EXERCICE 4 (4 points)

Soit U la suite définie sur IN par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 4}$ ($n \in \mathbb{N}$)

1/a- Montrer par récurrence que pour tout n de IN, $U_n > 1$.

b- Montrer que la suite U est décroissante .

2/ On pose pour tout n de IN, $V_n = \dfrac{U_n + 2}{1 - U_n}$

a- Montrer que V est une suite géométrique .

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c- Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

3/ a- Montrer que pour tout n de IN , $U_{n+1} - 1 \leq \dfrac{2}{5}(U_n - 1)$.

b- En déduire que pour tout n de IN , $U_n - 1 \leq \left(\dfrac{2}{5}\right)^n$.

c- Retrouver ainsi $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

4/ Soit n , on pose $S_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} \dfrac{3}{1 - U_k}$.

Exprimer S_n en fonction de n . Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

EXERCICE 5 (4 points)

. Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \sqrt{2}\,\sin\left(3x - \dfrac{3\pi}{4}\right)$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan .

1/ a- Montrer que le point $I\left(\dfrac{\pi}{4}, 0\right)$ est un centre de symétrie de (C).

b- Justifier que l'on peut restreindre l'étude de f à l'intervalle $J = \left[-\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{\pi}{4}\right]$.

2/ a- Dresser le tableau de variation de la restriction de f à l'intervalle J .

b- Tracer la courbe représentative de f restreinte à $\left[-\dfrac{3\pi}{4}, \dfrac{7\pi}{12}\right]$.

3/ Soit h la fonction définie sur $\left[\dfrac{-\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right]$ par : $h(x) = |\sin 3x| + \cos 3x$

On désigne par Γ la courbe représentative de h dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a- Etudier la parité de h.

b- Montrer que pour tout $x \in \left[0, \dfrac{\pi}{3}\right]$ on a : $h(x) = -f(x)$

c- Tracer alors Γ .

LYCEE PILOTE DE SOUSSE LE 31/05 /2010	Devoir de synthèse N°3 MATHEMATIQUES	CLASSE :3SC $_{1+4}$ DUREE : 3 heures

EXERCICE 1 (3 points)

Le tableau ci-dessous donne le montant en million de dollars des droits de retransmission télévisée des Jeux olympiques d'été de 1984 à 2008 . (les calculs seront arrondis au centième)

Ville Année	LosAngelos 1984	Séoul 1988	Barcelone 1992	Atlanta 1996	Sydney 2000	Athène 2004	Pekin 2008
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Montant (y_i)	288	402	634.5	684.5	810.5	936.5	1070

1/ Représenter le nuage de points de la série (X , Y) dans un plan muni d'un repère orthogonal.
(on prendra 2cm pour une unité sur l'axe des abscisses et un cm sur l'axe des ordonnées pour 50 millions de dollars).

2/ Calculer la moyenne de X et celle de Y puis placer le point moyen G du nuage.

3/ On partage le nuage en deux parties . La première partie correspond aux jeux olympiques d'été de1984 à1996 et La deuxième partie correspond aux jeux olympiques d'été de2000 à 2008.

a- Déterminer les points moyens G_1et G_2 de ces nuages.

b- Déterminer une équation cartésienne de la droite (G_1G_2) ,tracer cette droite .

4/ Déterminer alors une prévision du montant des droits de retransmission télévisée des Jeux olympiques De Londre en 2012.

EXERCICE 2 (4 points)

Une urne contient : $\begin{cases} \text{cinq boules rouges numérotées } 1,1,2,2,3 \\ \text{quatre boules noires numérotées } 1,2,2,2 \\ \text{trois boules vertes numérotées } 1,2,3 \end{cases}$

1/ On tire simultanément trois boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A_1 : " les trois boules sont de la même couleur"

B_1 : " la somme des numéros est égale à 5"

$C_1 = A_1 \cup B_1$

2/ On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements

A_2 : "les trois boules sont toutes de couleur différente".

B_2 :" le produit des numéros est pair"

C_2 : " les trois boules tirées portent le même numéro"

3/ On tire successivement et sans remise quatre boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements

A_3 : " obtenir une seule boule portant le numéro1"

B_3 : " il y'a exactement deux boules rouges parmi les boules tirées".

EXERCICE 3 (5 points)

l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points A (2,1,3);B (-3,-1,7) et C (3,2, 4)

1/a- Montrer que A,B et C ne sont pas alignés .

b -On désigne par P le plan (ABC). Donner une équation cartésienne du plan P .

2/ Soit la droite Δ: $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -3t \\ z = 4+t \end{cases} \quad (t \in IR)$

a- Montrer que Δ coupe le plan P en un point H dont on précisera les coordonnées.

b- Vérifier que H est le barycentre des points pondérés (A, -2) ; (B, -1) et (C, 2).

c- Déterminer l'ensemble Q des points M de ξ vérifiant : $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC}).\overline{BC} = 0$

3/ Soit R le plan d'équation : $2x + y - z = 0$

a- Montrer que les plans P et R sont perpendiculaires.

b- Donner une représentation paramétrique de Δ' la droite d'intersection des plans P et R.

c- Etudier la position relative des droites Δ et Δ'.

Exercice n°5 : (5pts)

Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x-1}{x}\sqrt{x^2-1}$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans une repère orthonormé$(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f est continue sur $[1,+\infty[$.
   b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
2) a) Montrer que f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et que pour $x \in\ ]1,+\infty[$ on a : $f'(x)=\frac{x^3-1}{x^2\sqrt{x^2-1}}$
   b) Dresser le tableau de variation de f
3) a) Montrer que pour tout $x \in [1,+\infty[$ on a : $f(x)-(x-1)=\frac{1-x}{x(x+\sqrt{x^2-1})}$
   b) Déterminer alors l'asymptote oblique Δ à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de$+\infty$.
   c) Etudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Δ pour $x \in [1,+\infty[$.
   d) Tracer $\mathscr{C}_f$ et Δ.

Bon travail

Exercice N°3 : (4pts)

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une maladie d'hospitalisation m.

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m.
- Parmi les employés qui ont choisi la modalité m ; 80% sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m ; 75% sont atteint d'une maladie chronique

  On choisi un employé au hasard et en considère les évènements suivants :

  M : « l'employé choisi la modalité m ».

  C : « l'employé est atteint d'une maladie chronique »

1) a) Déterminer les probabilités des événements M et $\overline{M}$

   b) Construire un arbre décrivant cette situation.

2) a) Calculer la probabilité pour que cet employé ait choisit la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

   b) Calculer la probabilité pour que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

   c) En déduire la probabilité de l'événement C.

   d) Déterminer la probabilité pour que cet employé ne soit pas atteint d'une maladie chronique.

Exercice n°4 : (4pts)

Dans l'espace $\mathcal{E}$ rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne les points A(2,3,-1), B(4,0,2), C(3,2,1) et D(-4,1,1)

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P dont on donnera une équation cartésienne.

   b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ puis $\cos\widehat{BAC}$.

   c) Montrer que A est le projeté orthogonal de D sur P

2) a) Montrer que l'ensemble Q des points M de l'espace tes que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0$ est un plan dont une équation cartésienne est $3x-4y+5z=0$.

   b) Calculer la distance du point C au plan Q.

3) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique.

   b) soit la droite $\Delta' : \begin{cases} x-y+z-1=0 \\ 2x+y-z+2=0 \end{cases}$

   Etudier la position relative de Δ et Δ'

Lycée Pilote de Monastir	Devoir de Synthèse N°3
Prof : Mahmoud Hassine & Azzaz Azzaz	Mathématiques

Classes : $3^{ème} Sc_{1+2}$ Durée : 3 heures Date : 02/06/2010

Exercice N°1 : (3pts)

Répondre par vrai ou faux :

1) L'ensemble des solutions dans IN de l'équation : $C_n^3 - C_n^2 = 5 + \frac{n^3-6n^2}{6}$ est $S_{IN} = \{6,10\}$
2) 10 jetons numérotés de 1 à 10 sont répartis au hasard dans trois tiroirs sachant qu'un tiroir peut contenir jusqu'à 10 jetons. La probabilité de répartir les 10 jetons dans un seul tiroir est $\frac{1}{39}$.
3) Une boîte contient 5 boules blanches, 5 boules rouges et 5 boules vertes. Dans chaque couleur les boules sont numérotées de 1 à 5. On tire au hasard et simultanément 5 boules de l'urne. La probabilité de tirer une seule boule portant le numéro 1 et 4 boules vertes seulement est égale à : $\frac{9}{46}$
4) Dans une classe de $3^{ème}$sciences on observé les deux caractères.
   X : note obtenu en mathématiques et Y : note obtenu en sciences physiques.

Y \ X	[0,4[	[4,8[	[8,12[	[12,16[	[16,20[
[0,4[	1				
[4,8[	1	3	2		
[8,12[		2	5	1	1
[12,16[			2	4	2
[16,20[			1	3	2

Le point moyen pondéré du nuage est G(11,6 ; 11,2)

Exercice N°2 : (4pts)

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires (en milliers de dinars) d'une entreprise entre les années 2003 et 2008.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i	9	13	16	19	23	30

1) Représenter le nuage de point associé à la série (x_i , y_i)
2) a) Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point sur le graphique.
   b) Calculer les variances et les écarts types de X et Y.
3) a) On scinde le nuage de points en deux sous nuages : le premier de point moyen G_1 est constitué par les 3 point ayant les plus petites abscisses et le second de point moyen G_2 est constitué par les autres points. Déterminer les coordonnées de G_1 et G_2.
   b) Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2). Vérifier que $G \in (G_1G_2)$ puis tracer (G_1G_2)
4) En supposant que l'évolution se poursuivre de la même façon pour les années suivantes : donner une estimation du chiffre d'affaires de cette entreprise en 2018.

b) Déterminer la probabilité d'avoir 3 boules de même couleurs ou 3 boules qui portent un numéro pair.

c) Déterminer la probabilité d'avoir seulement 2 boules qui portent le numéro zéro.

Exercice3 :(6points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points A et B de coordonnées respectives (1,3,4) et (2,2 ,0)

1) a) Montrer que BAO est un triangle rectangle.
   b) Les points O ,A , B définissent –ils un plan ?
   c) Déterminer une équation cartésienne du plan P_1=(OAB)

2) a) Vérifier que le plan $P_2 : x+ 3y + 4z - 13 =0$ est le plan médiateur de $[OA]$

   b) Déterminer une équation cartésienne du plan P_3 le plan médiateur de $[OB]$

3) Prouver que l'intersection de P_2 et P_3 est une droite Δ

4) On considère $S(\frac{9}{2}, -\frac{5}{2}, 4)$

   a) Justifier que S appartient à Δ

   b) Déterminer le volume de tétraèdre SOAB.

Exercice4 :(5points)

On considère la suite définie sur IN^* par $U_1 = 2$ et $U_{n+1} = 2 + \frac{n^2}{U_n}$

1) a) Vérifier que pour tout $n \in IN^*$ $\frac{n^2+2n+2}{n+1} = n+1+\frac{1}{n+1}$

   b) Montrer par récurrence que pour tout n de IN^*, $n \le U_n \le n+1$

2) En déduire la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$ et que la suite U_n est strictement croissante

3) On considère la suite définie sur IN^* par $V_n = \frac{1}{U_n - n} - 1$

   a) Calculer V_1 et montrer que pour entier non nul on a , $V_{n+1} = \frac{1}{V_n + \frac{1}{n}}$

   b) Montrer par récurrence que pour tout entier non nul $1 - \frac{1}{n} \le V_n \le 1$

   c) Déterminer alors les limites $\lim_{n \to +\infty} V_n$

Lycée Pilote de Nabeul		
Classe : 3éme Sciences	Devoir de synthèse N°3 Durée : 3 Heures	Mme : Salima Maalej

Exercice1 : (4points)Vrai - Faux

Répondre par Vrai – Faux à chacune des propositions. Sans justification

1/ Dans un repère orthonormé de l'espace$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

a. L'ensemble d'équations :3 x – 2y+1=0 est une droite de vecteur normal $\vec{n}(3,-2)$

b. $ax+by+c=0$ avec a, b, c réels non nuls est une équation d'un plan parallèle à l'axe $\left(O,\vec{k}\right)$.

c. $3y+3z=0$ est une équation d'un plan contenant $\left(O,\vec{i}\right)$

d. Le plan $x-y+z=0$ est le plan médiateur de $[AB]$ avec $A(0,4,1)$ *et* $B(2,2,3)$

2)

On considère la série statistique à double caractères x et y donnée par le tableau si dessous.

x \ y	[0,12[	[12,18[	[18,24[	[24 ,48[
- 5	0	2	4	6
-4	0	2	1	3
0	4	0	0	1
1	6	3	5	0
2	3	0	0	0

a) Pour déterminer le point moyen on calcul la médiane de x et de y
b) La distribution marginale de x est 13 ,7,10,10
c) La valeur moyenne de y est18.825
d) Le point moyen est de coordonnées (-1,7 ; 18,825)

Exercice2 :(5points)

Une urne contient trois boules rouges et 4 boules noires. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. Les trois boules rouges sont numérotées : 1, 2, 2

Les 4 boules noires sont numérotées : 0, 1, 1, 2.

1) On tire simultanément deux boules de l'urne.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : avoir 2 boules rouges. B : avoir 2 boules de mêmes couleurs.

2) On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

a) Déterminer la probabilité d'avoir 2 boules de mêmes couleurs.

b) Déterminer la probabilité d'avoir 2 boules de mêmes parité.

c) Déterminer la probabilité d'avoir au moins une boule qui porte le numéro 1.

d) Déterminer la probabilité d'avoir une seule boule noire et une seule qui porte le numéro 1.

3) Un joueur tire successivement et avec remise de 3 boules de l'urne

a) Déterminer la probabilité d'avoir une somme paire.