

Modelagem e inversão em coordenadas esféricas na gravimetria

Estudante: Leonardo Uieda

Orientador: Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Nível: Doutorado

Período Previsto de Bolsa de Estudos: 2011 - 2015

Período a que se Refere o Relatório: 2014

Resumo

Os métodos lineares de inversão 3D na gravimetria geralmente discretizam a Terra em prismas retangulares retos homogêneos. O problema inverso consiste em estimar uma distribuição de densidade dos prismas que ajuste a anomalia da gravidade medida. No entanto, em estudos de modelagem de escala regional ou global é desejável levar em conta a curvatura da Terra. Uma abordagem para isso é discretizar a Terra em prismas esféricos, também chamados de tesseroides. Assim, métodos existentes de inversão em coordenadas Cartesianas utilizando prismas retangulares podem ser adaptados para usar tesseroides em coordenadas esféricas. Em geral, esta adaptação requer um método para calcular o efeito gravitacional de um tesseróide com precisão e um software que implemente tanto o cálculo direto quanto o método de inversão.

O potencial gravitacional e suas derivadas causados por um tesseróide não possuem soluções analíticas. Foram propostos dois métodos para a integração numérica: a Quadratura Gauss-Legendre e a expansão do integrando em série de Taylor. A Quadratura Gauss-Legendre consiste em aproximar a integral por uma soma ponderada do efeito gravitacional de N massas pontuais. Essas massas pontuais são colocadas em pontos no interior do tesseróide que correspondem a raízes de um polinômio de Legendre de grau N . O número de massas utilizadas (N) é chamado de “ordem” da quadratura. A acurácia da integração numérica depende do número de massas utilizadas e da distância do tesseróide ao ponto de observação. Quanto mais próximo estiver o ponto de observação, mais massas serão necessárias. Este comportamento pode ser justificado do ponto de vista da teoria da amostragem. É conhecido em métodos potenciais que quanto mais próximo for o ponto de observação, maior é a frequência espacial (número de onda) do campo potencial. Consequentemente, na integração numérica são necessários mais pontos para discretizar o integrando sem que ocorra falseamento.

Um método proposto na literatura para aumentar o número de massas pontuais sem aumentar a ordem da quadratura é dividir o tesseróide em tesseroides menores. O campo calculado é a soma dos campos dos tesseroides menores, que são calculados com um número fixo de massas. Esta divisão se repete para cada tesseróide menor até que ponto de observação esteja distante o suficiente em relação ao tamanho do tesseróide. Desta forma, o número de divisões, e consequentemente o número de massas pontuais, é maior nas partes do tesseróide próximas do ponto de observação. Podemos dizer que a acurácia da integração numérica depende da razão entre a distância até o ponto de observação e o tamanho do tesseróide. Trabalhos anteriores sugerem que esta razão deve ser próxima de 1 (um). Porém, atualmente não há uma análise que relacione quantitativamente a maior razão distância/tamanho permitida com o erro cometido na integração.

Neste trabalho, investigamos qual é o erro cometido na integração numérica com divisão automática dos tesseroides. Utilizamos como referência o modelo de uma casca esférica, para qual existe uma solução analítica. Esta casca é discretizada em tesseroides. Comparamos o potencial gravitacional e suas primeiras e segundas derivadas calculados a partir do modelo de tesseroides com o valor equivalente para a casca esférica. Este cálculo foi feito para diversos valores da máxima razão distância/tamanho permitida. Fizemos um gráfico do erro cometido na integração em função da razão distância/tamanho. Desta forma, determinamos qual é o valor desta razão que proporciona um erro máximo aceitável. Esta análise pode ser feita para o potencial gravitacional e suas derivadas.

Utilizamos os resultados acima para adaptar o método de inversão de “plantação de densidades” a coordenadas esféricas. Este método utiliza um algoritmo de busca sistemática para construir a solução do problema inverso. O algoritmo adiciona tesseroides em torno de um conjunto inicial de tesseroides “sementes” fornecidos pelo interprete. A solução cresce em torno das sementes até que os dados preditos pela solução ajustem os dados observados. A maior vantagem do método de plantação é sua eficiência computacional. O algoritmo não requer a solução de sistemas lineares e a matriz de sensibilidade pode ser calculada de forma eficiente. Realizamos testes com dados sintéticos tanto da anomalia da gravidade como do tensor gradiente da gravidade.

A modelagem direta com tesseroides e a inversão por algoritmo de plantação foram implementadas no software livre Fatiando a Terra (www.fatiando.org). Recentemente, desenvolvemos um novo módulo chamado `fatiando.inversion`. Este módulo automatiza grande parte da criação de um problema inverso. Para implementar um problema novo, o usuário necessita somente desenvolver a solução do problema direto e a criação da matriz de sensibilidade. Uma vez feitas essas duas etapas, o usuário tem acesso automático a diversos métodos de otimização e regularização. As rotinas de modelagem direta implementadas no Fatiando a Terra podem ser reutilizadas para desenvolver novos métodos de inversão e adaptar métodos existentes a novas parametrizações.

Em conclusão, determinamos um valor ideal para a razão entre a distância ao ponto observação e o tamanho de um tesseróide através da comparação com o efeito de uma casca esférica. Esta razão é utilizada em um algoritmo de divisão automática dos tesseroides para garantir que o erro na integração numérica seja menor que um valor estabelecido. Observamos que o valor ideal para a razão distância/tamanho é diferente para o potencial e suas derivadas segundas. Esses resultados foram utilizados na adaptação para coordenadas esféricas do método de inversão por plantação de densidades. Esta adaptação foi testada em dados sintéticos que simulam diferentes ambientes geológicos. Para a aplicação em dados reais, serão utilizados dados de modelos geopotenciais. Também investigaremos a utilização dos dados de gravimetria da gravidade fornecidos pelo satélite GOCE. O código para gerar este resumo e a apresentação que o acompanha está disponível em <https://github.com/leouieda/seminario-on-2014>.

Palavras-Chave: Inversão. Gravimetria. Coordenadas esféricas. Tesseróide.