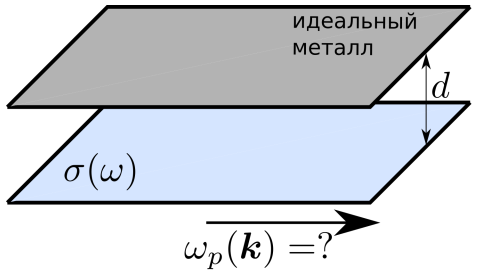
Задача 3 (4 балла)

На расстоянии d от плоской поверхности идеального металла находится двумерный слой, проводимость которого описывается формулой Друде. Найдите дисперсионное соотношение $\omega_p(\boldsymbol{k})$ для плазменных колебаний, распространяющихся вдоль слоя. Рассмотрите предельные случаи $\omega_p\tau \ll 1$ и $\omega_p\tau \gg 1$, $kd \ll 1$ и $kd \gg 1$.



Решение: На лекции был получен потенциал двумерного плазмона

$$\varphi_1 = \frac{2\pi\rho_0}{k} e^{ikx-k|z|}. \tag{1}$$

Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям, связанным с наличием идеального металла в системе

$$\varphi(z=d) = 0, \tag{2}$$

поставим в плоскость $z = 2d$ двумерный слой с плотностью заряда $-\rho_0$. Тогда полное поле в системе

$$\varphi = \frac{2\pi\rho_0}{k} e^{ikx}\big(e^{-k|z|} - e^{-k|z-2d|}\big), \tag{3}$$

а в самом слое

$$\varphi(z=0) = \frac{2\pi\rho_0}{k} e^{ikx}\big(1 - e^{-2kd}\big). \tag{4}$$

Из уравнения непрерывности получаем

$$-i\omega\rho - \sigma_s \frac{\mathrm{d}^2\varphi(z=0)}{\mathrm{d}x^2} = -i\omega\rho_0 e^{ikx} + \frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau} k^2 \frac{2\pi\rho_0}{k} e^{ikx}(1-e^{-2kd}) = 0. \tag{5}$$

и перепишем в виде

$$\omega\left(\omega + \frac{i}{\tau}\right) = \frac{2\pi\sigma_0 k}{\tau}(1 - e^{-2dk}). \tag{6}$$

В случае $dk \gg 1$ мы получим уравнение на плазмон без затвора, которое было рассмотрено на лекции. В случае $kd \ll 1$

$$\omega\left(\omega + \frac{i}{\tau}\right) = \frac{4\pi d\sigma_0 k^2}{\tau} \equiv \omega_p^2. \tag{7}$$

При $\omega_p\tau \ll 1$ получаем две затухающие моды

$$\omega_- = -\frac{i}{\tau}, \qquad \omega_+ = -i\omega_p^2\tau, \tag{8}$$

а в случае $\omega_p\tau \gg 1$ получаем плазмоны с линейной зависимостью от k

$$\omega_\pm = \pm\sqrt{\frac{4\pi\sigma_0 d}{\tau}}k - \frac{i}{2\tau}. \tag{9}$$

Задача в общем виде решена в A. V. Chaplik, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **62**, 746 (1972).

Электрическая емкость системы из затвора и двумерного слоя $C = \frac{1}{4\pi d}$ (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$) , тогда скорость плазмонов s, определяемая из

$$\omega = sk, \qquad s = \sqrt{\frac{4\pi d N_0 e^2}{m}} = \sqrt{\frac{e}{m}\frac{eN_0}{C}} \equiv \sqrt{\frac{e}{m}U_0}, \tag{10}$$

где мы ввели напряжение на затворе U_0. Таким образом, концентрацией N_0, а значит и частотой плазмона ω, можно управлять меняя напряжение на затворе $CU_0 = N_0 e$. Это позволяет использовать такие структуры для детектирования терагерцового излучения [M. Dyakonov and M. Shur, Detection, mixing, and frequency multiplication of terahertz radiation by two-dimensional electronic fluid, in IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 43, no. 3, pp. 380-387 (1996)].