

Calculs d'itinéraires : un problème de graphes

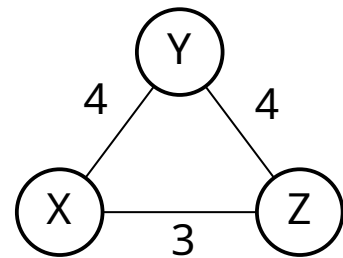
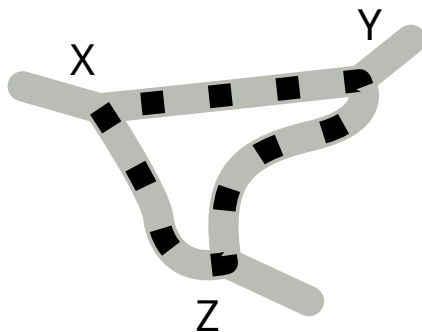
1. Passer d'une carte à un graphe

Pour calculer les itinéraires, il faut représenter le réseau routier comme un graphe :

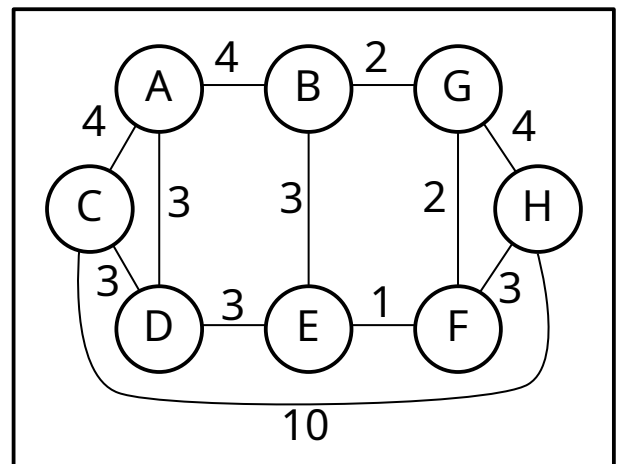
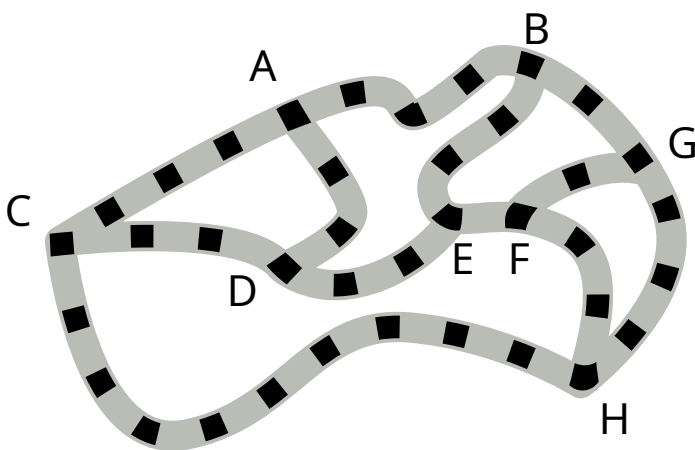
→ Chaque **route** devient une **arête**

→ Chaque **intersection** devient un **sommet**

→ On note la **longueur de la route** sur chaque arête (on appelle ce nombre le **poids**)

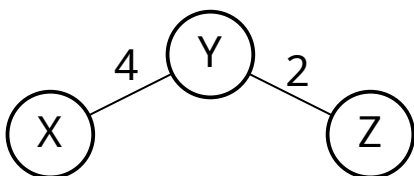


Représentez la carte suivante comme un graphe :



2. Chemins sur un graphe où les arêtes ont un poids

Maintenant que les arêtes ont des poids, la longueur d'un chemin n'est plus le nombre d'arêtes de ce chemin, mais la somme des poids des arêtes traversées :



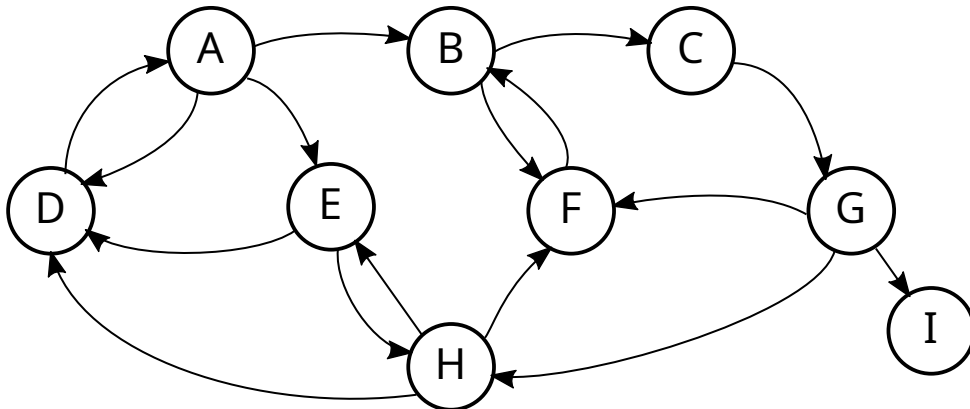
La longueur du chemin $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ est $4 + 2 = 6$

Dans le graphe que vous avez dessiné à l'exercice précédent, quel est :

La longueur de $E \rightarrow F \rightarrow G$:	3
La longueur de $C \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$:	13
Le chemin le plus court entre A et E :	$A \rightarrow D \rightarrow E$ (6)
Le chemin le plus court entre C et G :	$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ (9)
Le chemin le plus court entre C et H :	$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow H$ ou $C \rightarrow H$ (10)
Le chemin le plus court entre A et H :	$ABEFH$ ou $ABGH$ (10)

3. Sens uniques : graphes orientés



Pour représenter les routes à sens unique, on utilise un graphe orienté, c'est à dire que ses arêtes ont un sens : elles sont représentées par des flèches :



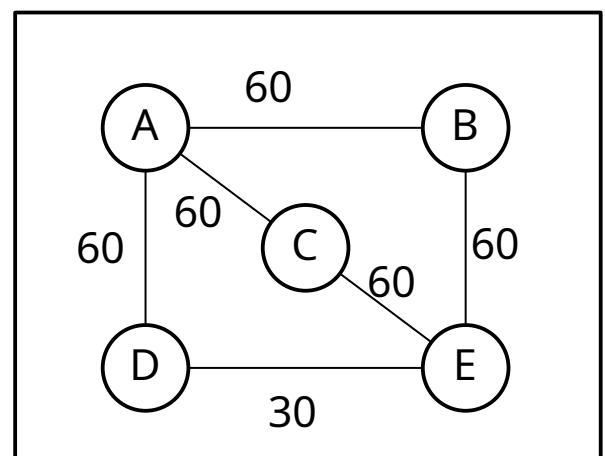
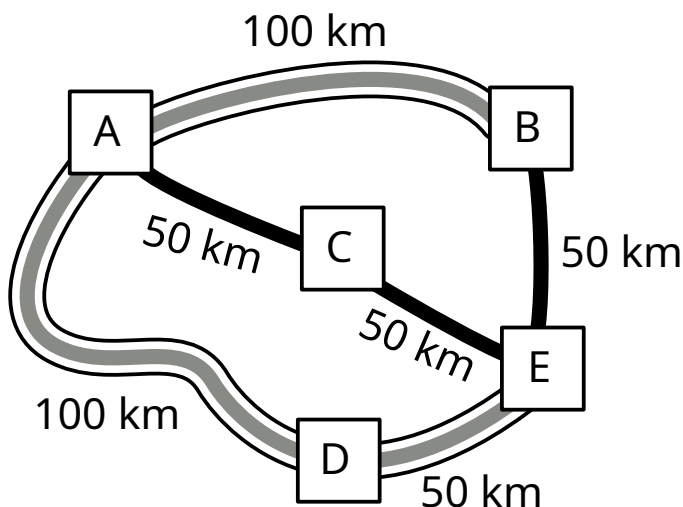
En considérant que chaque arête a le poids 1, et qu'on ne peut faire de chemin qu'en suivant le sens des flèches, quel est le plus court chemin :

De G à D :	G→H→D (2)
De D à G :	D→A→B→C→G (4)
De A à B :	A→B (1)
De B à A :	B→G→G→H→D→A (5)
De F à A :	F→B→G→G→H→D→A (5)
De I à E :	Impossible (∞)

4. Temps et distance

Prenons une carte avec plusieurs types de routes, où on peut rouler à différentes vitesses (100km/h sur les routes  et 50 km/h sur les routes )

Dessinez le graphe du réseau routier suivant en comme poids à chaque arête le temps qu'il faut pour parcourir la route (en minutes) :



Donnez le chemin le plus court (en temps) :

Entre A à E :	A→D→E (1h30)
Entre B à D :	B→E→D (1h30)