

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben zur 6. Übung am 28. September 2023
Thema: Vektorrechnung, Analytische Geometrie im \mathbb{R}^2 und im \mathbb{R}^3

Aufgabe 1

(b) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad 3\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad -2\vec{a} + 3\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(c) $|\vec{a}| = \sqrt{10} \approx 3,16, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5} \approx 2,24$

(d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$

Die Vektoren schließen einen Winkel von 45° ein.

Aufgabe 2

(a) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad 3\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad -2\vec{a} + 3\vec{b} = \begin{pmatrix} -13 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$

(b) $|\vec{a}| = \sqrt{6} \approx 2,45, \quad |\vec{b}| = \sqrt{26} \approx 5,10$

(c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$

Die Vektoren schließen einen stumpfen Winkel ein.

Aufgabe 3

(a) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13} \approx 7,21, \quad |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{13} \approx 3,61, \quad |\overrightarrow{DA}| = \sqrt{65} \approx 8,06$

(c) $F = 13$

(d) $C = (8, 11)$

Aufgabe 4

(b) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

(a) $F = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0,71$

(b) $F = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0,87$

Aufgabe 6

(a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

(b) $y = 2x + 2$

(c) Nur P_3 liegt auf der Geraden. Die Abstände der übrigen Punkte zur Geraden betragen

$$\text{dist}(P_1, g) = \frac{2}{5}\sqrt{5} \approx 0,89, \quad \text{dist}(P_2, g) = \frac{1}{5}\sqrt{5} \approx 0,45.$$

(d) Parameterdarstellung: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Darstellung: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

(e) Parameterdarstellung: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Darstellung: $y = 2x - 4$

Aufgabe 7

(a) Die Geraden schneiden sich im Punkt $S = (2, -6)$.

(b) Die Geraden schneiden sich nicht.

Aufgabe 8

(a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

(b) P_2 liegt auf der Geraden, P_1 nicht.

Aufgabe 9

(a) Die Geraden schneiden sich im Punkt $S = (5, 0, -7)$.

(b) Die Geraden sind windschief zueinander.

Aufgabe 10

(b) (b1) Nur P_2 liegt auf der Ebene. Die Abstände der übrigen Punkte zur Ebene betragen

$$\text{dist}(P_1, \mathcal{E}) = \frac{1}{14}\sqrt{14} \approx 0,27, \quad \text{dist}(P_3, \mathcal{E}) = \frac{1}{7}\sqrt{14} \approx 0,53.$$

(b2) $S = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

(b3) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

Aufgabe 11

(a) Parameterdarstellung: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Darstellung: $2x - y = 4$

(b) $2x - y = 3$