**Задача 8 (2 балла)**

Две полубесконечные пластины с потенциалами $\pm\varphi_0$ располагаются под углом $\alpha$ и разделены изолятором в точке касания (см. Рис 1). Найти потенциал $\varphi(x, y)$ во всем пространстве.

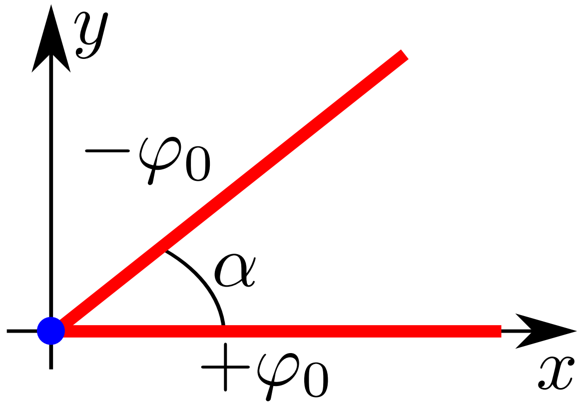


Рис. 1: Рисунок системы в координатах $x$ и $y$.

**Решение:** Воспользуемся конформным отображением

$$F(x+iy) = \ln(x+iy) = \ln\sqrt{x^2+y^2} + i\arctan\left(\frac{y}{x}\right) \equiv \ln r + i\theta \equiv x' + iy', \quad \theta \in [0; 2\pi]. \quad (1)$$

Это отображение переводит пластину $+\varphi_0$, которую можно описать уравнением $x > 0$ переходит в $F(x > 0; y = 0) = (x', y' = 0)$, а пластина $-\varphi_0$ $F(x = p\cos\alpha; y = p\sin\alpha) = (x', y' = \alpha)$ (см. Рис. 2).

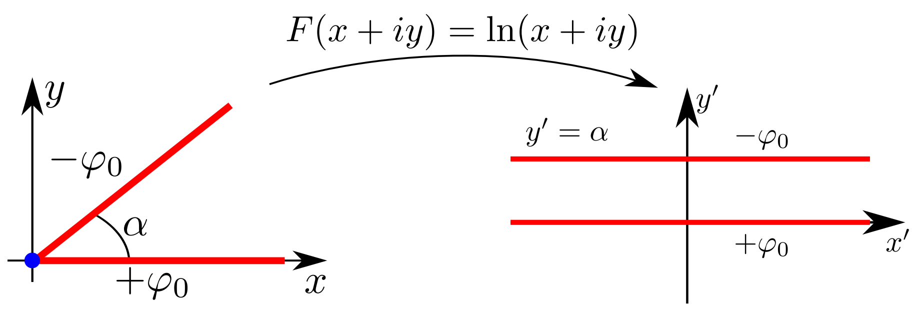


Рис. 2: Конформное отображение (1).

Поле внутри конденсатора постоянно, значит его потенциал дается линейной функцией $\varphi(x', y')$. При этом $\varphi(x', 0) = \varphi_0$ и $\varphi(x', \alpha) = -\varphi_0$. По $x'$ система не меняется, тогда окончательный ответ

$$\varphi(x', y') = \varphi(x', 0) + \frac{y'[\varphi(x', \alpha) - \varphi(x', 0)]}{\alpha} = \varphi_0 \left[1 - \frac{2y'}{\alpha}\right]. \tag{2}$$

Осталось перейти к переменным $(x, y)$. Как следует из формулы 1

$$y' = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

и, тогда,

$$\varphi(x, y) = \varphi_0 \left[1 - \frac{2}{\alpha} \arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right]. \tag{3}$$

Эквипотенциальные кривые $\varphi(x, y) = \mathrm{Const}$ такого распределения потенциала даются функциями $y = kx$, а силовые линии поля $\boldsymbol{E}$ перпендикулярны этим кривым и имеют форму дуг (см. Рис. 3).

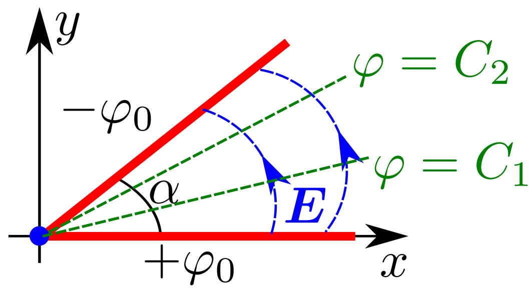


Рис. 3: Эквипотенциальные линии (зеленые прямые) и силовые линии поля (синие кривые).