

Задача 25 (6 баллов)

Цилиндрический резонатор представляет собой бесконечный круговой цилиндр радиуса R из материала с диэлектрической проницаемостью ε_1 , помещенный в однородную среду с диэлектрической проницаемостью ε_2 . Собственные моды такого резонатора можно характеризовать волновым вектором вдоль оси цилиндра k_z и азимутальным квантовым числом m . Их электромагнитное поле зависит от координат как $E, H \propto e^{ik_z z + im\phi}$, где z – координата вдоль оси цилиндра, ϕ – угол в плоскости (x, y) .

Рассмотрите запертые внутри цилиндра квазистационарные моды с $k_z = 0$ и произвольным m . Получите уравнения на собственные комплексные частоты ТЕ- и ТМ-поляризованных мод. При каждом m уравнения имеют бесконечное число корней. Для $R = 1 \mu\text{m}$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1$, $m = 0, 1, 2, \dots, 10$ путем численного решения уравнений найдите их корень $\omega_{m,0}^{(\text{TE}, \text{TM})}$, обладающий с наименьшей вещественной частью. Постройте графики зависимостей $\text{Re } \omega_{m,0}^{(\text{TE}, \text{TM})}$ и $\text{Im } \omega_{m,0}^{(\text{TE}, \text{TM})}$ от m .

Указание. В соответствии с определением квазистационарной (утекающей) моды, ее электромагнитное поле при $\rho > R$ должно иметь вид расходящейся цилиндрической волны: $E, H \propto H_m^{(1)}(\sqrt{\varepsilon_2} \omega \rho / c) e^{im\phi}$, где $H^{(1)}$ – функция Ганкеля, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Формат решения. В качестве ответа пришлите .zip файл, который содержит:

- pdf файл с формулой, по которой ведется вычисление
- код решения
- pdf файлы с графиками