使用平均场模型预测静息态功能连接

目前常用的模型

二维平均场模型

$$I_i^E(t) = W^E I_b + w^{EE} S_i^E(t) + gJ \sum_j C_{ij} S_j^E - w^{IE} S_i^I(t) \tag{4}$$

$$I_i^I(t) = W^I I_b + w^{EI} S_i^E(t) - S_i^I(t) \tag{5}$$

$$r_i^p(t) = \phi(I_i^p(t)) = \frac{a^p I_i^p(t) - b^p}{1 - e^{-d^p\left(a^p I_i^p(t) - b^p\right)}} \tag{6}$$

$$\frac{dS_i^E(t)}{dt} = -\frac{S_i^E(t)}{\tau_E} + (1 - S_i^E(t))\gamma r_i^E(t) + \sigma\nu_i(t) \tag{7}$$

$$\frac{dS_i^I(t)}{dt} = -\frac{S_i^I(t)}{\tau_I} + r_i^I(t) + \sigma\nu_i(t) \tag{8}$$

$$I_i^E(t) = W^E I_b + w^{EE} J_{NMDA} S_i^E(t) + gJ_{NMDA} \sum_j C_{ij} S_j^E - w^{IE} J_I S_i^I(t)$$

$$I_i^I(t) = W^I I_b + w^{EI} J_{NMDA} S_i^E(t) - w^{II} J_I S_i^I(t)$$

$$r_i^p(t) = \phi^p(I_i^p(t)) = \frac{a^p I_i^p - b^p}{1 - e^{-d^p(a^p I_i^p - b^p)}}$$

$$\frac{dS_i^E(t)}{dt} = -\frac{S_i^E(t)}{\tau_E} + (1 - S_i^E(t))\gamma r_i^E(t) + \sigma v_i(t)$$

$$\frac{dS_i^I(t)}{dt} = -\frac{S_i^I(t)}{\tau_I} + r_i^I(t) + \sigma v_i(t)$$

原公式量纲和记号不太一致，我改写了一下记号，$p \in \{E, I\}$ 代表两个神经元群，i 代表各个节点（脑区）。S_i^p 为突触门控变量，I_i^p 为神经元群体总输入电流，ϕ^p 代表激活函数，r_i^p 代表群体发放率。

$I_b = 0.382$ nA 为背景输入电流，$W^E = 1.0, W^I = 0.7$ 调节了两个群体背景输入的大小；

$J_{NMDA} = 0.15$ nA 为 effective NMDA conductance；

$J_I = 1$ nA，抑制性突触对应的电流系数模型中未标注，此处设为1 nA，保持量纲一致；

$a^E = 310\ nC^{-1},\ b^E = 125\ Hz,\ d^E = 0.16\ s$ 为兴奋性神经元激活函数的参数；

$a^I = 615\ nC^{-1},\ b^I = 177\ Hz,\ d^I = 0.087\ s$ 为抑制性神经元激活函数的参数；

$\tau_E = 0.1\ s,\ \tau_I = 0.01\ s,\ \gamma = 0.641$ 为突触动力学方程的参数；

$w^{EE} = 1.4, w^{EI} = 1, w^{IE} = 1, w^{II} = 1$ 为两个神经群之间的连接强度在单节点模型中的标准值，在网络模型中w^{IE} 会被修改，而其他值一般不修改；

g 为全局耦合系数，一般取参数搜索中使得模拟FC与真实FC的相关系数达到最大的值；

v_i 代表一个随机高斯过程，$\sigma = 0.01$ 为其标准差。

血流动力学

$$\frac{dx(t)}{dt} = S^E(t) - kx(t) - \gamma(f(t) - 1) \tag{11}$$

$$\frac{df(t)}{dt} = x(t) \tag{12}$$

$$\tau\frac{dv(t)}{dt} = f(t) - v^{\frac{1}{\alpha}}(t) \tag{13}$$

$$\tau\frac{dq(t)}{dt} = \frac{f(t)}{\rho}\left[1 - \left((1-\rho)^{\frac{1}{f(t)}}\right)\right] - q\left(v^{\frac{1}{\alpha}-1}(t)\right) \tag{14}$$

$$y(t) = V_0\left[k_1(1-q(t)) + k_2\left(1 - \frac{q(t)}{v(t)}\right) + k_3(1-v(t))\right] \tag{15}$$

Hemodynamic model parameters

ρ	0.34	–
α	0.32	–
V_0	0.02	–
γ	0.41 s^{-1}	–
κ	0.65 s^{-1}	–
k_1	3.72	–
k_2	0.53	–
k_3	0.53	–

式(11) 中的k应该是打错了，应为 κ 。τ 值表中未给出，经查询，应为 0.98 s 。

Yeo、Murray的研究均以 S_i^E 为输入，Deco的研究以 $0.5r_i^E + 3$ 为输入。在上述参数下，我觉得 S_i^E 和 I_i^E 都是可以考虑的输入变量，r_i^E 的数值范围可能太大了。Deco的模型使用 $0.5r_i^E + 3$ 是因为他添加了feedback inhibition control这一约束，通过调整 w_i^{IE} 的数值，将所有节点的发放率约束在3Hz附近，我个人对于feedback inhibition control是持怀疑态度的。

预测方案

目前平均场模型模拟BOLD信号最常用的是上述方程，其中参数是不会时间变化的，模拟出来的BOLD信号一般是平稳的。正因如此，目前的研究一般不关注模拟的BOLD的动态变化，而是以模拟的FC与真实FC的相关系数为拟合目标，在可变参数较少时一般直接使用网格搜索找到最优的参数值。

与上述方法不同，全脑计算中使用的数据同化方法得到是动态变化的参数序列，应用在平均场模型上或许会带来一些不同。

目前构思的方案是，将BOLD时间序列截断为训练集和测试集，在测试集上使用数据同化估计参数的动态序列，使用VAR等时间序列预测方法预测后续参数序列，使用预测的参数序列生成后续的模拟BOLD信号，并在验证集上验证预测结果。

参考资料

平均场模型

How Local Excitation–Inhibition Ratio Impacts the Whole Brain Dynamics | Journal of Neuroscience (jneurosci.org)

Hierarchical Heterogeneity across Human Cortex Shapes Large-Scale Neural Dynamics - ScienceDirect

数据同化

On a Framework of Data Assimilation for Spiking Neuronal Networks by Wenyong Zhang, Boyu Chen, Jianfeng Feng, Wenlian Lu :: SSRN

模型比较研究

Predicting functional connectivity from structural connectivity via computational models using MRI: An extensive comparison study - ScienceDirect

Is the brain macroscopically linear? A system identification of resting state dynamics | bioRxiv