

Prénom :  
Nom :

/30

Examen  
6e Générale  
14 décembre 2023

**Consignes :** L'examen commence à 8h10 et se termine à 10h40. Tu as le droit d'avoir une feuille A4 avec les notes que tu auras préparées. Tu peux écrire sur cette feuille ou sur une feuille à part, n'oublie pas de bien écrire tes prénom et nom sur toutes les feuilles que tu utilises. Les machines à calculer sont autorisées. Pose des questions si tu en as besoin. Bon courage !

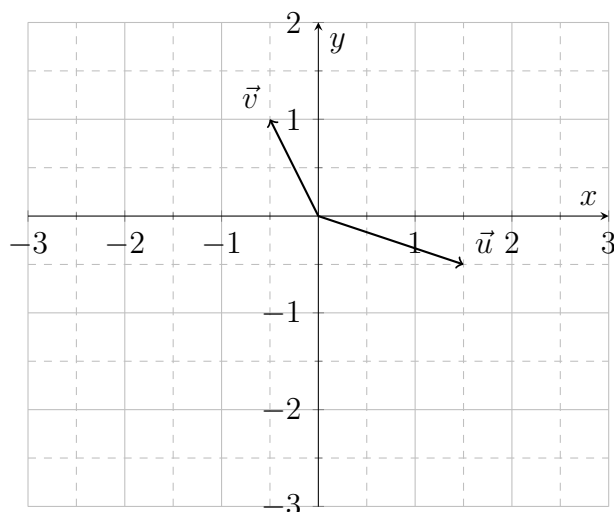
1. Résous les calculs vectoriels suivants :

/3

- (a)  $4 \cdot (1; -2) + 3 \cdot (4; 5)$
- (b)  $(1; -2; 3) - 2 \cdot (0; 1; 0)$
- (c)  $\frac{5}{2} \cdot (1; 3; -2) + \frac{2}{3} \cdot (3; 2; -1)$

2. Calcule graphiquement  $\vec{u} - \vec{v}$  :

/1



3. Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ? Orthogonaux ? Aucun des deux ? /3

(a)  $(2; -1; 3)$  et  $(1; 3; \frac{1}{3})$

(b)  $(1; -1; 1)$  et  $(0; 0; 1)$

(c)  $(1; 2; 3)$  et  $(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2})$

(d)  $(1; -1; 4)$  et  $\vec{0}$

(e)  $(-1; 2; 3)$  et  $(0; -3; 2)$

(f)  $(1; -1; 3)$  et  $(\frac{-7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{-21}{3})$

4. Soit les vecteurs  $\vec{u} = (2; 2; -2)$  et  $\vec{v} = (3; 2; 5)$ . /4

(a)  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils orthogonaux ?

(b) Soit  $\vec{w} = (a; 3; b)$ . Détermine  $a$  et  $b$  pour que  $\vec{w}$  soit orthogonal à  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

5. Vrai ou faux ? Justifie : /4

(a) Le vecteur  $\vec{n}$  est normal au plan  $P$  signifie que  $\vec{n}$  est un vecteur directeur d'une droite  $d$  parallèle au plan  $P$ .

(b) Si  $P \equiv ax + by + cz + d = 0$ , alors le vecteur  $\vec{n} = (a; b; c)$  est normal au plan  $P$ .

(c) Une droite est perpendiculaire à un plan si un vecteur directeur de la droite est un vecteur normal au plan.

(d) Les plans  $P_1 \equiv 2x + 3y - z + 2 = 0$  et  $P_2 \equiv -6x - 9y + 3z + 1 = 0$  sont parallèles.

6. Soit les points  $A \equiv (1; 2; 1)$ ,  $B \equiv (3; -1; 2)$  et  $C \equiv (0; 2; -1)$ . Donne les équations *vectorielle* et *cartésienne* du plan  $P$  défini par les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ . /4

7. Soit le plan  $P \equiv 2x - 3y + 4z + 7 = -3$ . Donne un vecteur normal du plan  $P$ . /1

8. Soit le plan  $P$  d'équation  $P \equiv \vec{x} = k_1 \cdot (3; -1; 2) + k_2 \cdot (1; 1; -2) + (1; 0; -3)$ ,  $(k_1, k_2 \in \mathbb{R})$ . Donne l'équation vectorielle d'un plan  $R$  orthogonal à  $P$ . /4

9. Un GPS permet d'obtenir sa position avec trois coordonnées,  $x$ ,  $y$  et  $z$ , exprimées en mètres. Sacha et Alex font une randonnée en montagne et se repèrent avec un GPS. Leurs coordonnées sont les suivantes : /1

- Sacha :  $(231; 743; 1782)$ .
- Alex :  $(-431; 849; 1431)$ .

Quelle distance les sépare ?

10. Soit  $P$  un plan d'équation  $P \equiv 4x - 2y + 3z - 6 = 0$  et le point  $A \equiv (1; 0; 1)$ . Donne l'équation vectorielle d'une droite normale à  $P$  et passant par le point  $A$ . /1

11. Soit les figures suivantes : /4

- Le plan  $P$  d'équation  $P \equiv \vec{x} = k_1 \cdot (2; 0; 1) + k_2 \cdot (1; 1; 3) + (-2; -2; -1)$ ,  $(k_1, k_2 \in \mathbb{R})$ .
- La droite  $D$  d'équation  $D \equiv \vec{x} = k \cdot (a; -2; b) + (2; 1; -2)$ .

Pour quelle valeur des paramètres  $a$  et  $b$  la droite  $D$  sera-t-elle orthogonale au plan  $P$  ?