

Ausgewählte Ergebnisse zur 3. Übung am 25. September 2023
Thema: Lineare Gleichungssysteme, weitere Aufgaben zu Rechenoperationen, zu Termumformungen und zum Lösen und Umstellen von Gleichungen

Aufgabe 1

- (a) genau eine Lösung: $x = 3, y = -1$

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen $x + y = 2$ und $2x - 3y = 9$ beschriebenen Geraden schneiden sich im Punkt $(3, -1)$.

- (b) keine Lösung

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen $3x - 6y = 7$ und $-2x + 4y = -1$ beschriebenen Geraden sind (echt) parallel zueinander.

- (c) unendlich viele Lösungen: $x = t, y = 2t - 1$ ($t \in \mathbb{R}$)

Geometrische Deutung: Die Gleichungen $2x - y = 1$ und $-4x + 2y = -2$ beschreiben ein und dieselbe Gerade.

- (d) genau eine Lösung: $x = -1, y = 3$

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen $3x = 4y - 15$ und $5y = 11 - 4x$ beschriebenen Geraden schneiden sich im Punkt $(-1, 3)$.

Aufgabe 2

genau eine Lösung: $x = 1, y = -4, z = -2$

Geometrische Deutung: Die drei durch die Gleichungen $x - 2y + 2z = 5$, $-x + y - z = -3$ und $3x + 2y - 3z = 1$ beschriebenen Ebenen schneiden sich im Punkt $(1, -4, -2)$.

Aufgabe 3

Die Lösungen lassen sich beschreiben durch $x = 5 - 7t, y = 4 - 5t, z = t$ ($t \in \mathbb{R}$).

Geometrische Deutung: Die durch die Gleichungen $x - y + 2z = 1$ und $-2x + 3y + z = 2$ beschriebenen Ebenen schneiden sich in einer Geraden. Eine Parameterdarstellung dieser Geraden lautet

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 4

$$a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{5}{2}, \quad c = 2$$

Aufgabe 5

- (a) (a1) 91 (a2) 31 (a3) 6

- (b) (b1) Es wird die Summe der ersten n positiven natürlichen Zahlen berechnet, also die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis n .

- (b2) Es wird die Summe der ersten n positiven Quadratzahlen berechnet.
 (b3) Es wird die Summe der ersten n (positiven) ungeraden Zahlen berechnet.
 (b4) Es wird n mal die Zahl 1 addiert. (Die Summe ist offenbar gleich n .)

- (c) $x = \frac{1}{5}$
 (d) $n = 25$

Aufgabe 6

- (a) x^8 (b) x^{12} (c) x^{-1}
 (d) x^2 (e) $x^{\frac{1}{2}}$ (f) $x^{\frac{3}{4}}$
 (g) $x^{\frac{3}{2}}$ (h) $x^{\frac{1}{2}}$ (i) $x^{\frac{5}{6}}$

Aufgabe 7

- (a) 16 (b) $\frac{9}{16}$ (c) $\frac{3}{16}$ (d) $\frac{9}{4}$ (e) 8 (f) 4
 (g) 2 (h) $\frac{4}{5}$ (i) 1 (j) 1000000 (k) 32 (l) 4
 (m) $\frac{1}{27}$ (n) 16 (o) 125 (p) 3

Aufgabe 8

- (a) wahr
 (b) wahr
 (c) falsch
 (d) falsch
 (e) falsch
 (f) falsch

Aufgabe 9

- (a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) $\frac{3}{2}$ (e) -1
 (f) -1 (g) 3 (h) -1 (i) -3 (j) $\frac{1}{2}$
 (k) $\frac{5}{3}$ (l) $\frac{1}{2}$ (m) $\frac{1}{4}$ (n) $-\frac{1}{3}$ (o) $-\frac{3}{4}$
 (p) 1 (q) 3 (r) $\frac{1}{2}$ (s) -5 (t) $\frac{5}{2}$

Aufgabe 10

(a) (a1) $s = t \cdot v, \quad t = \frac{s}{v}$

(a2) $s = 500 \text{ m}$

(a3) $t = 43,2 \text{ s}$

(b) (b1) $a = \frac{2s}{t^2}, \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

(b2) $t = 10 \text{ s}$

(c) (c1) $h = \frac{A}{2\pi r} - r, \quad r = -\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{A}{2\pi}}$

(c2) $h \approx 35,79 \text{ cm}$

(c3) $r \approx 9,97 \text{ cm}$

(d) (d1) $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_1 = \frac{R R_2}{R_2 - R}$

(d2) $R_1 = 24 \Omega$

Aufgabe 11

Mit \mathcal{L} wird im Folgenden jeweils die Lösungsmenge der Gleichung bezeichnet.

(a) $\mathcal{L} = \left\{ \frac{8}{9} \right\} \quad$ (b) $\mathcal{L} = \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\} \quad$ (c) $\mathcal{L} = \{0\} \quad$ (d) $\mathcal{L} = \{-4\}$

Aufgabe 12

Mit \mathcal{L} wird im Folgenden jeweils die Lösungsmenge der Gleichung bezeichnet.

(a) $\mathcal{L} = \{7\} \quad$ (b) $\mathcal{L} = \{0, 2\} \quad$ (c) $\mathcal{L} = \{9\} \quad$ (d) $\mathcal{L} = \{1\}$