PRACTICA 1. INFERENCIA ESTADISTICA II

Sofía Mara Rivas Cuevas
Pablo Marcos Parra

November 3, 2020

1 Enunciado de la practica

Considerar una muestra aleatoria de tamaño n = 30 de una población cuya distribución es una mixtura de dos distribuciones exponenciales con funciones de densidad:

$$f_1(x) = exp(-x)$$

$$f_2(x) = 2exp(-2x)$$

y proporciones p y 1-p respectivamente.Los datos observados son los siguientes:

y← c(0.92169370,0.20110924,0.08299092,1.27148296,0.08975299,2.49922718

,4.34097682,0.39260263,0.06973844,0.05284850,0.40770048,0.03917915

,0.19068404,1.26898667,0.53213247,0.52049674,0.22417266,0.18774498

,0.16727780,0.44944121,1.10100809,0.84404590,0.66023800,2.86944266

,0.08869227,0.85046707,0.41026355,0.28243983,0.07341746,0.10278472)

a)Obtener intervalos de confianza, de Wald, para p, con confianza 0.95.

b) Obtener el pvalor del test de razón de verosimilitud para contrastar la hipótesis nula, H0: p=0.5.

c) Utilizar el algoritmo EM para aproximar el estimador máximo verosímil de p, utilizando el valor inicial 0.5 y 25 iteraciones.

2 APARTADO A)

Para calcular el EMV de p vamos a utilizar la función `optim` de R.

La función de la mixtura es: $f(y_i, p) = pf_1(y_i) + (1-p)f_2(y_i)$

La función de verosímilitud es: $L(p, y_i) = \prod_{i=1}^{n} pf_1(y_i) + (1-p)f_2(y_i)$

A la hora de pasarlo a R utilizamos la menos log-verosímilitud (a partir de ahora la llamaremos mlv) y utilizando la función mencionada anteriormente calcularemos el EMV:

```
#TRABAJO 1 DE INFERENCIA ESTADISTICA II

#DATOS DE LA PRACTICA:
y<-c(0.92169370,0.20110924,0.08299092,1.27148296,0.08975299,2.49922718
     ,4.34097682,0.39260263,0.06973844,0.05284850,0.40770048,0.03917915
     ,0.19068404,1.26898667,0.53213247,0.52049674,0.22417266,0.18774498
     ,0.16727780,0.44944121,1.10100809,0.84404590,0.66023800,2.86944266
     ,0.08869227,0.85046707,0.41026355,0.28243983,0.07341746,0.10278472)

#APARTADO A)
f1<-function(y){
  return(dexp(y,1))
}
f2<-function(y){
  return(dexp(y,2))
}
mlv<-function(p){
  (-sum(log(p*f1(y)+(1-p)*f2(y))))
}
minimo<-optim(0.25,mlv,method="Brent",lower = 0, upper = 1,hessian = T)
EMV<-minimo$par
V<-as.numeric(solve(minimo$hessian))
I.C<-c(EMV-qnorm(0.975,0,1)*sqrt(V),EMV+qnorm(0.975,0,1)*sqrt(V))
```

$$\boxed{\text{EMV} = 0.3658762}$$

$$\boxed{\text{I.C de Wald} = (\ -0.08646918,\ 0.81822162\ )}$$

La raíz de la varianza no está acotada y se nos puede ir a -∞, como se trata de una proporción el intervalo tiene que estar entre 0 y 1.

3 APARTADO B

La razón de verosímilitud:

$$\Delta(X) = \frac{Sup_{\theta\in\Theta_0} L(\theta,X)}{Sup_{\theta\in\Theta} L(\theta,X)} = \frac{L(\hat{\theta}_0,X)}{L(\hat{\theta},X)}$$

El estadístico razón de verosímilitud:

$$\mathrm{T(X)} = -2\log\Delta(X) = 2\left[\log L\left(\hat{\theta},X\right) - \log L(\hat{\theta}_0,X)\right]$$

En el siguiente fracmento de código está la solucion de este apartado:

```
#APARTADO B)
Tobs<--2*(minimo$value -mlv(0.5))
pvalor<-1-pchisq(Tobs,1)
```

$\boxed{\text{P-Valor} = 0.583717}$