

### Задача 21 (2 балла)

Определите закон дисперсии ТМ-поляризованных поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся в плоскости двумерного слоя, обладающего (а) поверхностной проводимостью  $\sigma_s(\omega) = in e^2/(m\omega)$ , (б) поверхностной поляризуемостью  $\chi_s(\omega) = \alpha/(\omega_0^2 - \omega^2)$ .

**Решение:** Коэффициент отражения от двумерного слоя для ТМ-волны (ср. с задачей 15):

$$r = -\frac{\frac{2\pi}{c}\sigma_s \cos \theta}{1 + \frac{2\pi}{c}\sigma_s \cos \theta}, \quad (1)$$

где, для эванесцентной волны,

$$\cos \theta = \frac{k_z \omega}{c} = i \sqrt{\frac{c^2 k_x^2}{\omega^2} - 1}. \quad (2)$$

Полюса коэффициента отражения соответствуют частоте плазмонного резонанса, поэтому можем найти уравнение дисперсии из условия

$$1 + \frac{2\pi}{c}\sigma_s \cos \theta = 0 \quad (3)$$

(а)

$$\frac{2\pi n e^2}{m \omega c} \sqrt{\frac{c^2 k_x^2}{\omega^2} - 1} = 1 \quad \Rightarrow \quad k_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \left(\frac{m \omega^2}{2\pi n e^2}\right)^2}. \quad (4)$$

При отсутствии эффектов запаздывания [ $1/c^2 \ll m^2 \omega^2 / (4\pi^2 n^2 e^4)$ ] получаем в этом случае обычную дисперсию двумерного электростатического плазмона

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi n e^2 k_x}{m}}. \quad (5)$$

(б) Поверхностная восприимчивость  $\chi_s$  связывает поле и поляризацию  $\mathbf{P}_s = \chi_s \mathbf{E}_s$ , с другой стороны

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \sigma_s \nabla \cdot \mathbf{E}_s = 0$$

и  $\rho_s = -\nabla \cdot \mathbf{P}_s$ . Отсюда следует, что

$$\sigma_s(\omega) = -i\omega \chi_s(\omega). \quad (6)$$

Подставляя это в (3) находим

$$k_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}{4\pi^2 \alpha^2}}. \quad (7)$$

В обоих случаях дисперсия поверхностной волны лежит вне светового конуса, т.е.  $|k_x| > \omega/c$ , что обеспечивает эванесцентный вид волны вне слоя.