

Prénom :  
Nom :

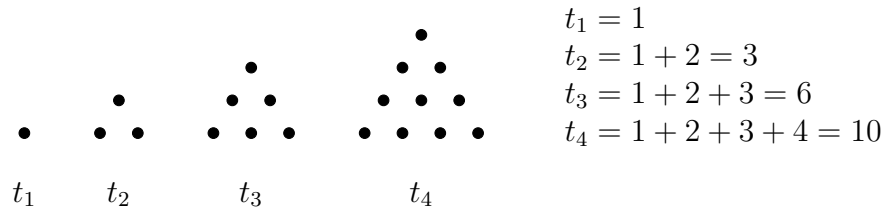
/30

Examen  
5e Générale  
18 décembre 2023

**Consignes :** L'examen commence à 8h10 et se termine à 10h40. Tu as le droit d'avoir une feuille A4 avec les notes que tu auras préparées. Tu peux écrire sur cette feuille ou sur une feuille à part, n'oublie pas de bien écrire tes prénom et nom sur toutes les feuilles que tu utilises. Les machines à calculer sont autorisées. Pose des questions si tu en as besoin. Bon courage !

1. En avril 1986, de l'iode 131 radioactif a été répandu dans l'air à la suite de l'incendie de l'un des réacteurs de la centrale nucléaire de Tchernobyl. Il a été poussé par le vent et s'est répandu sur le sol de toute l'Europe dans des quantités minimales. D'un jour à l'autre, la quantité d'iode radioactif diminue de 9,5%. Supposons qu'il soit tombé 100 mg à un endroit donné. Si on désigne par  $u_n$  la quantité d'iode radioactif présent le  $n^e$  jour, on a donc  $u_0 = 1000, u_1 = 905, \dots$  /3
  - (a) Calcule  $u_2, \dots, u_5$ .
  - (b) Donne la formule de récurrence qui exprime  $u_n$  en fonction de  $u_{n-1}$ .
  - (c) Déduis la formule de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  
2. Soit la suite  $u$  définie par  $u_n = n + 3$ . Vrai ou faux ? Justifie. /3
  - (a) La suite  $u$  est définie de manière récurrente.
  - (b) La suite  $u$  est croissante.
  - (c) La suite  $u$  est une suite arithmétique.

3. Dans ce problème, on va représenter des nombres *triangulaires* en empilant des pions. /4



Le nombre de rangées est noté  $n$  ici. On a  $t_n$  qui est le nombre total de pions quand on a  $n$  rangées, comme représenté sur le schéma ci-dessus.

- (a) Quel est le nombre de pions de  $t_{10}$  ?
  - (b) Comment peut-on exprimer  $t_n$  en fonction de  $t_{n-1}$  et de  $n$  ?
  - (c) Comment peut-on exprimer  $t_n$  en fonction de  $n$  ?
  - (d) Quel est le nombre triangulaire qui compte 325 pions ?
4. Donne la définition d'une suite décroissante. /1
5. Soit  $u$  une suite décroissante. Quel est le plus grand élément de cette suite ? /1
6. Soit la suite  $u$  définie par  $u_n = 4n - 5$ . Démontre que cette suite est strictement croissante. /5
7. Soit la suite  $u$  définie par  $u_n = an + 3$ ,  $a \in \mathbb{R}$ . Pour quelles valeurs de  $a$  la suite  $u$  est strictement décroissante ? Explique. /3
8. Les suites suivantes sont-elles croissantes ? /3
- (a)  $u_n = -u_{n-1}$ ;  $u_0 = 3$
  - (b)  $u_n = n^2$
  - (c)  $u_n = -6n + 10$

9. Soit la suite arithmétique définie par  $u_0 = 7$  et  $r = 2$ . Calcule  $u_{27}$ . /1
10. Calcule la somme des 212 premiers nombres dont l'écriture se termine par 2 ou 7. /3
11. Soit  $u$  une suite géométrique d'élément initial  $u_0$  et de raison  $q$ . /3
- (a) Exprime  $u_n$  en fonction de  $u_{n-1}$  et de  $u_{n+1}$ .
  - (b) Les nombres 20,  $z$ , 180 sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique. Calcule  $z$ .