

Übungsblatt 1

① Induktionsanfang: $A(1)$

② Induktionsschritt

V. —||— Voraussetzung: $A(n)$

B: —||— Behauptung: $A(n+1)$

$V \rightarrow B$: —||— Beweis: $A(n) \Rightarrow A(n+1)$

A1)

a) i) $A(n): \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$

① Induktionsanfang: $A(1)$

$$\sum_{k=1}^1 (2k-1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \quad \text{und} \quad 1^2 = 1 \quad \checkmark$$

② Induktionsschritt:

a) Induktionsvoraussetzung:

$$\text{Es gelte } A(n) \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

b) Induktionsbehauptung:

$$\text{Zu zeigen ist } A(n+1): \sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) = (n+1)^2$$

c) Induktion beweis: $A(n) \Rightarrow A(n+1)$

$$\sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) = (n+1)^2 \quad | \text{ abtrennen von } (n+1)$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n (2k-1) + (2(n+1)-1) = (n+1)^2 \quad | \text{ Annahme } \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

$$\Rightarrow n^2 + (2n+2-1) = (n+1)^2 \quad | \text{ Ausrechnen}$$

$$\Rightarrow n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \quad | \text{ Binomische Formel}$$

$$\Rightarrow (n+1)(n+1) = (n+1)^2$$

$$\Rightarrow (n+1)^2 = (n+1)^2 \quad \text{qed}$$