

# Utilização de tesseróides na modelagem de dados de gradiometria gravimétrica

Leonardo Uieda

Carla Braitenberg (Universidade de Trieste, Itália) – Orientadora

Naomi Ussami – Orientadora

## Introdução

A futura missão GOCE (**G**ravity field and steady-state **O**cean **C**irculation **E**xplorer) medirá o tensor gradiente da gravidade (TGG) a uma altitude de órbita de 250 km. Para modelar estes dados levando em conta a curvatura da Terra é necessário utilizar coordenadas esféricas. A modelagem direta do TGG em coordenadas esféricas pode ser feita discretizando a Terra em tesseróides (Figura 1). Como não existem soluções analíticas para as integrais que descrevem o TGG de um tesseróide é necessário utilizar métodos numéricos de integração.

## Quadratura Gauss-Legendre

Neste trabalho optou-se pelo uso da Quadratura Gauss-Legendre (QGL) pois, para esta aplicação, apresenta melhor relação precisão/velocidade que outros métodos propostos (WILD-PFEIFFER, 2008). As técnicas de quadratura de Gauss consistem em: (1) discretizar o integrando em pontos (nós) definidos pelas raízes de polinômios ortogonais; (2) realizar uma interpolação de Hermite com estes pontos; (3) integrar a função interpolada. Estas etapas transformam a integração em uma somatória. Na QGL os polinômios utilizados são os de Legendre.

## Estabilidade e precisão do método

Os parâmetros que controlam a estabilidade da QGL são a sua ordem e o grau de suavidade do integrando. A ordem da quadratura é o número de nós no qual o integrando é discretizado em cada dimensão (neste caso  $r$ ,  $\varphi$  e  $\lambda$ ). No entanto, não necessariamente quanto maior a ordem maior a precisão da QGL. Ku (1977) sugere que para obter a melhor precisão a distância entre os nós deve ser menor que a distância até P. Assim, é possível estimar qual ordem de QGL deve ser utilizada. Por outro lado, a QGL é mais estável quanto maior for a suavidade do integrando. No caso de campos gravitacionais, o integrando só é suave quando a distância do ponto de observação (P) ao ponto de integração (Q) é muito maior que as dimensões do corpo gerador do campo.

## Resultados

Após efetuados diversos testes observou-se que somente em alguns casos o aumento da ordem da QGL resolve o problema da instabilidade (Figura 3). Uma solução diferente encontrada foi dividir o tesseróide em tesseróides menores (Figura 4). Se as dimensões dos tesseróides forem cerca de 1/3 a 1/5 da altitude do ponto de observação o integrando será suave. Assim, a estabilidade da QGL é garantida mesmo utilizando uma ordem mais baixa. É importante notar que estes resultados são válidos para altitudes de observação da ordem de centenas de quilômetros. Para calcular o TGG imediatamente sobre um tesseróide é recomendada a aproximação por um prisma retangular (WILD-PFEIFFER, 2008).

## Conclusões

- A regra estabelecida por Ku (1977) não garante a estabilidade da QGL;
- Para estabilizar a QGL é preciso levar em conta não só a ordem da QGL mas também o tamanho relativo do tesseróide com relação à distância até P;
- Dividindo os tesseróides de um modelo em tesseróides menores é possível estabilizar a QGL;

## Agradecimentos

À SBGf (Sociedade Brasileira de Geofísica) pelo patrocínio deste trabalho e a Franziska Wild-Pfeiffer pela instrução, apoio e paciência.

## Referências

WILD-PFEIFFER, F. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. Journal of Geodesy, Online First, 2008. doi: 10.1007/s00190-008-0219-8. Disponível em: [www.springerlink.com/content/q423670215176p7q/](http://www.springerlink.com/content/q423670215176p7q/)

KU, C.C. A direct computation of gravity and magnetic anomalies caused by 2- and 3-dimensional bodies of arbitrary shape and arbitrary magnetic polarization by equivalent-point method and a simplified cubic spline. Geophysics, v. 42, p. 610-622, 1977.

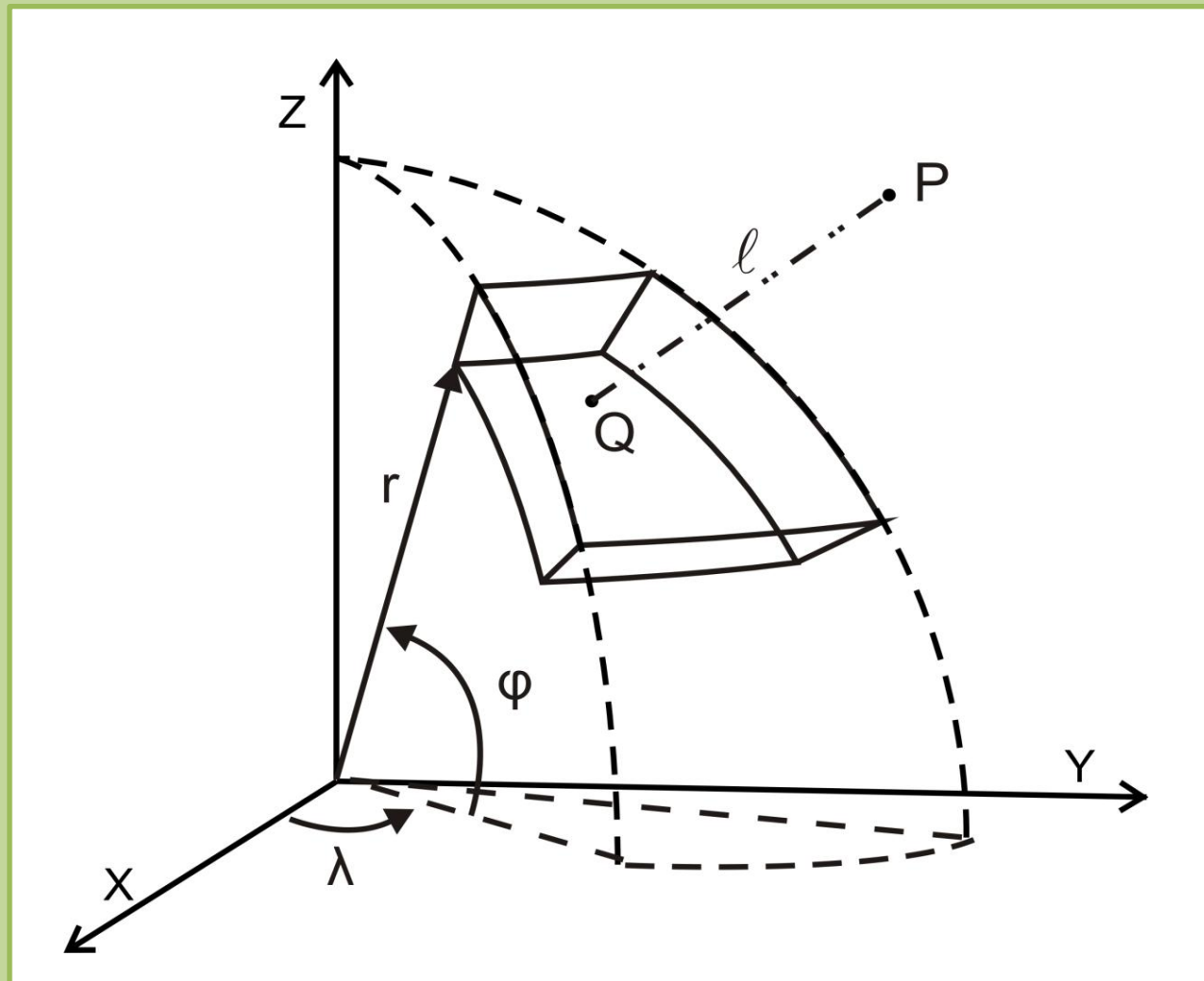


Figura 1: Representação de um tesseróide no sistema de coordenadas esféricas.

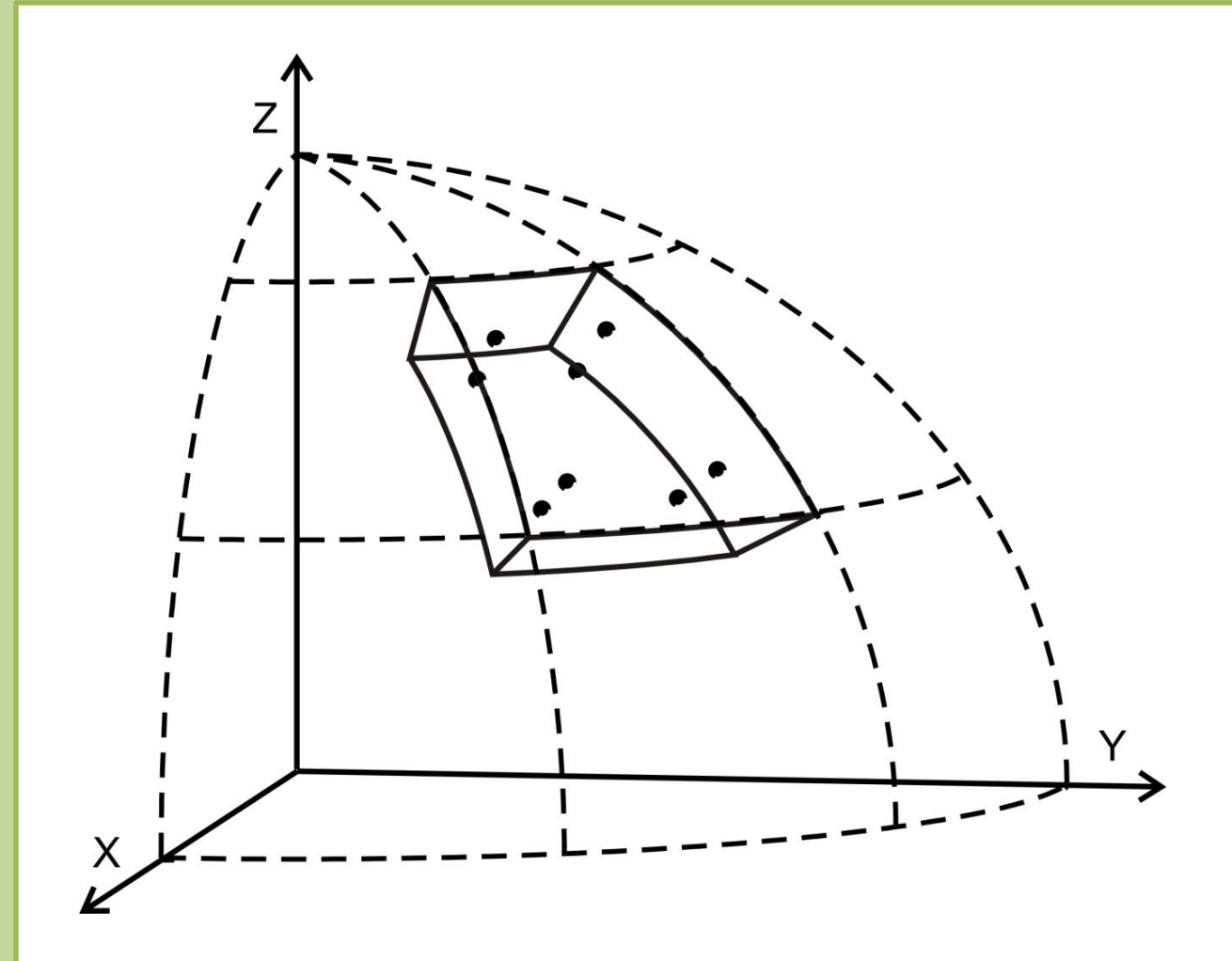


Figura 2: Exemplo da discretização de um tesseróide utilizada na QGL. A ordem utilizada foi 2x2x2.

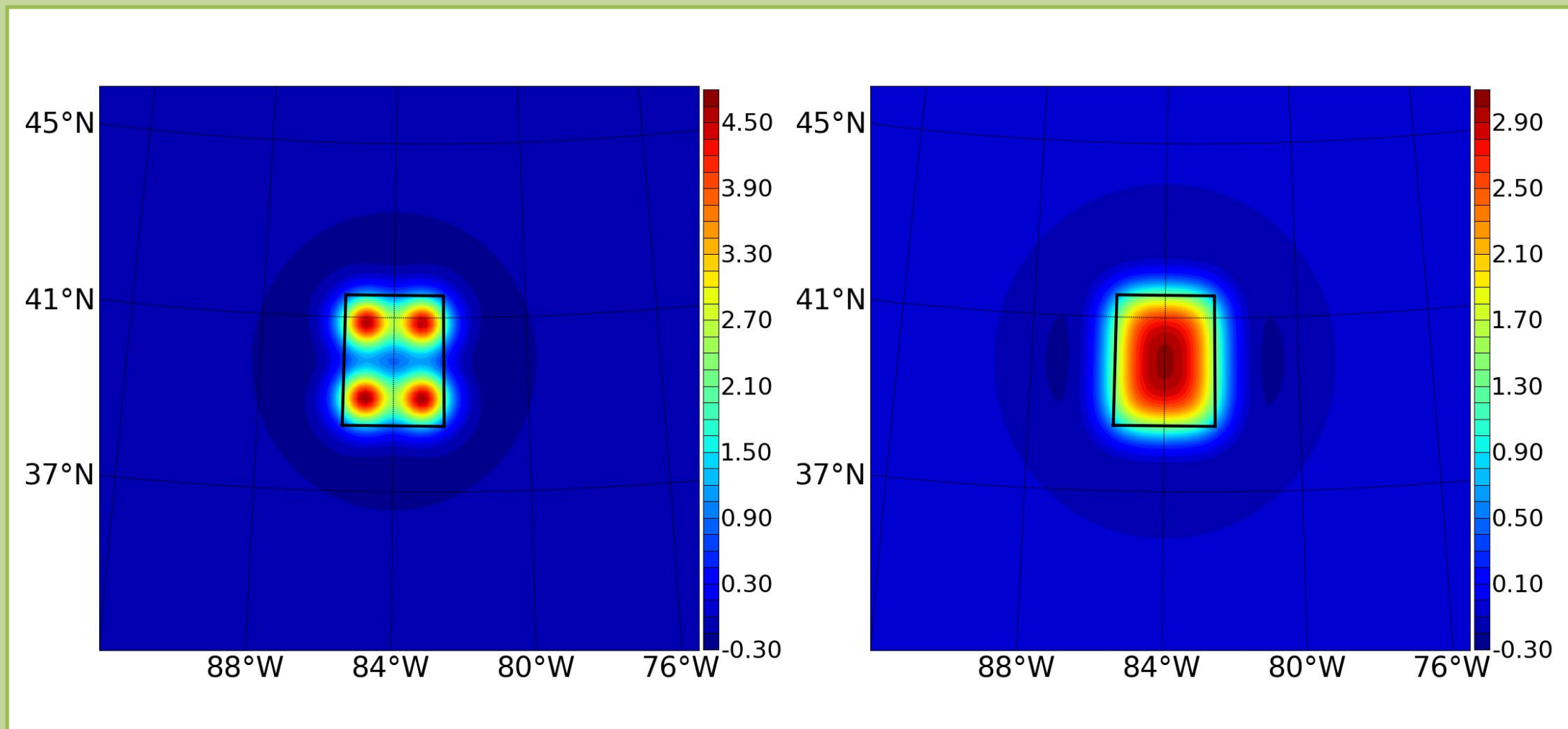


Figura 3: Exemplo de instabilidade da QGL na componente  $V_{zz}$  do TGG. Valores dados em Eötvös. Linha preta representa o tesseróide. Instabilidade removida pelo aumento da ordem. À esquerda, ordem de 2x2x2 apresenta picos sobre os nós. À direita, ordem de 8x8x2 produz um campo suave.

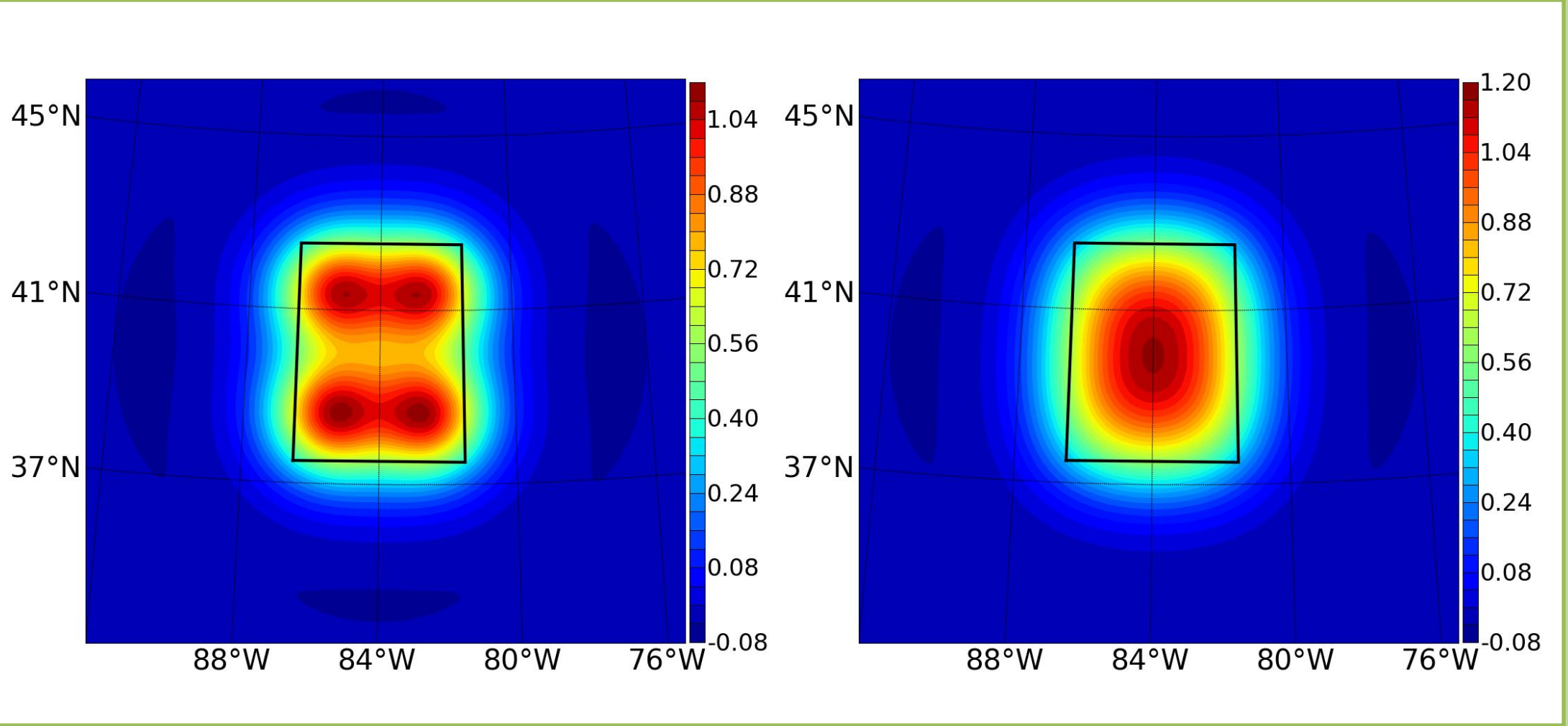


Figura 4: Exemplo de instabilidade da QGL na componente  $V_{zz}$  do TGG. Valores dados em Eötvös. Linha preta representa o tesseróide. Instabilidade removida pela divisão do tesseróide de 3x3x10km (esquerda) em tesseróides de 1x1x10km (direita).

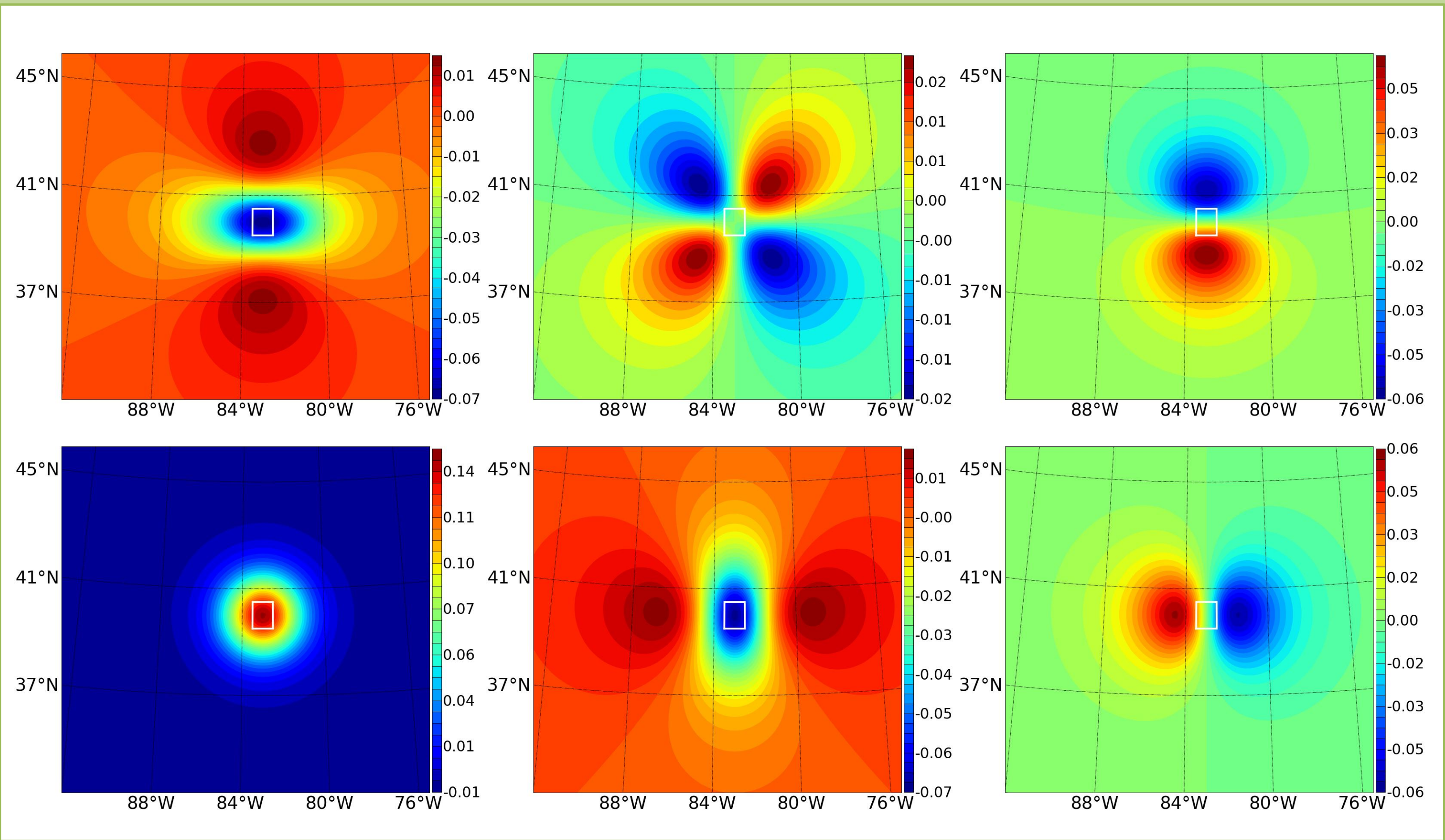


Figura 5: TGG gerado por um tesseróide de 1°x1°x10km com contraste de densidade de 0.2 g/cm³. Valores dados em Eötvös. Linha branca representa o tesseróide. Componentes  $V_{xx}$ ,  $V_{xy}$ ,  $V_{xz}$ ,  $V_{zz}$ ,  $V_{yy}$  e  $V_{yz}$  (de cima para baixo da esquerda para a direita).