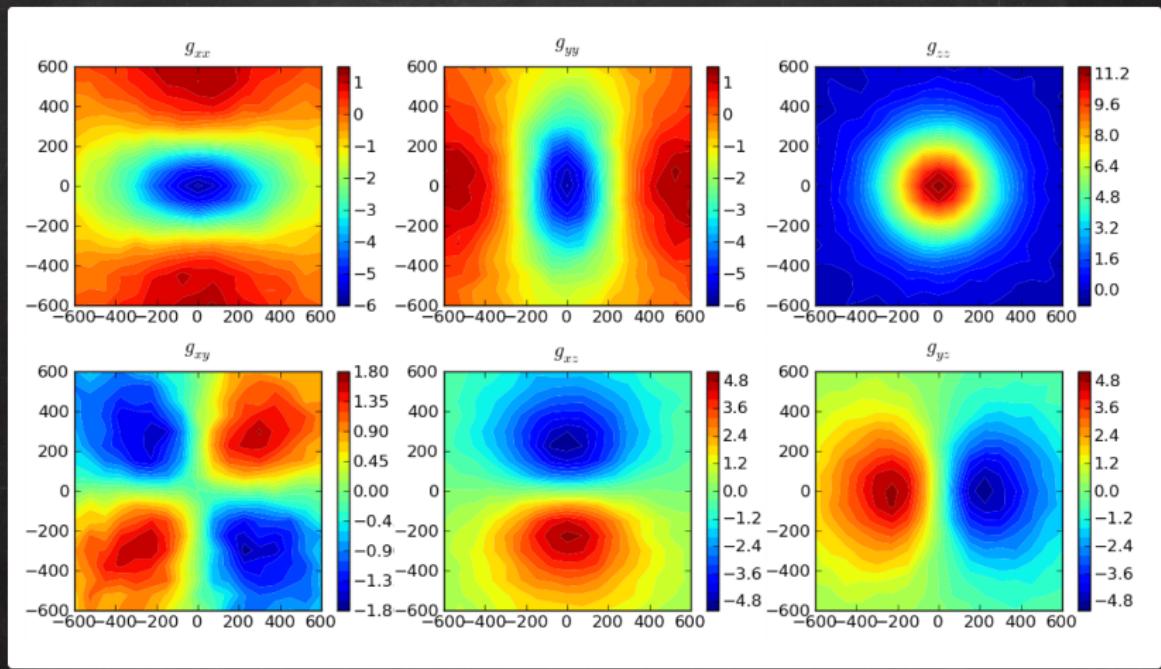


Last e Kubic (1983)



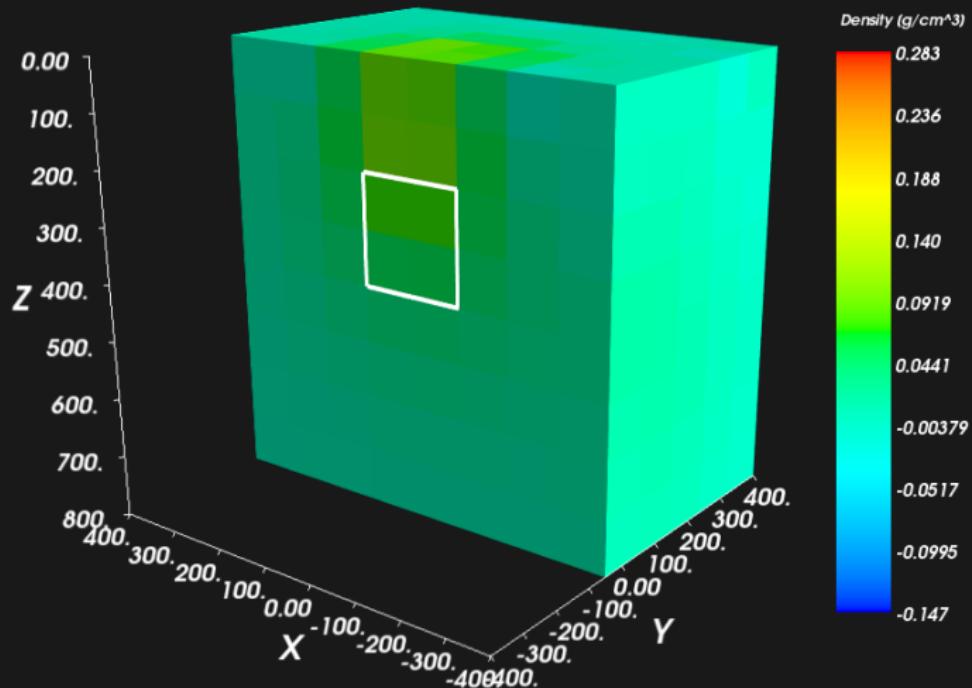
Resultados Preliminares

Profundidade = 200 m



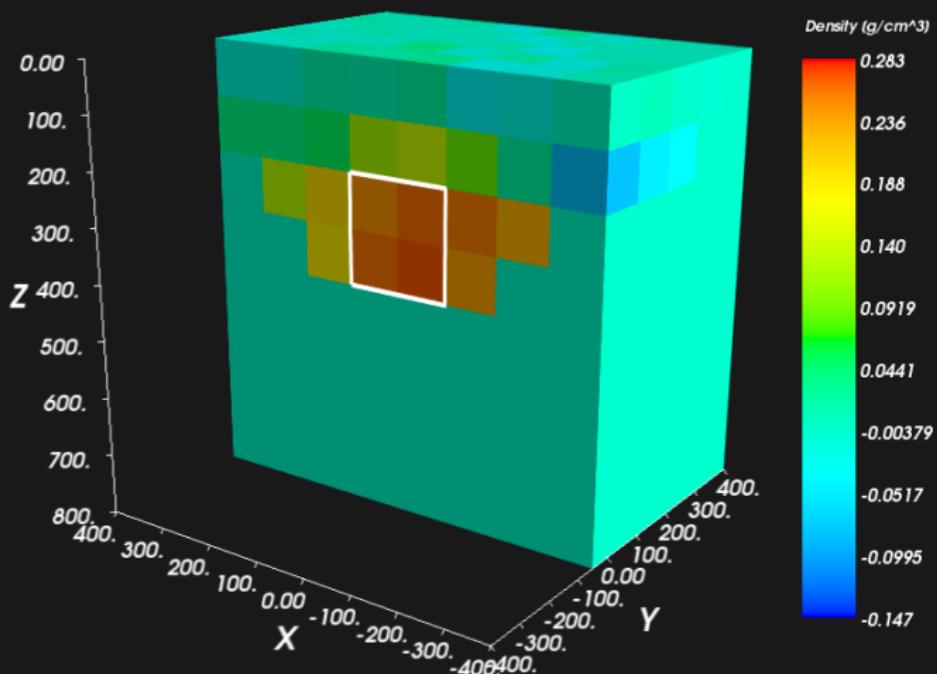
Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998): $\sigma_{max} = 0.0084 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$



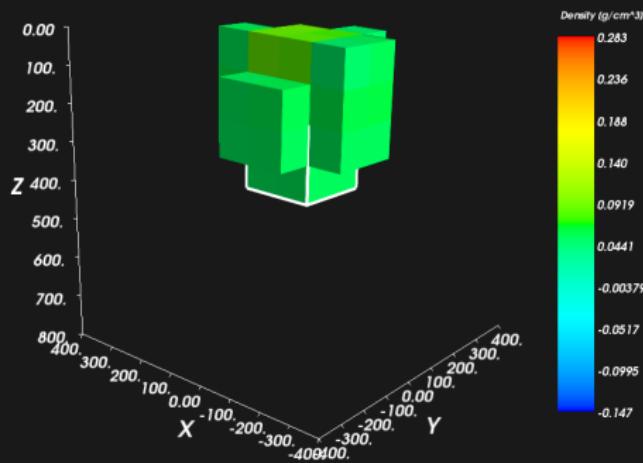
Resultados Preliminares

Last e Kubic (1983): $\sigma_{max} = 0.053 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

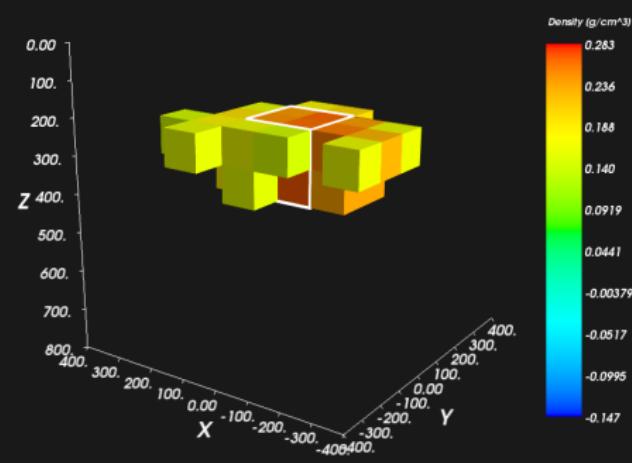


Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998)

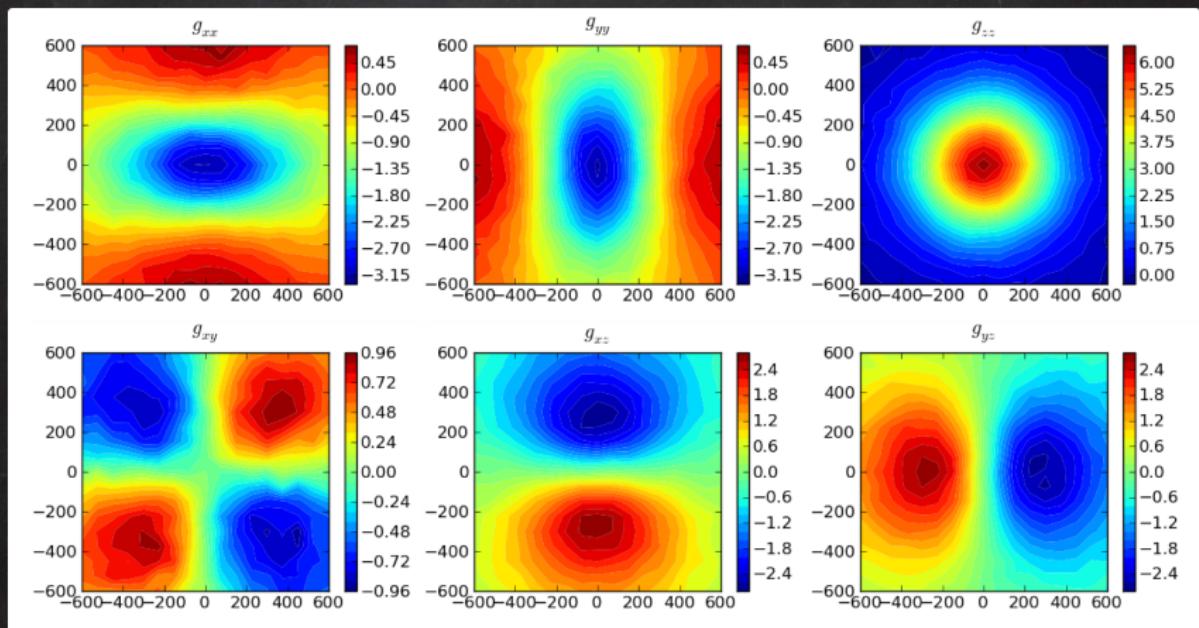


Last e Kubic (1983)



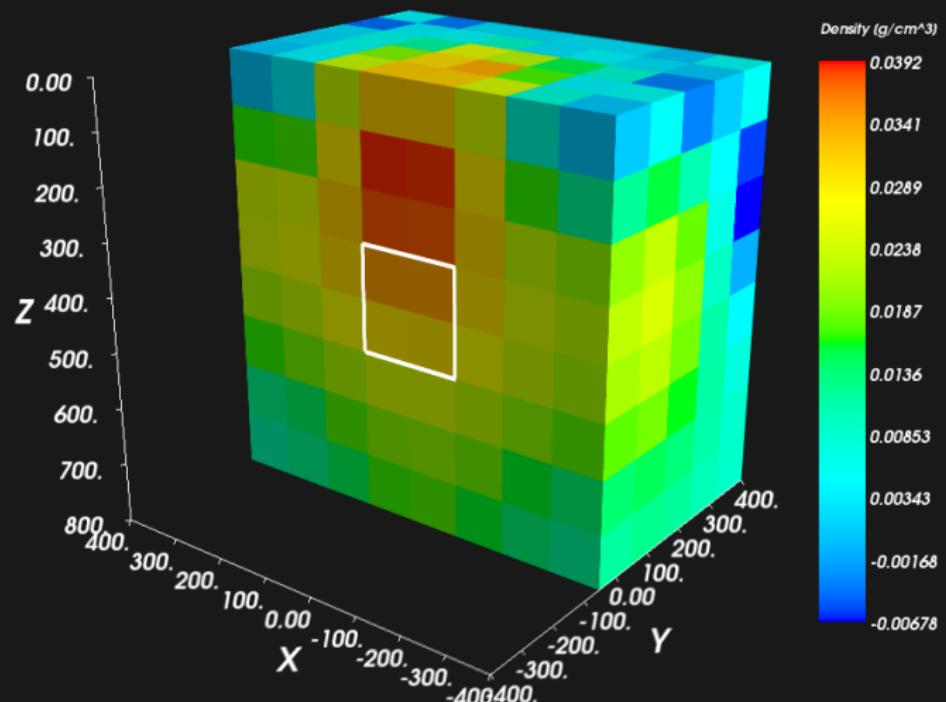
Resultados Preliminares

Profundidade = 300 m



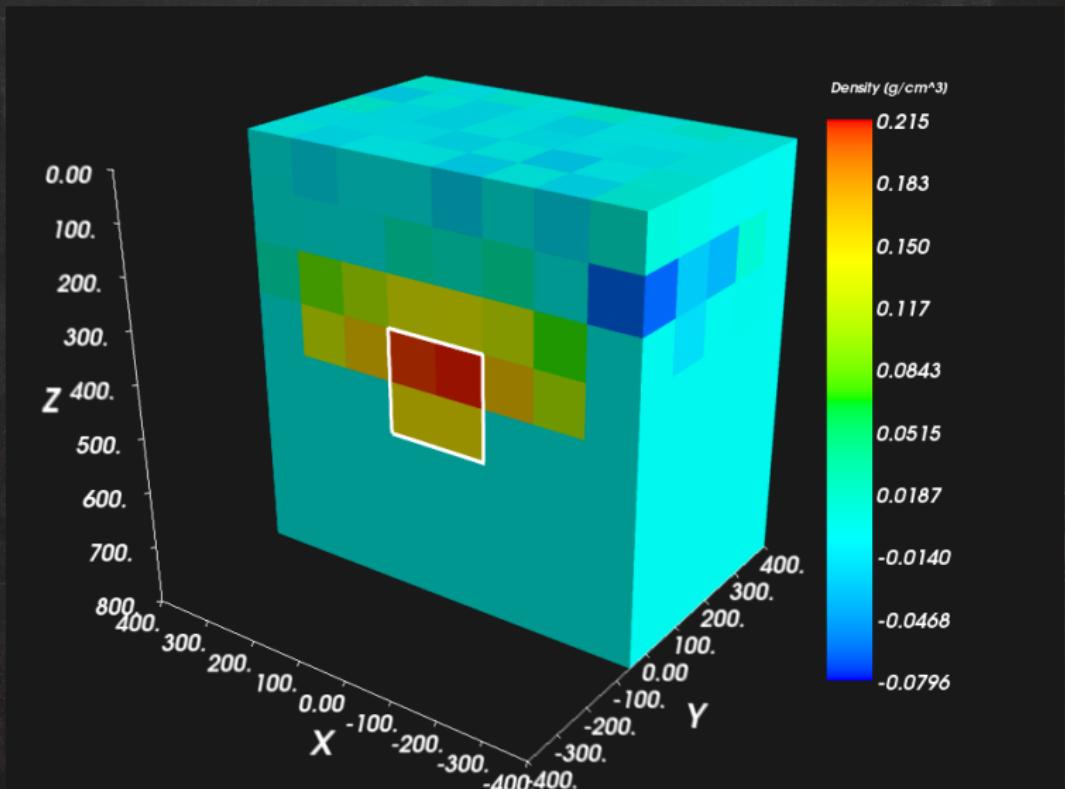
Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998): $\sigma_{max} = 0.0064 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$



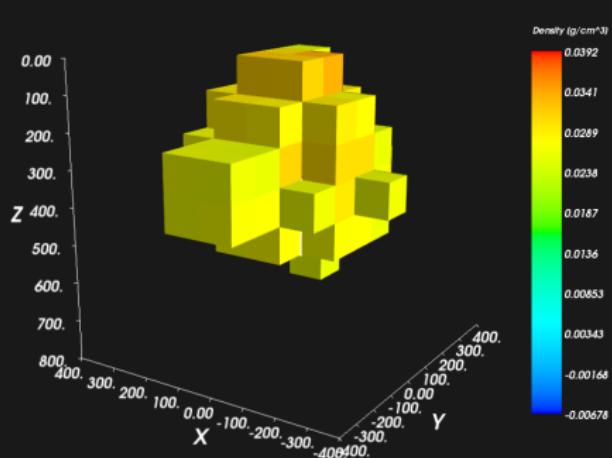
Resultados Preliminares

Last e Kubic (1983): $\sigma_{max} = 0.058 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

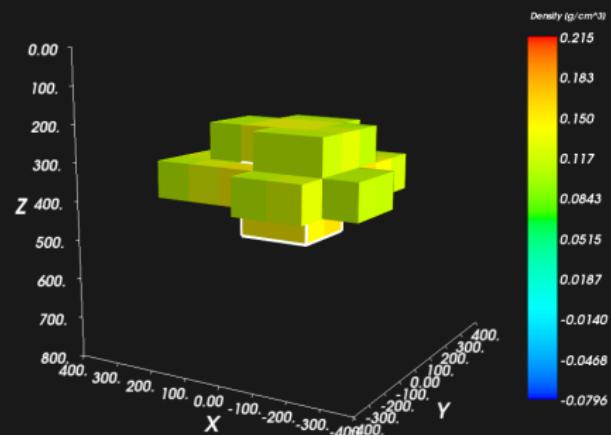


Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998)

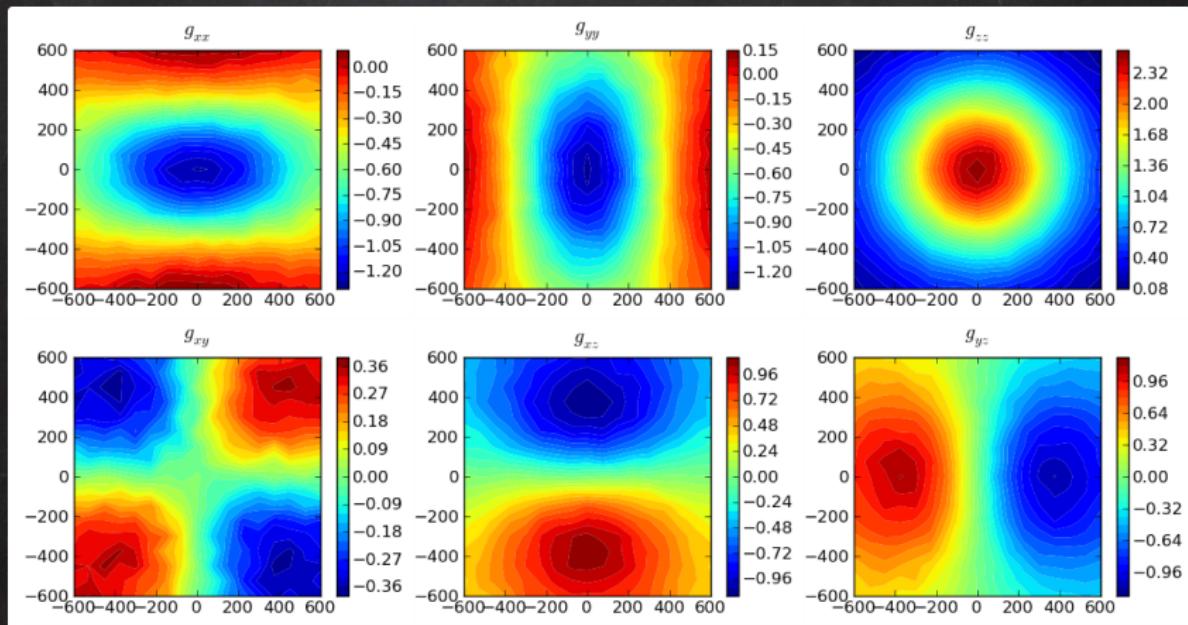


Last e Kubic (1983)



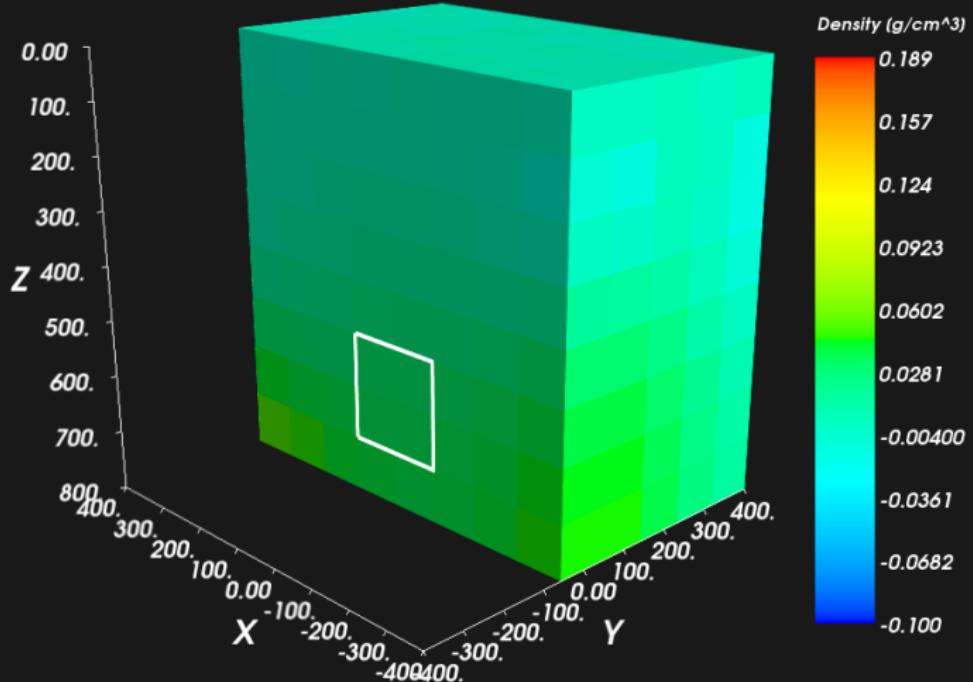
Resultados Preliminares

Profundidade = 500 m



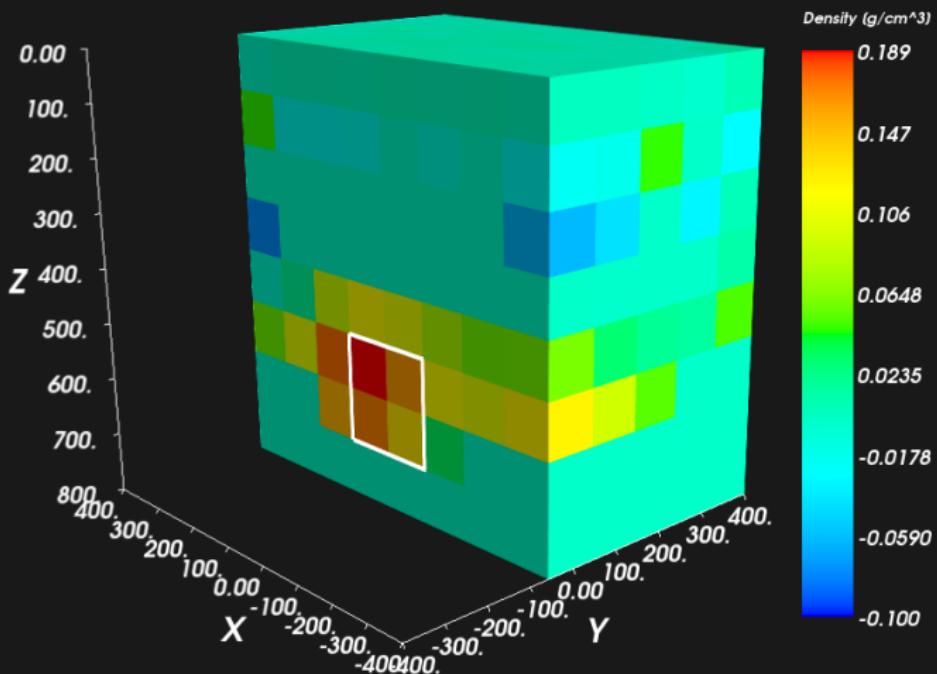
Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998): $\sigma_{max} = 0.0083 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$



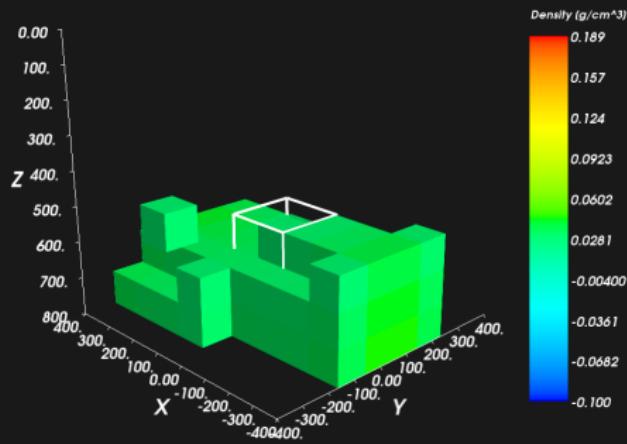
Resultados Preliminares

Last e Kubic (1983): $\sigma_{max} = 0.068 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

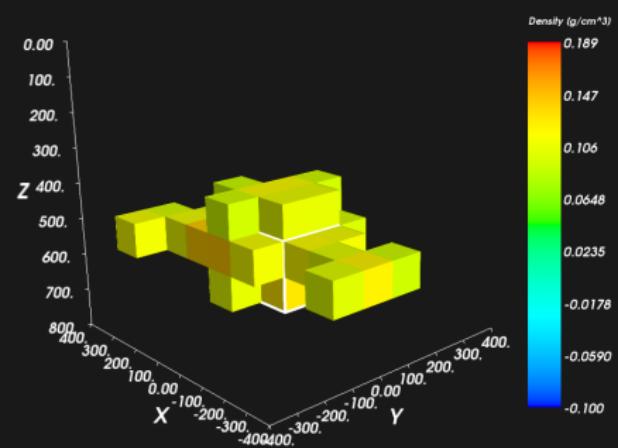


Resultados Preliminares

Li e Oldenburg (1998)



Last e Kubic (1983)



Cronograma

Cronograma

Disciplinas:

- ▶ Presente - Dezembro 2010

Dissertação:

- ▶ Presente - Julho 2011: Desenvolvimento
 - ▶ Implementar Silva Dias *et al.* (2009)
 - ▶ Aplicações
- ▶ Julho 2011 - Dezembro 2011: Escrever dissertação

Referências

- ▶ Last B. J., Kubik K., 1983. Compact gravity inversion.
Geophysics, 48 (6), pp. 713-721
- ▶ Li Y., Oldenburg D. W., 1998. 3D inversion of gravity data.
Geophysics, 63 (1), pp. 109-119
- ▶ Nagy D., Papp G., Benedek J., 2000. The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 74, pp. 552-560
- ▶ Silva Dias F. J. S., Barbosa V. C. F., Silva J. B. C., 2009. 3D gravity inversion through an adaptative learning procedure.
Geophysics, 74 (3), pp. I9-I21