

# 基于动态稳定边界的智能车辆路径跟踪控制方法\*

张钰<sup>1</sup> 王成烨<sup>1</sup> 杜甫<sup>1,2</sup> 董明明<sup>1</sup> 秦也辰<sup>1</sup> 毛明<sup>1,2</sup>

(1. 北京理工大学机械与车辆学院 北京 100081;

2. 中国北方车辆研究所槐树岭实验室 北京 100072)

**摘要：**智能车辆路径跟踪控制是保障车辆行车安全与行驶稳定性的关键与核心。时变车速、路面条件影响车辆状态，现有路径跟踪控制方法结合较为保守的稳定性条件触发制动，维持路径跟踪过程中的车辆横向稳定性，存在着极限工况下路径跟踪性能恶化的问题。针对以上问题，结合椭圆几何模型表征车辆系统动态稳定域，构建了椭圆参数与行驶条件间的映射模型，实现车辆系统动态稳定域的显式表征，进而利用仿射变换设计优化问题所需的约束条件，提出基于动态稳定边界的智能车辆路径跟踪控制方法。基于硬件在环平台对所提方法进行了验证，结果显示，所提方法在保障行驶稳定性前提下，减少了车辆在高速、低附着条件下由于制动介入引起的车辆状态波动，并提升车辆路径跟踪精度达 25.5% 以上，同时满足实时性要求。

**关键词：**显式稳定域；稳定性约束；稳定裕度；路径跟踪控制；智能车辆

**中图分类号：**U461

## Dynamic Region of Stability Integrated Path-tracking Control for Intelligent Vehicles

ZHANG Yu<sup>1</sup> WANG Chengye<sup>1</sup> DU Fu<sup>1,2</sup> DONG Mingming<sup>1</sup> QIN Yechen<sup>1</sup> MAO Ming<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081;

2. Chinese Scholartree Ridge Laboratory, China North Vehicle Research Institute, Beijing 100072)

**Abstract:** Intelligent vehicle path tracking control is crucial for ensuring driving safety and stability. Variable speed and road conditions affect the vehicle's states, and current path tracking methods, which trigger braking based on conservative stability conditions, aim to maintain lateral stability during path tracking. However, these methods tend to degrade path tracking performance under extreme conditions. To address this issue, an elliptical geometric model was applied to represent the dynamic stability region of the vehicle system, and a mapping model between elliptical parameters and driving conditions was established, which allowed for an explicit representation of the dynamic stability region of the vehicle system. Using affine transformations, the constraints for the optimization problem were designed, resulting in a dynamic region of stability integrated path-tracking control method. Verification on a hardware-in-the-loop platform showed that the proposed method reduces vehicle states' fluctuations caused by braking interventions under high-speed, low-friction conditions, while improving path tracking accuracy by more than 25.5%, and meeting real-time requirements.

**Key words:** explicit stability region; stability constraints; stability margin; path-tracking control; intelligent vehicle

\* 国家自然科学基金(52522218, 52272386)、中国博士后科学基金(2024M764122, 2024T171128)和国家资助博士后研究人员计划(GZC20233402)资助项目。

## 0 前言

智能车辆作为车辆智能化、电动化发展的重要载体,在保障行车安全、提升行驶稳定性以及减轻驾驶负荷等方面具有显著作用。智能车辆结合系统特性、行驶环境优化协调作动输入,实现期望行驶路径的跟踪,是保障复杂环境下智能车辆行驶安全性、稳定性的核心<sup>[1]</sup>。然而,时变的行驶车速、随机的路面条件直接作用于车辆系统,使得车辆轮胎力耦合特性凸显,尤其在高速、低附着路面条件下,轮胎力的饱和导致智能车辆的行驶稳定性与路径跟踪性能面临严峻挑战<sup>[2]</sup>。因此,如何在保障行驶稳定性的前提下,进一步提升车辆路径跟踪的精度,是强化复杂环境下车辆安全性、稳定性的关键。

现有车辆装备的车身电子稳定系统(Electronic stability program, ESP)通过集成防抱死刹车系统(Anti-lock braking system, ABS)、电子刹车分配力系统(Electric brakeforce distribution, EBD),实时监测车辆运动状态,结合相应状态的触发阈值计算各车轮的制动力矩,利用差动制动保持车辆的平衡与稳定<sup>[3]</sup>。常见的触发阈值可设置为定值或者随着路面、车速变化的线性函数<sup>[4,5]</sup>。然而,结合相平面理论得到的车辆横向稳定性边界显示,车辆系统能够实现自稳定的行驶稳定域要远大于现有的固定、线性的触发阈值<sup>[6]</sup>。保守的触发条件在车辆路径跟踪过程中使得制动频繁介入,恶化路径跟踪性能的同时,引起车辆运动状态波动,并制约车辆动力学性能。因此,车辆系统行驶稳定域的准确表征及应用在维持车辆行驶稳定性、提升车辆系统的稳定裕度的同时,可有效提升路径跟踪精度。平方和规划方法(Sum-of-square programming, SOSP)被用于确定车辆系统稳定域,其通过构建李雅普诺夫函数的多项式形式,估计车辆系统的稳定域<sup>[7-8]</sup>。然而,SOSP需针对特定的行驶工况进行迭代优化,虽然可以准确表征车辆系统稳定域,但是SOSP与车速、路面条件的变化直接相关,无法应用于实时路径跟踪控制。因此,如何实时估计并应用动态车辆稳定域,是提升车辆路径跟踪精度的前提。

为实现车辆路径跟踪以及稳定性控制,现有方法可分为解耦式和集成式两类。解耦式是由路径跟踪控制器与稳定性控制器共同作用,路径跟踪控制器计算车辆的前轮转角,包括无模型反馈控制方法,如比例-积分-微分控制<sup>[9]</sup>、滑模控制<sup>[10]</sup>、模糊控制<sup>[11]</sup>等;基于几何的控制方法,如纯跟踪控制<sup>[12]</sup>;基于

模型的控制方法,如线性二次调节器<sup>[13]</sup>、模型预测控制(Model predictive control, MPC)<sup>[14]</sup>等。稳定性控制器则通过滑模观测器<sup>[15-16]</sup>、卡尔曼观测器<sup>[17]</sup>等估计车辆的附加横摆力矩,结合车辆转向特性分配车轮制动力矩。然而,在轮胎力趋于饱和的情况下,解耦式控制方法会使得路径跟踪和稳定性控制目标相互影响、制约,恶化路径跟踪性能。集成式则是基于滚动时域优化方法,结合车辆非线性轮胎力、车辆稳定性约束、作动器特性,实现前轮转角、车轮力矩在约束条件内的滚动优化,保障路径跟踪性能和行驶稳定性<sup>[18-20]</sup>。为了能够显式地表征稳定性约束,基于线性的稳定性约束条件常被集成到集成式路径跟踪控制器中,然而,较为保守的稳定性约束使得控制的稳定裕度降低,作动输入变化幅度、变化率受限,制约了车辆在低附着路面下的路径跟踪性能。因此,如何能够显式地集成动态车辆稳定域,扩大稳定裕度,并实现作动输入的凸优化求解,是提升车辆路径跟踪精度并维持行驶稳定性的关键。

针对上述问题,本文提出了基于动态稳定边界的智能车辆路径跟踪控制方法(Real-time dynamic region of stability integrated path-tracking control for intelligent vehicle, RoSiC),保障车辆在高速、低附着条件下的行驶稳定性,并提升路径跟踪精度。基于SOSP估计不同行驶条件下的车辆稳定域,利用椭圆几何模型实现近似表征,构建优化指标形成椭圆参数表达函数,建立行驶条件与椭圆参数的映射模型,显式表征车辆系统动态稳定域。RoSiC通过集成实时动态车辆稳定域、车辆横纵向动力学、运动学模型、非线性轮胎力模型、作动器特性,构建系统预测模型、约束条件与优化目标函数,在不同车速、路面条件下实现车辆前轮转角以及车轮力矩的滚动优化,提升车辆在高速、低附着条件下的路径跟踪精度,减少制动介入,并维持行驶稳定性。本文的主要创新点如下。

(1) 提出了多行驶因素下车辆系统动态稳定域的表征方法,该方法通过建立椭圆几何模型参数的表达函数,实现不同车速、路面条件下车辆系统稳定域的显式表达。

(2) 提出了集成实时动态稳定域的路径跟踪控制方法,该方法结合动态稳定域建立约束条件,在实时动态稳定边界内优化车辆作动输入,提升车辆在高速、低附着条件下的路径跟踪精度。

(3) 搭建了硬件在环测试(HiL)平台,设置不同的测试工况,验证动态稳定边界表达以及RoSiC的有效性和实时性。

## 1 车辆模型建立

### 1.1 轮胎模型

为了准确描述车辆轮胎力的联合滑移特性, 采用 LuGre 轮胎模型描述轮胎力的瞬态响应。由于 LuGre 轮胎模型结合车轮的运动状态差值描述轮胎力, 定义车辆轮胎的相对纵向速度和横向速度如下:  $v_{ij}^x = \omega_{ij} R_e - v_{ij}^w$ ,  $v_{ij}^y = v_{ij}^w s_i$ ;  $ij = fl, fr, rl, rr$  表示车辆左前、右前、左后以及右后位置,  $\omega_{ij}$ 、 $v_{ij}^w$ 、 $s_i$  和  $R_e$  分别表示各车轮的转速、轮心纵向速度、前后轮轮胎侧偏角以及轮胎有效滚动半径。各轮的横向轮胎力  $F_{ij}^y$  表示为

$$F_{ij}^y = \left( \frac{\mu g(v_r^w)}{\sqrt{\kappa_{ij}^2 v_{ij}^{x2} + v_{ij}^{y2}} + \gamma_y R_e \omega_{ij} \mu g(v_r^w) / \sigma_{0y}} + \sigma_{2y} \right) v_{ij}^w F_{ij}^z s_i \quad (1)$$

式中,  $\mu$  为路面附着系数,  $g(v_r^w)$  为摩擦瞬态方程<sup>[19]</sup>,  $v_r^w = [v_{rj}^x \ v_{rj}^y]^\top$ 。  $\gamma_y = \varpi \mu / \sigma_{0y}$ , 式中  $\varpi$  为载荷分布因子,  $\sigma_{0y}$  和  $\sigma_{2y}$  分别表示轮胎橡胶刚度和相对粘度阻尼系数。  $F_{ij}^z$  为各轮胎的垂直载荷,  $s_f$  和  $s_r$  可由下式计算

$$\begin{cases} s_f = \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_e} - \delta_f\right) \\ s_r = \arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_e}\right) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $v_e$ 、 $v_y$  和  $r$  分别表示车辆的纵向车速、横向车速和横摆角速度,  $l_f$  和  $l_r$  为车辆质心至前轴、后轴的距离,  $\delta_f$  为前轮转角。

### 1.2 车辆动力学模型

双轨车辆动力学如图 1 所示。

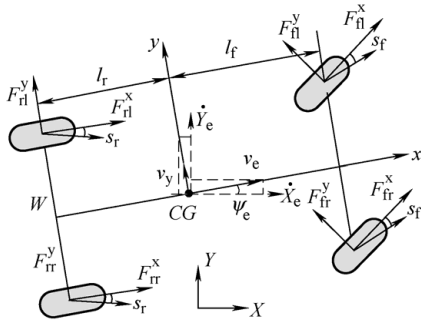


图 1 车辆动力学模型

考虑车辆转向、驱动系统的时滞特性、车辆各

轮胎横向、纵向运动状态以及车辆纵向行驶动力学, 车辆动力学模型表示为

$$\begin{cases} m\dot{v}_y = F_f^y \cos \delta_f + F_r^y + F_f^x \sin \delta_f - m v_e r \\ I_z \dot{r} = l_f F_f^y \cos \delta_f - l_r F_r^y + \frac{W}{2} (-\tilde{F}_f^y \sin \delta_f + \tilde{F}_r^x) + \\ \left( \frac{W}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f \right) F_{fr}^x + \left( -\frac{W}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f \right) F_{fr}^y \\ \dot{\delta}_f = -\frac{K_\delta}{T_\delta} \delta_f + \frac{K_\delta}{T_\delta} \delta_f^{\text{des}} \\ \dot{s}_i = \frac{\partial s_i}{\partial r} \dot{r} + \frac{\partial s_i}{\partial v_y} \dot{v}_y \\ \dot{a}_e = -\frac{1}{T_d} a_e + \frac{K_d}{T_d} \left( \frac{1}{m} \sum \frac{T_{ij}}{R_e} - g f - \frac{C_d \rho_e A_f v_e^2}{2m} \right) \\ \dot{v}_{ij}^x = \frac{T_{ij} R_e - F_{ij}^x R_e^2}{I_w} - v_{ij}^w \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $m$ 、 $I_z$  和  $W$  分别为整车整备质量、车辆绕  $z$  轴的转动惯量以及车辆轮距。  $F_{ij}^x$  为各轮的纵向轮胎力, 可利用观测器实时估计<sup>[22]</sup>。除此之外,  $F_f^y = F_{fl}^y + F_{fr}^y$ ,  $F_r^y = F_{rl}^y + F_{rr}^y$ ,  $F_f^x = F_{fl}^x + F_{fr}^x$ ,  $F_r^x = F_{rl}^x + F_{rr}^x$ ,  $\tilde{F}_f^x = F_{fr}^x - F_{fl}^x$ ,  $\tilde{F}_r^y = F_{rr}^y - F_{rl}^y$ 。

为建立  $F_{ij}^y$  与车辆横向状态间的关系, 利用一阶泰勒展开方法将  $F_{ij}^y$  在  $(\bar{s}_i, \bar{v}_{ij}^x)$  处展开为

$$F_{ij}^y = \bar{F}_{ij}^y(\bar{s}_i, \bar{v}_{ij}^x) + \frac{\partial F_{ij}^y}{\partial s_i} (s_i - \bar{s}_i) + \frac{\partial F_{ij}^y}{\partial v_{ij}^x} (v_{ij}^x - \bar{v}_{ij}^x)$$

参数  $K_\delta$ 、 $T_\delta$ 、 $K_d$  和  $T_d$  分别表示转向系统以及驱动系统时滞特性下的增益和时间常数。  $\delta_f^{\text{des}}$  为期望的前轮转角。  $a_e$ 、 $g$ 、 $f$ 、 $C_d$ 、 $\rho_e$  和  $A_f$  分别表示车辆的纵向加速度、重力加速度、路面摩擦因数、空气阻力系数、空气密度和车辆迎风面积。  $T_{ij}$  和  $I_w$  分别表示作用于各车轮的力矩与车轮转动惯量。

### 1.3 车辆全局运动学模型

将车辆质心纵向、横向速度  $v_e$  和  $v_y$  车辆在全局坐标系  $X$ - $Y$  下进行分解, 车辆运动学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{X}_e = v_e \cos \psi_e - v_y \sin \psi_e \\ \dot{Y}_e = v_e \sin \psi_e + v_y \cos \psi_e \\ \dot{\psi}_e = r \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $X_e$ 、 $Y_e$  和  $\psi_e$  分别表示车辆在全局坐标系下的纵向位置、横向位置和横摆角。

## 2 控制方法建立

RoSiC 的控制框架如图 2 所示。结合非线性轮胎力、作动系统特性构建 RoSiC 的预测模型。基于不同行驶工况下的车辆系统稳定域构建椭圆参数函数, 形成稳定域的椭圆几何表征, 利用仿射变换, 构建 RoSiC 的不等式约束, 基于滚动时域优化方法计算车轮期望前轮转角与各车轮力矩, 维持车辆行驶稳定性, 提升路径跟踪精度。

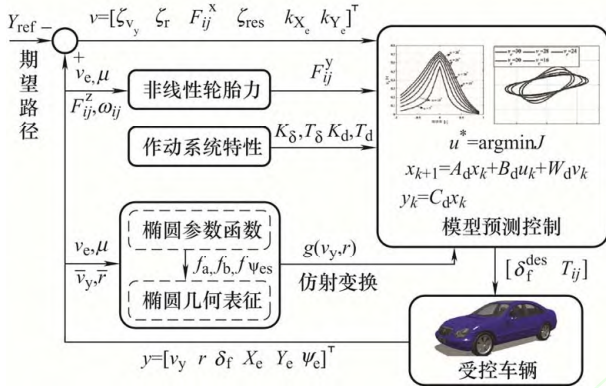


图 2 RoSiC 架构图

### 2.1 预测模型建立

根据车辆动力学模型(3)以及运动学模型(4), 利用状态空间方程表示 RoSiC 的预测模型, 表示为  $H\dot{x} = Ax + Bu + Wv, y = Cx$ 。其中, 状态变量为

$$x = [v_y \quad r \quad \delta_f \quad s_i \quad v_{rij}^x \quad X_e \quad Y_e \quad \psi_e \quad a_e]^T \quad (5)$$

控制变量为

$$u = [\delta_f^{\text{des}} \quad T_{ij} \quad \rho_v^1 \quad \rho_v^2]^T, \text{ 其中, } \rho_v^1 \text{ 和 } \rho_v^2 \text{ 为}$$

横向状态的松弛因子, 避免由于约束导致的不可解的情况。扰动变量表示为

$$v = [\zeta_{v_y} \quad \zeta_r \quad F_{ij}^x \quad k_{X_e} \quad k_{Y_e} \quad \zeta_{\text{res}}]^T, \text{ 输出变量为}$$

$y = [v_y \quad r \quad \delta_f \quad X_e \quad Y_e \quad \psi_e]^T$ 。其中, RoSiC 预测模型状态空间方程中的状态、控制、扰动和输出矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial s_f}{\partial v_y} & -\frac{\partial s_f}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial s_r}{\partial v_y} & -\frac{\partial s_r}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{8 \times 3} & 0_{8 \times 2} & I_{8 \times 8} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0_{3 \times 2} & A_{14} & 0_{3 \times 4} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 4} \\ 0 & 0 & -K_{\delta} / T_{\delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{6 \times 3} & 0_{2 \times 10} & 0_{4 \times 8} & -I_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \\ k_{v_y}^x & 0 & 0 & & & \\ k_{v_y}^y & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & \\ 0_{1 \times 3} & & & & A_5 & \end{bmatrix}$$

$$\text{令 } \lambda_{ij}^s = \frac{\partial F_{ij}^y}{\partial s_i}, \quad \lambda_{ij}^{v_y} = \frac{\partial F_{ij}^y}{\partial v_y}, \quad \sin := s, \quad \cos := c,$$

并利用一阶泰勒展开方法将(4)在  $(v_{y0}, \psi_{e0})$  处展开, 则

$$A_{11} = \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s}{v_e} \right) c \delta_f - \frac{\lambda_{\eta}^s}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s}{v_e}$$

$$A_{12} = \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s l_f}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s l_f}{v_e} \right) c \delta_f + \frac{\lambda_{\eta}^s l_r}{v_e} + \frac{\lambda_{\pi}^s l_r}{v_e} - mrv_e$$

$$A_{21} A_{21} = \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s}{v_e} \right) l_f c \delta_f - \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s}{v_e} \right) l_r + \frac{W}{2} \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s}{v_e} + \frac{\lambda_{\pi}^s}{v_e} \right) s \delta_f$$

$$A_{13} = c \delta_f (\lambda_{\eta}^s + \lambda_{\pi}^s)$$

$$A_{22} = \left( -\frac{\lambda_{\eta}^s l_f}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s l_f}{v_e} \right) l_f c \delta_f - l_r \left( \frac{\lambda_{\eta}^s l_r}{v_e} + \frac{\lambda_{\pi}^s l_r}{v_e} \right) + \left( \frac{\lambda_{\eta}^s l_f}{v_e} - \frac{\lambda_{\pi}^s l_f}{v_e} \right) \frac{W}{2} s \delta_f$$

$$A_{23} = l_f c \delta_f (\tau_{\eta}^s + \tau_{\pi}^s) + \frac{W}{2} (\tau_{\eta}^s - \tau_{\pi}^s) s \delta_f$$

$$A_{14} = \begin{bmatrix} \lambda_{\eta}^{v_y} c \delta_f & \lambda_{\pi}^{v_y} c \delta_f & \lambda_{\eta}^{v_y} & \lambda_{\pi}^{v_y} \\ l_f \lambda_{\eta}^{v_y} c \delta_f + \frac{W}{2} \lambda_{\eta}^{v_y} s \delta_f & l_f \lambda_{\pi}^{v_y} c \delta_f - \frac{W}{2} \lambda_{\pi}^{v_y} s \delta_f & -l_r \lambda_{\eta}^{v_y} & -l_r \lambda_{\pi}^{v_y} \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} k_{\psi_e}^x & & & \\ k_{\psi_e}^y & 0_{3 \times 1} & & \\ 0 & & & \\ 0 & -1/T_d & & \end{bmatrix}$$

$$k_{v_y}^x = -s \psi_{e0} \quad k_{v_y}^y = c \psi_{e0} \quad k_{\psi_e}^x = -v_e s \psi_{e0} - v_{y0} c \psi_{e0}$$



$$k_{\psi_e}^y = v_e c \psi_{e0} - v_{y0} s \psi_{e0}$$

$$B = [0_{2 \times 7} \quad B_1 \quad 0_{3 \times 7} \quad B_2]^\top$$

$$B_1 = \left[ \text{diag} \left( \frac{K_\delta}{T_\delta}, 0, 0, \frac{R_e}{I_w}, \frac{R_e}{I_w}, \frac{R_e}{I_w}, \frac{R_e}{I_w} \right) \quad 0_{1 \times 2} \right]$$

$$B_2 = \left[ 0 \quad \frac{K_d}{m T_d R_e} \quad \frac{K_d}{m T_d R_e} \quad \frac{K_d}{m T_d R_e} \quad \frac{K_d}{m T_d R_e} \quad 0_{1 \times 2} \right]$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{6 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 6} \end{bmatrix}^\top \quad W = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{5 \times 4} \\ W_1 \\ 0_{11 \times 2} & W_2 \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} -R_e^2 / I_w \times I_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} \text{diag}(1, 1) & 0_{3 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\zeta_{v_y} = \left( \bar{F}_{\text{fl}}^y + \bar{F}_{\text{fr}}^y - \lambda_{\text{fl}}^s \bar{s}_f - \lambda_{\text{fl}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fl}}^x - \lambda_{\text{fr}}^s \bar{s}_f - \lambda_{\text{fr}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fr}}^x \right) c \delta_f +$$

$$\left( \bar{F}_{\text{rl}}^y + \bar{F}_{\text{rr}}^y - \lambda_{\text{rl}}^s \bar{s}_r - \lambda_{\text{rl}}^{v_y} \bar{v}_{\text{rl}}^x - \lambda_{\text{rr}}^s \bar{s}_r - \lambda_{\text{rr}}^{v_y} \bar{v}_{\text{rr}}^x \right)$$

$$\zeta_r = \left( \bar{F}_{\text{fl}}^y + \bar{F}_{\text{fr}}^y - \lambda_{\text{fl}}^s \bar{s}_f - \lambda_{\text{fl}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fl}}^x - \lambda_{\text{fr}}^s \bar{s}_f - \lambda_{\text{fr}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fr}}^x \right) l_f c \delta_f -$$

$$\left( \bar{F}_{\text{rl}}^y + \bar{F}_{\text{rr}}^y - \lambda_{\text{rl}}^s \bar{s}_r - \lambda_{\text{rl}}^{v_y} \bar{v}_{\text{rl}}^x - \lambda_{\text{rr}}^s \bar{s}_r - \lambda_{\text{rr}}^{v_y} \bar{v}_{\text{rr}}^x \right) l_r +$$

$$\left( \bar{F}_{\text{fl}}^y - \bar{F}_{\text{fr}}^y - \lambda_{\text{fl}}^s \bar{s}_f - \lambda_{\text{fl}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fl}}^x + \lambda_{\text{fr}}^s \bar{s}_f + \lambda_{\text{fr}}^{v_y} \bar{v}_{\text{fr}}^x \right) \frac{W}{2} s \delta_f$$

$$k_{X_e} = (v_e s \psi_{e0} + v_{y0} c \psi_{e0}) \psi_{e0} + v_e c \psi_{e0}$$

$$k_{Y_e} = (-v_e c \psi_{e0} + v_{y0} s \psi_{e0}) \psi_{e0} + v_e s \psi_{e0}$$

$$\zeta_{\text{res}} = \frac{K_d}{T_d} \left( -g f - \frac{1}{2m} C_d \rho A v_e^2 \right)$$

利用零阶保持器离散预测模型，表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k + \mathbf{W}_d \mathbf{v}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}_d \mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (6)$$

式中， $\mathbf{A}_d = e^{A t_p}$ ， $\mathbf{B}_d = \int_0^{t_p} e^{A \tau} \mathbf{B} d\tau$ ， $\mathbf{W}_d = \int_0^{t_p} e^{A \tau} \mathbf{W} d\tau$ ，

$\mathbf{C}_d = \mathbf{C}$ ，其中  $t_p$  为离散时间步长。

## 2.2 实时动态边界生成

### 2.2.1 车辆系统失稳边界计算

在非线性系统吸引域内，状态点无论距离平衡点多远，最终在有限时间内将会收敛至平衡点。这一概念被用于车辆系统稳定域估计，在车辆系统稳定域内，车辆在不同的初始状态下，如果最终在有限时间内收敛至平衡点，则不会发生失稳<sup>[6]</sup>。

车辆系统稳定域可由 SOSp 估计，通过迭代求解平方和多项式函数  $\varphi_1(x)$ 、 $\varphi_2(x)$ ，半正定函数  $q_1(x)$ 、 $q_2(x)$ ，李雅普诺夫函数  $V(x)$  的上边界  $\gamma$  以及给定的形状函数  $s(x)$  的上边界  $\beta$ ，获取  $V(x)$ ，确定车辆系统稳定域。具体步骤如算法如表 1 所示。

表 1 算法 1：车辆系统稳定域计算方法

输入：车辆参数， $v_e$ ， $\mu$

输出： $\Omega_{V,\gamma}$

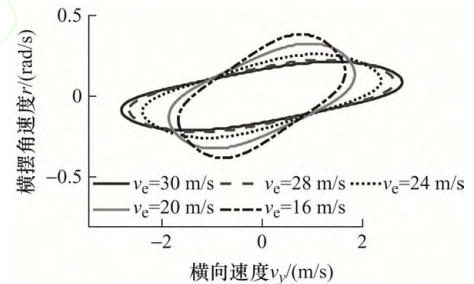
初始化： $V(x)$ ， $i=j=k=1$

```

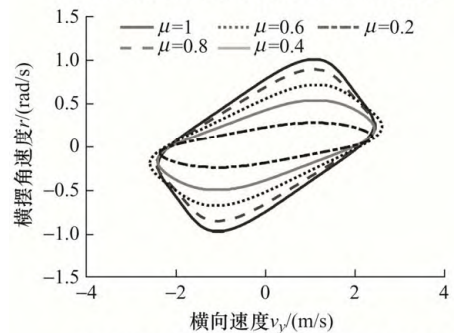
1: while  $\gamma_i - \gamma_{i-1} > \varepsilon_\gamma$ 
2:    $\exists q_{2,i}(x) \in \sum[x]$ 
3:    $-\nabla_x V(x) \dot{x} - \varphi_2(x) + q_{2,i}(x)(V(x) - \gamma_i) \in \sum[x]$ 
4:    $i=i+1$ 
5: end
6: 保持  $V(x)$ ， $q_2(x)$ ， $\gamma$ 
7: while  $\beta_j - \beta_{j-1} > \varepsilon_\beta$ 
8:    $\exists q_{2,j}(x) \in \sum[x]$ 
9:    $q_{1,j}(x)(s(x) - \beta_j) - (V(x) - \gamma) \in \sum[x]$ 
10:   $j=j+1$ 
11: end
12: 保持  $q_1(x)$ ， $q_2(x)$ ， $\gamma$ ， $\beta$ 
13: while  $\nexists V(x)$ 
14:    $V_k(x) - \varphi_1 \in \sum[x]$ 
15:    $q_1(x)(s(x) - \beta) - (V_k(x) - \gamma) \in \sum[x]$ 
16:    $-\nabla_x V(x) \dot{x} - \varphi_2(x) + q_2(x)(V_k(x) - \gamma) \in \sum[x]$ 
17:    $k=k+1$ 
18: end
19:  $\Omega_{V,\gamma} = \{V \leq \gamma\}$ 
20: return  $\Omega_{V,\gamma}$ 

```

结合算法 1(表 1)，选取 4 阶  $V(x)$ ，车辆在不同车速、路面附着系数下的稳定域如图 3 所示。



(a) 不同车速下车辆系统稳定域估计结果



(b) 不同附着系数车辆系统稳定域估计结果

图 3 车辆系统稳定域估计结果

在固定的路面附着系数下，随着速度的增加，车辆稳定域的旋转角度逐渐减小，并且  $r$  的边界逐渐缩小， $v_y$  的边界逐渐扩张，逐渐近似椭圆几何。在固定的纵向车速下，随着附着系数的减小，车辆稳定域的

旋转角度逐渐减小,  $r$  的边界逐渐缩小,  $v_y$  的边界也逐渐变小, 但是变化率较低, 在高速、低附着条件下, 车辆系统的稳定域逐渐近似椭圆几何。因此, 将利用椭圆几何模型对车辆系统稳定域进行表征。

### 2.2.2 基于椭圆几何函数的边界生成

如图 4 所示, 椭圆几何模型的边界坐标  $(x_e, y_e)$  由长半轴  $a$ 、短半轴  $b$  以及旋转角度  $\psi_{es}$  表征。

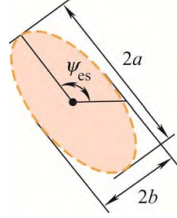


图 4 椭圆几何模型

椭圆几何边界坐标表示为

$$\left( \frac{\cos^2 \psi_{es}}{a^2} + \frac{\sin^2 \psi_{es}}{b^2} \right) x_e^2 + 2 \cos \psi_{es} \sin \psi_{es} \times \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) x_e y_e^2 + \left( \frac{\cos^2 \psi_{es}}{a^2} + \frac{\sin^2 \psi_{es}}{b^2} \right) y_e^2 = 1 \quad (7)$$

结合车辆系统在不同车速以及路面附着系数下的稳定域辨识结果, 利用椭圆几何实现稳定域的表征, 通过椭圆参数的迭代, 实现椭圆几何的面积与稳定域面积比的最大化, 从而获取不同行驶条件下的椭圆参数, 定义面积比为

$$R_A = \frac{\text{area}(\Omega_{V,\gamma})}{\text{area}(\Omega_{V,\gamma})} \quad (8)$$

式中,  $\text{area}(\cdot)$  表示闭合曲线的面积。基于车辆稳定域的椭圆参数辨识方法如算法 2(表 2)所示, 其中  $\text{vpa}(\cdot, 2)$  表示计算精度为 0.01。

表 2 算法 2: 基于车辆稳定域的椭圆参数辨识方法

输入:	车辆参数, $v_c, \mu$
输出:	$a, b, \psi_{es}$
1:	$[\gamma, \beta, V, q, \phi] \leftarrow \text{SOSP}(m, I_z, v_c, \mu, r, v_y)$
2:	$[a_{\max}, b_{\max}] \leftarrow \Omega_{V,\gamma} = \{V \leq \gamma\}$
3:	<b>for</b> $i = \text{vpa}(2a_{\max}/3, 2): 0.01: a_{\max}$
4:	<b>for</b> $j = \text{vpa}(2b_{\max}/3, 2): 0.01: b_{\max}$
5:	<b>for</b> $k = 0: 0.01: 2\pi$
6:	$R_A^{(i,j,k)} \leftarrow \text{area}(7) \big _{i,j,k}$
7:	<b>end</b>
8:	<b>end</b>
9:	<b>end</b>
10:	$[i,j,k] \leftarrow \max R_A^{(i,j,k)} \subset \{R_A^{(i,j,k)} \leq \text{area}(\Omega_{V,\gamma})\}$
11:	$a = j; b = k; \psi_{es} = l;$
12:	<b>return</b> $a, b, \psi_{es}$

在获得不同行驶条件下的椭圆参数后, 利用多项式拟合的方法建立车速以及路面附着系数与椭圆

参数的映射关系, 表示为

$$f_q(v_c, \mu) = w_{ij} v_c^i \mu^j \quad i+j \leq 4 \quad q \in \{a, b, \psi_{es}\} \quad (9)$$

式中,  $w_{ij}$  为多项式系数。因此, 椭圆参数将分别由  $f_a$ 、 $f_b$ 、 $f_{\psi_{es}}$  表示。车辆参数如表 1 所示, 基于辨识的多项式系数, 椭圆参数与行驶条件间的映射关系如图 5 所示, 其中圆圈表示椭圆参数辨识结果。

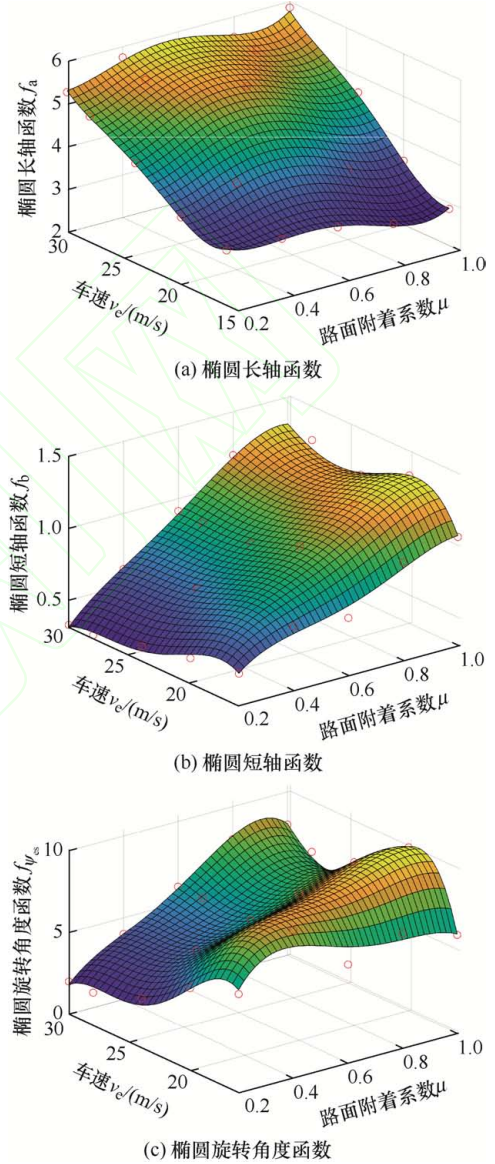


图 5 椭圆参数与多行驶因素映射模型

不同行驶条件下, 基于式(8)计算椭圆几何模型在车辆系统稳定域表征方面的精度, 结果如图 6 所示。

随着速度增大以及路面附着系数降低, 车辆系统稳定域近似于椭圆, 使得面积比逐渐增大, 在  $\mu=0.2$  时, 面积比为 93% 以上; 随着路面附着系数增大, 面积占比逐渐降低, 然而, 最小面积比大于 75%。所提出的椭圆几何及其辨识参数对于车辆系

统稳定域表征结果将在第 3.2 节讨论。

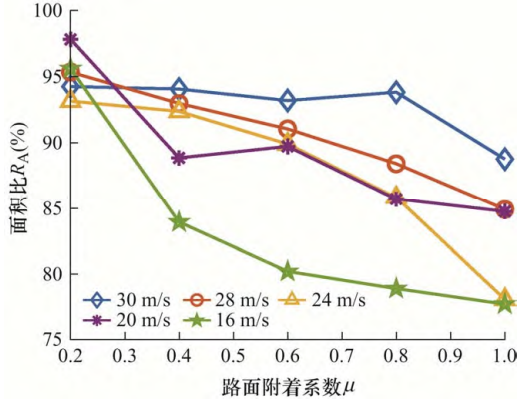


图 6 不同行驶条件下椭圆与车辆系统稳定域面积比

### 2.3 约束及优化目标

结合系统输出变量及控制变量，考虑到车辆的路径跟踪性能、作动优化，优化目标函数设计为

$$J = \frac{1}{2} [\bar{y}^T \bar{Y} \bar{y} + \bar{u}^T \bar{M} \bar{u} + (\bar{u} - \bar{u}_p)^T \bar{F} (\bar{u} - \bar{u}_p)] \quad (10)$$

式中， $\bar{Y}$ 、 $\bar{M}$ 、 $\bar{F}$  分别为输出变量、控制变量以及上一时刻控制变量  $u_p$  的权重矩阵  $Y$ 、 $M$ 、 $F$  在预测时域  $N_p$  内构成的权重系数对角矩阵。基于式(7)和(9)，车辆实时动态稳定域边界表示为

$$g(v_y, r) = \left( \frac{\cos^2 f_{\psi_{es}}}{f_a^2} + \frac{\sin^2 f_{\psi_{es}}}{f_b^2} \right) r + 2 \cos f_{\psi_{es}} \sin f_{\psi_{es}} \times \left( \frac{1}{f_a^2} - \frac{1}{f_b^2} \right) v_y r + \left( \frac{\cos^2 f_{\psi_{es}}}{f_a^2} + \frac{\sin^2 f_{\psi_{es}}}{f_b^2} \right) r - 1 \quad (11)$$

为保障凸优化求解，利用一阶泰勒展开方法对  $g(v_y, r)$  进行仿射变换，动态稳定域边界表示为

$$g(v_y, r) = g(\bar{v}_y, \bar{r}) + \frac{\partial g}{\partial v_y} (v_y - \bar{v}_y) + \frac{\partial g}{\partial r} (r - \bar{r}) \quad (12)$$

车辆前轮转角以及车轮力矩的最优控制序列  $u^*$  可利用 FORCESPRO<sup>[23]</sup> 计算得到，表示为

$$\begin{aligned} u^* = \operatorname{argmin} J \\ \text{s.t.: } x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + W_d v \quad k \in \mathcal{N} \\ g(v_y, r) \Big|_{f_a, f_b, f_{\psi_{es}}} \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$u_1 \leq u(k) \leq u_u \quad x_1 \leq x(k) \leq x_u$$

$$x(1) = x(t) \quad x(N_p) := \tilde{x} \quad x(k) \in X \quad u(k) \in U$$

式中，状态和控制输入的下边界与上边界分别表示为  $u_l$ 、 $u_u$ 、 $x_l$ 、 $x_u$ 。车轮力矩的上边界表示为  $T_{ij}^u = \max(F_{ij}^z \mu R_e, T_{ij}^{\max})$ ，其中  $T_{ij}^{\max}$  为作动器可提供

的最大车轮驱动力矩。除此之外， $X$  和  $U$  表示状态和控制输入在带约束优化条件下的容许集， $x(N_p) := \tilde{x}$  表示状态终端约束为平衡点  $\tilde{x}$ ，确保控制器的渐近稳定性<sup>[24]</sup>。

## 3 结果验证

通过建立 HiL 平台，验证不同工况下车辆稳定域表征的准确度以及所提控制器在车辆路径跟踪、稳定性维持方面的有效性和实时性。

### 3.1 HiL 平台介绍

如图 7 所示，所建立的 HiL 平台包含上位机以及 Speedgoat 实时目标机等设备。

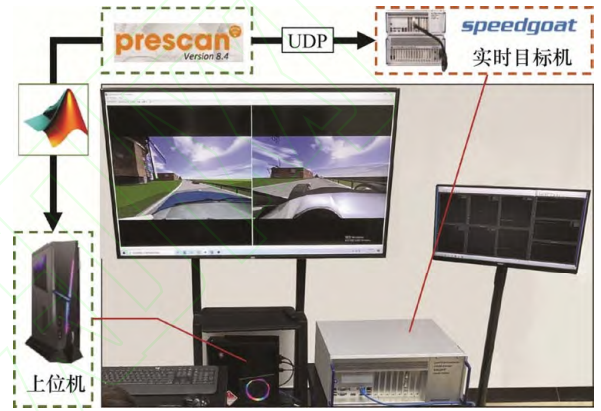


图 7 硬件在环平台

平台的上位机提供所需的车辆模型、交通场景等条件。Speedgoat 实时目标机则作为车辆的控制器，实时计算车辆的控制输入，以 UDP 以及 CAN 通讯的方式发送至上位机，并计算控制算法在每步的计算时间，由此确定算法的实时性。驾驶模拟器则供驾驶员切换不同的期望轨迹以及路径跟踪控制器。期望轨迹包含三种：双移线工况、漂移急转弯工况以及 J-turn 工况；控制器则包含两种：所提出的控制器以及采用基于理想横摆角速度与横向速度的稳定性边界的控制器 (LC)，其中，基于理想横摆角速度与横向速度的稳定性边界<sup>[4-5, 25-26]</sup>表示为

$$\begin{cases} r_l^t - s_{\text{sat}} v_e \leq v_y \leq r_l^t + s_{\text{sat}} v_e \\ -\mu g / v_e \leq r \leq \mu g / v_e \end{cases} \quad (14)$$

式中， $s_{\text{sat}}$  为后侧轮胎侧偏角的线性范围。路面条件则由  $\mu$  表示，湿滑路面条件下  $\mu = 0.5$ ，冰路面条件下  $\mu = 0.2$ 。设置车速为 100 km/h (27.78 m/s)。车辆参数以及控制器参数如表 3 所示。



表 3 车辆参数及控制器参数

参数	数值
车辆整备质量 $m/\text{kg}$	2 020
车辆及车轮转动惯量 $I_z, I_w/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4 095, 0.9
轮距 $W/\text{m}$	1.605
车辆前轴/后轴到质心距离 $l_b, l_r/\text{m}$	1.265, 1.9
车轮滚动半径 $R_e/\text{m}$	0.338
载荷因子 $\sigma$	13.4
轮胎橡胶刚度、相对黏度阻尼系数 $\sigma_{0y}, \sigma_{2y}/(1/\text{m})$	0.001 8, 0.001
转向系统参数 $K_\delta, T_\delta$	1, 0.001
驱动系统参数 $K_d, T_d$	1, 0.45
预测步长、控制步长 $N_p, N_c$	5, 3

为了对比控制器在路径跟踪精度、状态波动以及稳定裕度方面的性能, 定义路径跟踪精度表示为

$$RMSE_{Y_c} = \sqrt{\frac{\sum (Y_c - Y_{ref})^2}{N}} \quad (15)$$

式中,  $Y_{ref}$  为参考路径,  $N$  为采样点个数。状态波动指标采用  $v_c$  和  $\beta$  的波动表示为

$$F_{v_c} = \frac{\int_{t_0}^{t_1} \|v_c - v_{set}\| dt}{t_1 - t_0} \quad F_\beta = \frac{\int_{t_0}^{t_1} \|\beta\| dt}{t_1 - t_0} \quad (16)$$

式中,  $v_{set}$  为设置的期望车速,  $t_0$  和  $t_1$  分别表示起始、终止时间。稳定裕度表示为

$$M_s = 1 - \min \frac{\max(r)}{r_b|_{v_y^t}} \quad (17)$$

式中,  $r_b|_{v_y^t}$  表示最大  $r$  时的  $v_y^t$  对应的  $r$  边界  $r_b$ 。

### 3.2 车辆系统稳定域表征方法验证

在不同车速以及路面附着系数下的车辆系统稳定域表征结果如图 8 所示。

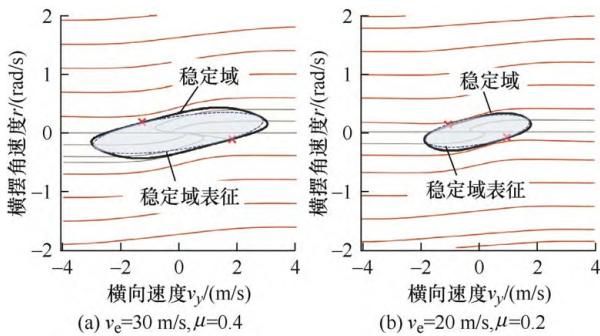


图 8 不同工况下车辆系统稳定域表征方法验证结果

在  $v_c=30 \text{ m/s}$ ,  $\mu=0.4$  时, 车辆系统稳定域近似

平行四边形, 所提椭圆几何覆盖其 80% 的面积, 并与车辆横向稳定性相平面图鞍点所在位置重合; 在  $v_c=20 \text{ m/s}$ ,  $\mu=0.2$  时, 车辆系统稳定域近似椭圆, 所提椭圆几何结合参数辨识结果可以覆盖稳定域, 面积比为 95%, 椭圆边界与鞍点所在位置重合, 证明所提方法在表征车辆系统稳定域边界方面具有较好的效果。

### 3.3 Case 1: 双移线工况

利用双移线工况对湿路面和冰路面条件下的控制器的有效性、实时性进行验证。湿路面条件下的路径跟踪结果如图 9 所示。

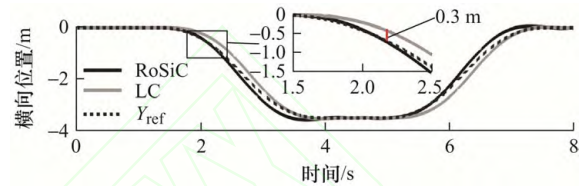


图 9 湿路面条件下车辆双移线路径的跟踪结果

在湿路面条件下, 路面提供的附着力可以满足车辆换道时所需的横向轮胎力, 二者均表现出较好的轨迹跟踪性能, RoSiC 和 LC 的跟踪误差均方根值分别为 0.13 和 0.16。在 2 s 左右时, 基于传统稳定性约束的控制器使得车辆路径跟踪误差达 0.3 m, 而所提的 RoSiC 使得车辆的路径跟踪误差更小, 这是由于 RoSiC 的稳定裕度为 63.7%, 如图 10 所示, 使得状态变化率较大, 提升了路径跟踪控制效果。车辆状态响应如图 11 所示。

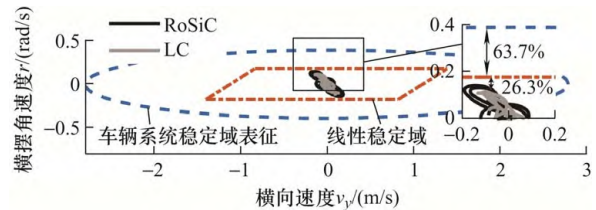


图 10 湿路面下车辆跟踪双移线路径时的横向稳定性结果

由于路面提供较大的附着力, 车辆并未采用差动制动方式维持行驶稳定性, 因此车辆纵向速度受到前轮转角变化的影响呈现波动的状态, RoSiC 和 LC 的速度波动率分别为  $7.7 \times 10^{-3}$  和  $7.3 \times 10^{-3}$ 。除此之外, 质心侧偏角的波动率分别  $1.6 \times 10^{-3}$  和  $7.33 \times 10^{-4}$ , 所提方法使得车辆的横向加速度、质心侧偏角的响应幅度均大于基于传统约束边界控制器的车辆响应, 保障车辆在系统失稳边界范围内产生较大的横向响应, 以提升车辆在湿滑路面条件下的路径跟踪性能。



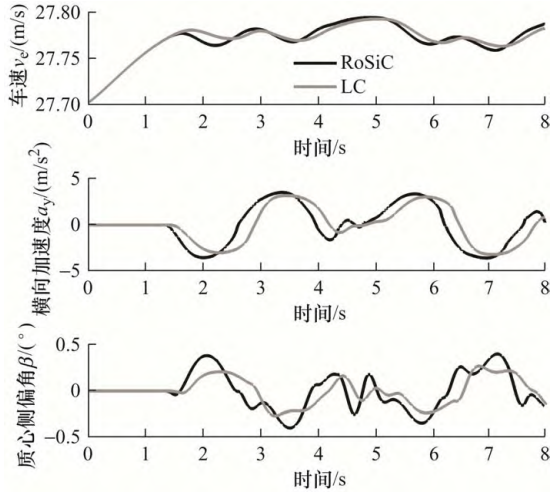


图 11 湿路面下车辆跟踪双移线轨迹时的状态响应

冰路面条件下的路径跟踪结果如图 12 所示,采用实际路径和期望路径的差值进行对比。冰路面条件下路面提供的附着力降低,并且系统失稳区域缩减,稳定裕度降低,使得车辆在跟踪双移线轨迹时出现横向位置误差、横摆角误差均增大的情况,其中 RoSiC 和 LC 的跟踪误差均方根值分别为 0.20 和 1.05,尤其在 6 s 左右,LC 路径跟踪误差达 2 m,且具有时滞性。所提控制器在优化过程中,状态稳定裕度大于传统稳定域,因此,减小了车辆路径跟踪的横向位置误差、横摆角误差,能够实现较大曲率轨迹的跟踪。

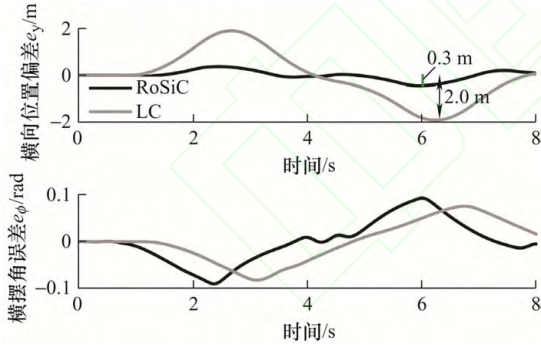


图 12 冰路面下车辆双移线路径的跟踪结果

车辆的前轮转角和各轮的制动力矩分别如图 13 和图 14 所示。由于传统稳定性边界的约束,LC 所计算的前轮转角幅值及变化率均小于 RoSiC 所计算的结果,同时,在 3 s 和 6 s 时,为了满足传统稳定性边界的约束、避免不足转向特性,LC 为后轮施加 100 N·m 的制动力矩。相反地, RoSiC 在较大的稳定裕度下,结合轮胎联合滑移特性,优先优化前轮转角输入保障车辆的路径跟踪性能和行驶稳定性,在 2 s 左右时,生成较小的前轮转角,避

免较大的横向响应,由此减少车轮制动的介入,避免车辆纵向速度的变化,两种控制器下的车辆横向稳定性响应如图 15 所示。

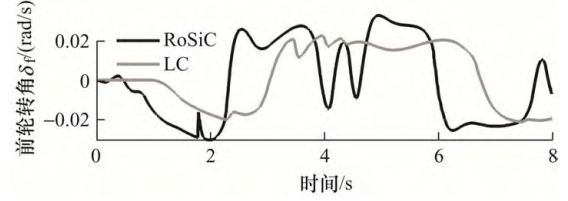


图 13 冰路面条件下车辆跟踪双移线轨迹时前轮转角

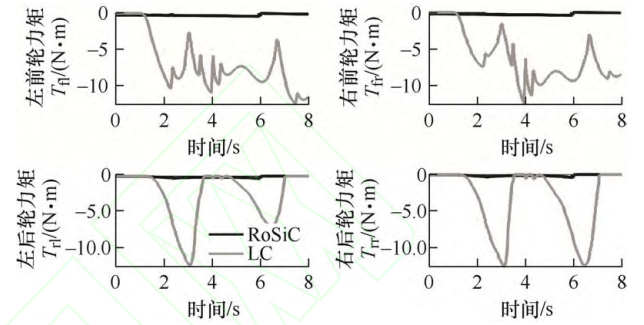


图 14 冰路面条件下车辆跟踪双移线轨迹时各车轮力矩

稳定域边界随着  $\mu$  的降低逐渐减小, LC 采用转向和制动的方式维持车辆横向响应在稳定性约束内,从而限制作动输入、状态响应的变化,恶化了车辆路径跟踪精度。相比于 LC 的 7.42% 的稳定裕度, RoSiC 的稳定裕度为 43.9%,使得车辆横向响应超过了传统稳定性边界,但并未发生车辆失稳,在减少制动介入的同时,提升车辆路径跟踪性能,其他车辆状态响应如图 16 所示。

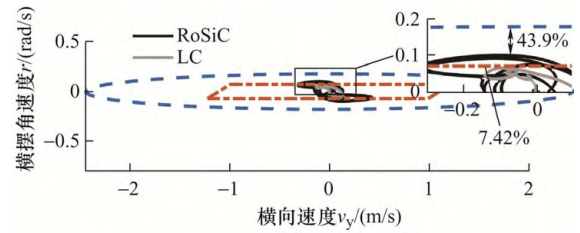


图 15 冰路面下车辆跟踪双移线路径时的横向稳定性结果

由于减少了制动的介入, RoSiC 可更好地维持车辆纵向车速。在 3 s 和 7 s 时,车辆最大横向加速度为  $1.9 \text{ m/s}^2$ ,在冰路面能提供的最大横向加速度  $0.2g$  范围内。RoSiC 和 LC 使得车辆的质心侧偏角最大值小于  $1^\circ$ ,质心侧偏角的波动率分别  $1.92 \times 10^{-2}$  和  $1.36 \times 10^{-2}$ , RoSiC 避免了传统稳定性约束下车辆控制输入、状态响应幅度、变化率受限而导致冰路面条件下路径跟踪出现时滞的现象,提升了路径跟踪性能。

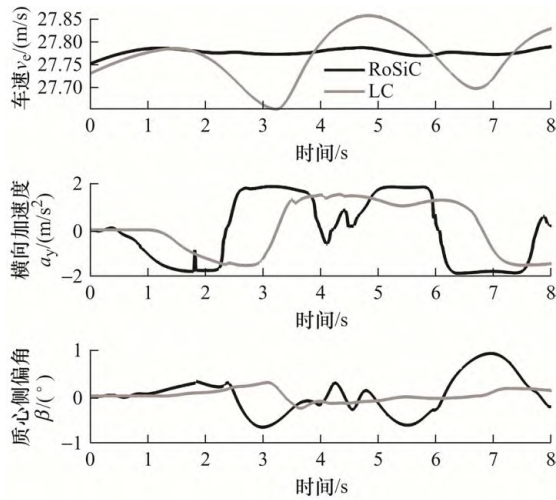


图 16 冰路面下车辆跟踪双移线路径时的状态响应结果

结合 HiL 平台中 Speedgoat 实时目标机在每一步的计算时间, 所提出的控制器的实时性结果如图 17 所示。计算时间在车辆换道开始时出现波动, 是由于控制器需要结合非线性轮胎力以及实时动态约束优化控制输入, 最大计算时间为  $3.9 \times 10^{-4}$  s, 远小于控制频率 100 Hz, 满足实时性要求。

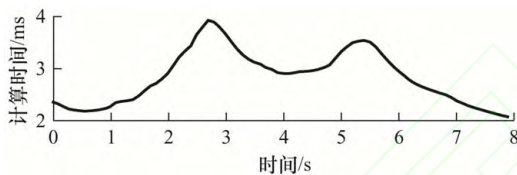


图 17 冰路面下车辆跟踪双移线路径时控制器实时性结果

表 4 提供了双移线工况下的指标对比结果。

表 4 双移线工况下车辆路径跟踪量化结果

	控制器	$RMSE_{v_x}$	$F_{v_x}$	$F_{\beta}$	$M_s$ (%)
湿路面	RoSiC	<b>0.13</b>	$7.70 \times 10^{-3}$	$1.60 \times 10^{-3}$	<b>63.70</b>
	LC	0.16	$7.30 \times 10^{-3}$	$7.33 \times 10^{-4}$	26.30
冰路面	RoSiC	<b>0.20</b>	$1.20 \times 10^{-3}$	$1.92 \times 10^{-2}$	<b>43.90</b>
	LC	1.05	$1.24 \times 10^{-2}$	$1.36 \times 10^{-2}$	7.42

为进一步验证所提控制器在高速、低附着条件下的路径跟踪性能, 采用冰路面条件下的漂移急转弯工况进行测试。

### 3.4 Case 2: 漂移急转弯

漂移和急转弯工况下的路径跟踪结果如图 18 所示。在 0~10 s, RoSiC 使得车辆跟踪期望路径的误差更小, 在 10 s 后, 车辆需从横向位置 7 m 处向右急转弯回到原车道, RoSiC 生成较大的前轮转角幅度和变化率跟踪期望轨迹, 减少路径跟踪的时滞和误差, 在 17 s 保持稳定跟踪。由于冰路面条件附着力的限制以及横-纵向轮胎力的耦合特性, RoSiC

使得车辆跟踪出现超调, 但是相比于 LC, RoSiC 在保障车辆行驶稳定条件下提升路径跟踪性能。车辆横向稳定性相平面如图 19 所示。

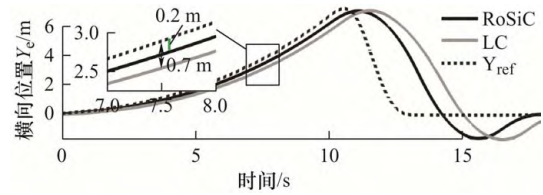


图 18 冰路面下车辆急转弯路径的跟踪结果

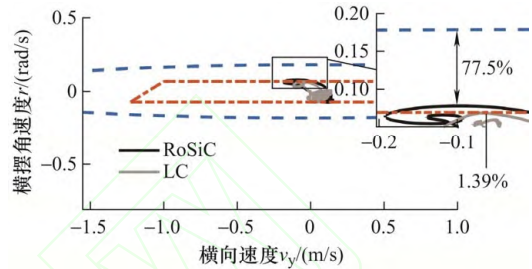


图 19 冰路面下车辆跟踪急转弯路径时的横向稳定性结果

与双移线工况下的结果相似, RoSiC 保障车辆在较大的稳定裕度内实现路径跟踪控制,  $M_s$  分别为 77.5% 和 1.39%, 基于 RoSiC 的车辆响应超过了传统稳定性边界, 而基于 LC 的车辆为保持横向响应在稳定性约束范围内, 生成了差动制动力矩, 且引起了速度波动, 如图 20 所示。

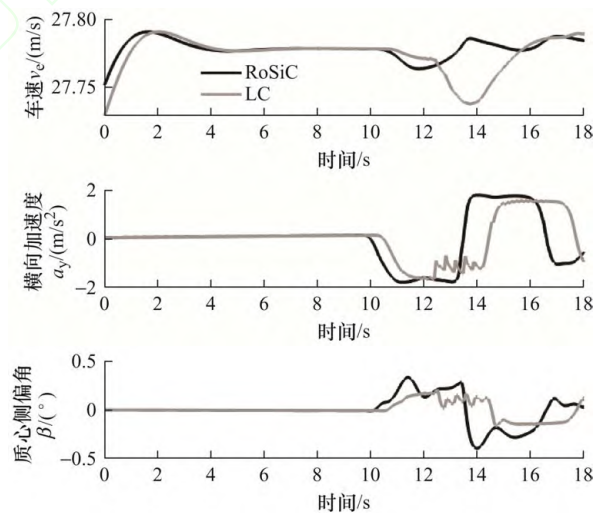


图 20 冰路面下车辆跟踪急转弯路径时的状态响应结果

在 12~14 s 时, 车辆向右急转弯, 车辆的横向速度和横摆角速度到达传统稳定约束边界, 此时产生差动制动力矩, 维持车辆状态响应幅度, 导致车速降低、横向加速度和质心侧偏角出现波动。RoSiC 减少制动介入, 优化前轮转角, 使得车辆的横向加速度在 0.2 g 范围内, 维持行驶稳定性的同时, 减少了状态响应的波动, 指标量化结果如表 5 所示。



表 5 漂移急转弯工况下车辆路径跟踪量化结果

控制器	$RMSE_{y_e}$	$F_{v_e}$	$F_\beta$	$M_s$ (%)
RoSiC	1.49	$3.95 \times 10^{-4}$	$6.4 \times 10^{-3}$	77.5
LC	2.00	$4 \times 10^{-3}$	$4.4 \times 10^{-3}$	1.39

另外,采用 J-turn 工况对所提方法进行了测试。

### 3.5 Case 3: J-turn 工况

J-turn 工况下的路径跟踪结果如图 21 所示。RoSiC 可提升车辆在冰路面条件下的路径跟踪精度,比如,在 8 s 左右, RoSiC 使得路径跟踪误差更小,车辆横向稳定性相平面如图 22 所示。

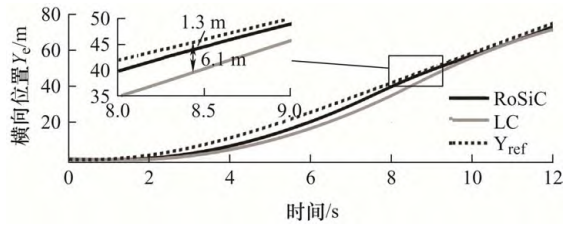


图 21 冰路面下车辆 J-turn 路径的跟踪结果

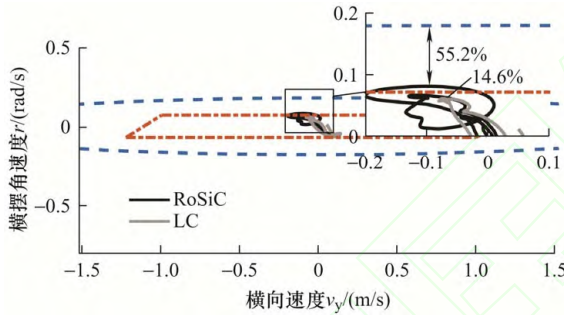


图 22 冰路面下车辆跟踪 J-turn 路径时的横向稳定性结果

RoSiC 使得车辆横向状态超过了传统稳定性约束边界, LC 则优化前轮转角和车轮制动力矩,使得车辆横向响应维持在约束边界内,其他车辆响应如图 23 所示。

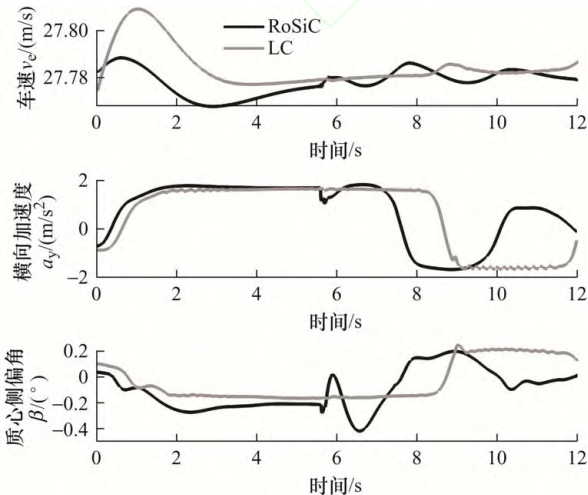


图 23 冰路面下车辆跟踪 J-turn 路径时的状态响应结果

车辆在 1 s 时向左转弯,此时车辆状态响应增大, LC 则生成制动力矩维持状态响应,随后,车辆增加车速以维持行驶车速在 100 km/h,因此,在 0~4 s 时纵向车速产生了较大的波动。同样地,两种控制器均将  $a_y$  维持在 0.2g 范围内,但是 LC 优化前轮转角和车轮制动力矩,因此,在 2~4 s 和 9~11 s 时,车辆的  $a_y$  和  $\beta$  出现震颤。RoSiC 可以在失稳边界内减少制动的介入,减少震颤的同时,提升车辆路径跟踪性能,指标量化结果如表 6 所示。

综上, RoSiC 可结合系统动态稳定域和非线性轮胎力,在较大的稳定裕度下优化车辆前轮转角,减少车轮制动的介入,提升车辆在高速、低附着路面条件下路径跟踪性能,维持车辆行驶稳定性的同时,避免状态响应的波动,提升乘坐舒适性。

表 6 J-turn 工况下车辆路径跟踪量化结果

控制器	$RMSE_{y_e}$	$F_{v_e}$	$F_\beta$	$M_s$ (%)
RoSiC	3.16	$9.35 \times 10^{-4}$	$7 \times 10^{-3}$	55.2
LC	5.57	$9.70 \times 10^{-2}$	0.317	14.6

## 4 结论

(1) 利用 SOSP 估计车辆系统稳定域,选取椭圆几何模型对车辆系统稳定域进行参数化表征,设计最大面积比作为表征精度,辨识不同行驶车速以及路面条件下的椭圆几何模型的参数,利用多项式拟合的方法建立行驶车速以及路面条件与椭圆几何模型参数间的映射模型,实现车辆系统动态稳定域的显式表达。

(2) 为实现车辆作动输入的优化,结合车辆横纵向动力学、运动学模型、非线性轮胎模型以及作动器特性,建立预测模型。通过对车辆系统稳定域表征函数的线性仿射变换,构建约束条件,结合优化目标函数与预测模型,建立智能车辆路径跟踪模型预测控制器,实现车辆前轮转角、车轮力矩的滚动优化。

(3) 采用硬件在环平台对所提方法进行了验证。结果表明,该方法可在更大的稳定裕度下实时优化车辆作动输入,使得车辆在保障行驶稳定性的前提下,减小车轮制动的介入,有效缓解了车辆状态的波动,对提升车辆在高速、低附着条件下的路径跟踪精度具有重要意义。未来将考虑以不同的几何模型对车辆系统稳定域以及考虑作动输入后的车辆系统扩展稳定域进行参数化表征,优化控制器设



计方法,并结合量产车实现算法的验证。

## 参 考 文 献

- [1] 陈虹, 郭露露, 宫洵, 等. 智能时代的汽车控制[J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1313-1332.  
CHEN Hong, GUO Lu-lu, GONG Xun, et al. Automotive control in intelligent era[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(7): 1313-1332.
- [2] 汪洪波, 周俊涛, 陈无畏, 等. 基于转向/横摆纳什博弈的智能车辆路径跟踪协调控制[J]. 机械工程学报, 2024, 60(10): 439-452.  
WANG Hongbo, ZHOU Juntao, CHEN Wuwei, et al. Intelligent vehicle path tracking coordinated control based on steering/yaw nash game[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(10): 439-452.
- [3] KREMER M A. The electronic stability program (ESP) on the ford focus[C]//Proceedings of the European Conference on Vehicle Electronic Systems. Stratford-upon-Avon, UK: Vehicle electronic systems, 2000.
- [4] WANG Fanxun, SHEN Tong, ZHAO Mingzhuo, et al. Lane-change trajectory planning and control based on stability region for distributed drive electric vehicle[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(1): 504-521.
- [5] LIU Jun, DAI Ang. Distributed-drive vehicle lateral-stability coordinated control based on phase-plane stability region[J]. World Electric Vehicle Journal, 2024, 15(5): 202.
- [6] FARRONI F, RUSSO M, RUSSO R, et al. A combined use of phase plane and handling diagram method to study the influence of tyre and vehicle characteristics on stability[J]. Vehicle System Dynamics, 2013, 51(8): 1265-1285.
- [7] IMANI MASOULEH M, LIMEBEER D JN. Region of attraction analysis for nonlinear vehicle lateral dynamics using sum-of-squares programming[J]. Vehicle System Dynamics, 2018, 56(7): 1118-1138.
- [8] HU Xiao, CHEN Hong, REN Qiao, et al. Estimation and Expansion of Vehicle Stability Region With Sums of Squares Programming[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2023, 28(5): 2820-2831.
- [9] FARAG W. Complex trajectory tracking using PID control for autonomous driving[J]. International Journal of Intelligent Transportation Systems Research, 2020, 18(2): 356-366.
- [10] SABIHA A D, KAMEL M A, SAID E, et al. ROS-based trajectory tracking control for autonomous tracked vehicle using optimized backstepping and sliding mode control[J]. Robotics Autonomous Systems, 2022, 152: 104058.
- [11] HU Chuan, CHEN Yimin, WANG Junmin. Fuzzy observer-based transitional path-tracking control for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 22(5): 3078-3088.
- [12] AHN J, SHIN S, KIM M, et al. Accurate path tracking by adjusting look-ahead point in pure pursuit method[J]. International Journal of Automotive Technology, 2021, 22: 119-129.
- [13] LIU Yiping, PEI Xiaofei, ZHOU Honglong, et al. Spatiotemporal Trajectory Planning for Autonomous Vehicle based on Reachable Set and Iterative LQR[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(8): 10932-10947.
- [14] CHENG Shuo, LI Liang, CHEN Xiang, et al. Model-predictive-control-based path tracking controller of autonomous vehicle considering parametric uncertainties and velocity-varying[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 68(9): 8698-8707.
- [15] SUN Xiaoqiang, WANG Yulin, CAI Yingfeng, et al. Nonsingular terminal sliding mode-based direct yaw moment control for four-wheel independently actuated autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2022, 9(2): 2568-2582.
- [16] ZHANG Yu, LIN Yutian, QIN Yechen, et al. A new adaptive cruise control considering crash avoidance for intelligent vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(1): 688-696.
- [17] XIA Xin, HASHEMI E, XIONG Lu, et al. Autonomous vehicle kinematics and dynamics synthesis for sideslip angle estimation based on consensus Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2022, 31(1): 179-192.
- [18] TIAN Yang, MA He, MA Lei, et al. Path tracking control of commercial vehicle emergency obstacle avoidance based on mpc and active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2025, 11(3): 7162-7170.
- [19] VIADERO-MONASTERIO F, NGUYEN A-T, LAUBER Jimmy, et al. Event-triggered robust path tracking control considering roll stability under network-induced delays for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,

- 2023, 24(12): 14743-14756.
- [20] ZHU Zhewei, TANG Xiaolin, QIN Yechen, et al. A survey of lateral stability criterion and control application for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(10): 10382-10399.
- [21] HASHEMI E, JALALI M, KHAJEPOUR A, et al. Vehicle stability control: Model predictive approach and combined-slip effect[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 25(6): 2789-2800.
- [22] HASHEMI E, PIRANI M, KHAJEPOUR A, et al. Corner-based estimation of tire forces and vehicle velocities robust to road conditions[J]. Control Engineering Practice, 2017, 61: 28-40.
- [23] ZANELLI A, DOMAHIDI A, JEREZ J, et al. FORCES NLP : An efficient implementation of interior-point methods for multistage nonlinear nonconvex programs[J]. International Journal of Control, 2020, 93(1): 13-29.
- [24] ZHANG Yu, XU Mingfan, QIN Yechen, et al. MILE : Multiobjective integrated model predictive adaptive cruise control for intelligent vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 19(7): 8539-8548.
- [25] ZHANG Yu, HU Yuxuan, HU Xuepeng, et al. Adaptive crash-avoidance predictive control under multi-vehicle dynamic environment for intelligent vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024, doi: 10.1109/TIV.2024.3394845.
- [26] 张钰, 徐明帆, 白光宇, 等. 考虑稳定性约束的智能车辆切换控制方法[J]. 汽车工程, 2023, 45(5): 709-718.
- ZHANG Yu, XU Mingfan, BAI Guangyu, et al. Intelligent vehicle switching control considering dynamic stability constraints[J]. Automotive Engineering, 2023, 45(5): 709-718.
- 
- 作者简介: 张钰, 男, 1994 年出生, 博士。主要研究方向为智能车辆动力学控制。  
E-mail: zhyss\_bit@bit.edu.cn
- 秦也辰(通信作者), 男, 1988 年出生, 博士, 副教授, 博士生导师。主要研究方向为车辆动力学控制。  
E-mail: qinyechen@bit.edu.cn