Separating Out the Eigenvalue Densities: Computing the Jacobians

Random Matrix Theory with Its Applications

Leyi Zhao

School of Cyberspace

2024年4月1日





- 1 Background
- 2 A Two-Dimensional Example
- 3 监督学习

- 1 Background
- 2 A Two-Dimensional Example
- ③ 监督学习

Spectral Theorem

The spectral theorem:

$$M = U\Lambda U^*(unitary, symplectic)$$

 $M = U\Lambda U^T(orthogonal)$

M can be any kinds of matrices.

- Three ensembles:¹
 - Gaussian Orthogonal Ensemble: the set of N × N random real symmetric matrices
 - Gaussian Unitary Ensemble: the set of N × N random complex Hermitian matrices
 - Gaussian Symplectic Ensemble: the set of N × N random quaternion self-dual Hermitian matrices

¹Yanqing Yin and Zhidong Bai. "Convergence rates of the spectral distributions of large random quaternion self-dual Hermitian matrices". In: Journal of Statistical Physics 157 (2014), pp. d207-d204. (\$\beta\$ > \beta\$ > \beta\$



Spectral Theorem

• Every real symmetric matrix Q with real eigenvalues in Λ and orthonormal eigenvectors in the columns of Q(orthogonal) can be diagonalized:

$$S = Q\Lambda Q^{-1} = Q\Lambda Q^T$$
 with $Q^{-1} = Q^T$

• Every Hermitian matrix S with real eigenvalues in Λ and orthonormal eigenvectors in the columns of U(unitary) can be diagonalized:

$$S = U\Lambda U^{-1} = U\Lambda U^*$$
 with $U^{-1} = U^*$



Gaussian Orthogonal Ensemble(GOE)

 Gaussian Orthogonal Ensemble: the set of N × N random real symmetric matrices

6 / 27

Gaussian Unitary Ensemble(GUE)

 Gaussian Unitary Ensemble: the set of N × N random complex Hermitian matrices

Gaussian Symplectic Ensemble(GSE)

 Gaussian Symplectic Ensemble: the set of N × N random quaternion self-dual Hermitian matrices

8 / 27

Spectral Theorem

- 谱分解常见有两种形式:

$$M = U\Lambda U^*(unitary, symplectic)$$

 $M = U\Lambda U^T(orthogonal)$

- 这可以被视为一种坐标系变化: $M \mapsto (\Lambda, U)$
- 此时可以考虑计算雅可比行列式(Jacobian): $\left| \det rac{\partial M}{\partial (\Lambda, U)}
 ight|$

Spectral Decomposition

- 对于厄密特矩阵 (Hermitian Matrix) 的谱分解来说,其形式为: $M = U\Lambda U^*$,其中 M 为厄密特矩阵,U 为酉矩阵 (unitary matrix), $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$
- 对于辛矩阵 (Symplectic Matrix) 的谱分解来说,

- 1 Background
- 2 A Two-Dimensional Example
- 3 监督学习

- 1 Background
- 2 A Two-Dimensional Example
- 3 监督学习

监督学习

- 监督学习,作为机器学习的核心范式之一,主要依赖于充分标记的数据集来训练算法。
- 常见的技术:支持向量机、决策树、随机森林、朴素贝叶斯、 K 近邻算法、神经网络、梯度提升、线性回归、逻辑回归
- 简述四种下游任务:
 - 文本分类
 - 图像识别
 - 机器翻译
 - 异常检测



文本分类

- 文本分类是一项自动将文本文档分类到预定义类别的任务²
- 支持向量机: SVMs 构建在文档类别之间的最优分隔超平面上, 以分类新的未标记示例³
- k-最近邻: kNN 算法根据新文档与训练集中标记示例的相似性/距离来预测类别⁴

Leyi Zhao

School of Cyberspace

²Femi Joseph and N Ramakrishnan. "Text categorization using improved K nearest neighbor algorithm". In: Int J Trends Eng Technol 4 (2015), pp. 65–68, Krystian Horecki and Jacek Mazurkiewicz. "Natural language processing methods used for automatic prediction mechanism of related phenomenon". In: International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing. Springer, 2015, pp. 13–24.

³Khushbu Khamar. "Short text classification using kNN based on distance function". In: *International Journal of advanced research in computer and communication engineering* 2.4 (2013), pp. 1916–1919.

图像识别

- 经典的特征提取与分类器方法
- 卷积神经网络方法 (CNN)

经典的特征提取与分类器方法

在20世纪90年代之前传统的机器学习时代,主要使用允许特征工程和传统机器学习算法来进行图像识别。这一时期的研究者和工程师们需要大量依赖专业知识和领域经验,去手工设计识别各类目标所需的特征提取算法。这类特征通常针对不同图像识别任务定制,主要有SIFT⁵,HOG⁶等。

Leyi Zhao

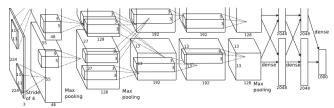
School of Cyberspace

⁵David G Lowe. "Object recognition from local scale-invariant features". In: *Proceedings of the seventh IEEE international conference on computer vision*. Vol. 2. Ieee. 1999, pp. 1150–1157.

⁶N. Dalal and B. Triggs. "Histograms of oriented gradients for human detection". In: 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05). Vol. 1. 2005, 886–893 vol. 1. Doi: 10.1109/CVPR.2005.177.

卷积神经网络方法 (CNN)

 AlexNet 在深度学习模型中应用了比较深的 8 卷积层的神经网络, 包含了卷积层, 池化层, 全连接层等模块, 如图所示。这种网络结构的设计成为后续深度网络的范式。之后便发展出了更多使用多层感知机 (MLP), 卷积神经网络 (CNN) 等的模型来进行端到端的图像特征学习和分类7。

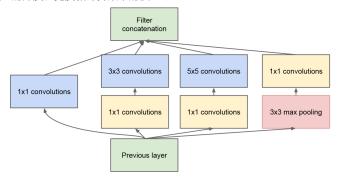


AlexNet 的成功启示了后续深度学习模型对于层次化特征学习的重要性,并为图像识别任务提供了一种强大的架构范例。

⁷Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, and Geoffrey E. Hinton. "ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks". In: Commun. ACM 60.6 (May 2017), pp. 84–90. ISSN: 0001-0782. Dot: 10.1145/3065386. URL: https://doi.org/10.1145/3065386.

卷积神经网络方法 (CNN)

 GoogLeNet 在图像识别中采用了独特的 Inception 模块以及一系列创新性的设计, 其处理过程充分利用了多尺度特征的丰富性。总体而言, GoogLeNet 是一种注重 了模型的深度、宽度和计算效率的模型⁸。



Leyi Zhao School of Cyberspace

⁸Christian Szegedy et al. "Going deeper with convolutions". In: Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2015, pp. 1–9.

机器翻译

- 基于规则的机器翻译 (RBMT)
- 统计机器翻译 (SMT)
- 神经机器翻译 (NMT)
- 深度强化学习机器翻译 (DRLMT)

基于规则的机器翻译 (RBMT)

 RBMT 是早期机器翻译方法之一,它的发展可以追溯到 20 世纪 60 年代和 70 年代。如 Fakhrahmad 等人⁹于 2012 年针 对词义消歧 (WSD) 这一机器翻译过程中最具挑战性的 务, 提出各种监督和无监督学习方法来解决这一问题。近年最新 的研究包括 Chauhan 等人¹⁰提出的基于规则的模糊计算方 法在印地语机器翻译中的自监督情感极性分类和词义消歧方 面的应用

20 / 27

⁹Seyed Mostafa Fakhrahmad et al. "A new fuzzy rule-based classification system for word sense disambiguation". In: *Intelligent Data Analysis* 16.4 (2012), pp. 633–648.

统计机器翻译 (SMT)

- 基于监督学习的统计机器翻译(SMT)是一种传统的机器翻 译方法,它使用大量的双语平行语料来训练模型,包括源语 言和目标语言之间的句子对。
- González-Rubio 等人¹¹提出了一个用于计算机辅助翻译的成 本敏感主动学习框架,其目标是使翻译过程尽可能轻松。与 传统的主动学习场景不同,该论文所提出的主动学习框架的 设计不仅是为了最小化用户必须监督的翻译数量,还包括最 小化每个翻译的监督难度。

Levi Zhao School of Cyberspace Separating Out the Eigenvalue Densities: Computing the Jacobians

¹¹ Jesús González-Rubio and Francisco Casacuberta. "Cost-sensitive active learning for computer-assisted translation". In: Pattern Recognition Letters 37 (2014), pp. 124-134. 4 日 5 4 周 5 4 3 5 4 3 5

神经机器翻译 (NMT)

- 开发低资源语言翻译技术至关重要,已经成为神经机器翻译中的一个热门研究领 域。shi 等人12在 2022 发表的一篇综述类论文中对低资源 NMT 中现有的深度学 习技术进行了全面的回顾,展示了研究现状及一些广泛使用的低资源数据集,并 将这些方法分解为七个类别以总结不同方法之间的共同特点
- 神经机器翻译在过去几年中取得了显著的进展,已成为机器翻译领域的主流方法, 但近年更具突破性模型是监督学习下的 SMT 与 NMT 结合, Razag 等人的研 究¹³展示了这一成果,其研究背景为在短语生成(PG)中,自然语言中的句子被 转换成一个具有不同句法结构但具有相同语义的新句子。

Levi Zhao School of Cyberspace 22 / 27

¹²Shumin Shi et al. "Low-resource neural machine translation: Methods and trends". In: ACM Transactions on Asian and Low-Resource Language Information Processing 21.5 (2022), pp. 1–22.

¹³Abdur Razaq et al. "Improving paraphrase generation using supervised neural-based statistical machine

异常检测

- 传统监督学习方法
- 深度学习方法
- 应用领域

传统监督学习方法

- 早在 2009 年, Babenko 等人提出了一种基于 "多实例学习 (Multiple Instance Learning, MIL)" 的方法,该方法具有潜力 应用于异常检测任务¹⁴
- Babenko 等人的研究提出了一种具有实时性能的多实例学习 算法,用于目标跟踪¹⁵。

Leyi Zhao

School of Cyberspace

¹⁴Boris Babenko, Ming-Hsuan Yang, and Serge Belongie. "Visual tracking with online Multiple Instance Learning". In: 2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. June 2009, pp. 983–990. DOI: 10.1109/CVPR.2009.5206737.

¹⁵ Boris Babenko, Ming-Hsuan Yang, and Serge Belongie. "Visual tracking with online Multiple Instance Learning". In: 2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. June 2009, pp. 983–990. DOI: 10.1109/CVPR.2009.5206737.

深度学习方法

 一项名为"Deep Learning Anomaly Detection Method in Textual Data" 的研究,由 Amir Jafari 于 2022 年提出,探讨 了如何结合深度学习和传统机器学习算法来检测和识别文本 中的异常¹⁶。该研究利用深度学习模型和 Transformer 架构, 将文本数据转化为数值表示,提供了关于文本数据的关键上 下文信息。

应用领域

- 在 2017 年举行的 KDD Workshop on Anomaly Detection in Finance 中, 研究人员和从业者聚集在一起,讨论了这些新方法和解决方案¹⁷。
- 一篇题为"Deep Learning based pipeline for anomaly detection and quality enhancement in industrial binder jetting processes" 的研究,由 Alexander Zeiser 等人于 2022 年提出,探讨了在工业制造使用深度学习进行异常检测和质量提升 的方法¹⁸。
- 一篇题为"Cybersecurity Vital Signs: The Role of Anomaly Detection on Insider Threat Triage" 的研究,由 Karla Clarke 和 Yair Levy 于 2019 年提出,探讨了异常检测在内部威胁检中的重要作用¹⁹。
- 一项名为"Medical Healthcare System Based on Wireless Body Area Networks:
 The Importance of Anomaly Detection" 的研究,由 Hayder Hassaballah、Rashid Fayadh和 Bushra AlHayali于 2020年提出旨在探讨在医疗WBSN系统中用异常检测的现代框架²⁰。

200

¹⁷Archana Anandakrishnan et al. "Anomaly Detection in Finance: Editors' Introduction". In: Proceedings of the KDD 2017 Workshop on Anomaly Detection in Finance, ADF@KDD 2017, Halifax, Nova Scotia, Canada, August 14, 2017. Ed. by Archana Anandakrishnan et al. Vol. 71. Proceedings of Machine Learning Research. PMLR, 2017, pp. 1–7. URL: http://proceedings.mlr.press/v71/anandakrishnan18a.html.

¹⁸Alexander Zeiser, Bas van Stein, and Thomas Bäck. *Deep Learning based pipeline for anomaly detection and quality enhancement in industrial binder jetting processes*. 2022. arXiv: 2209.10178 [cs.LG].

¹⁹Karla Clarke and Yair Levy. "Cybersecurity Vital Signs: The Role of Anomaly Detection on Insider Threat Triage". In: 2019. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:197634071.

²⁰Hayder Hassaballah, Rashid Fayadh, and Bushra AlHayali. "Medical Healthcare System Based on Wireless Body Area Networks: The Importance of Anomaly Detection". In: International Journal of Engineering and

Thanks!