

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben der 4. Übung am 26. September 2023
Thema: Reelle Funktionen

Aufgabe 1

- (b) Bei den Zuordnungen (b2) und (b3) handelt es sich um Funktionen.

Aufgabe 2

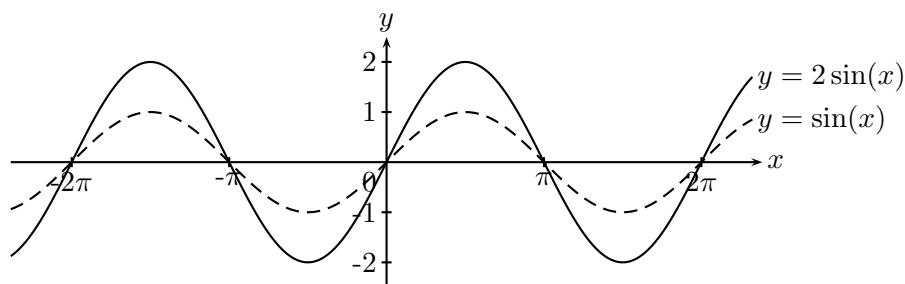
- (a) ca. 45°
(b) nach ca. 18 Minuten
(c) 20°
(d) exponentielle Abhängigkeit

Aufgabe 3

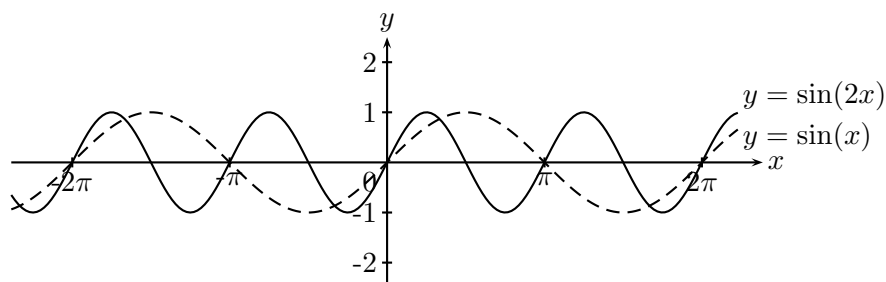
- (a) ca. 1,4 bis 1,5 Kilometer
(c) Rennstrecke B

Aufgabe 4

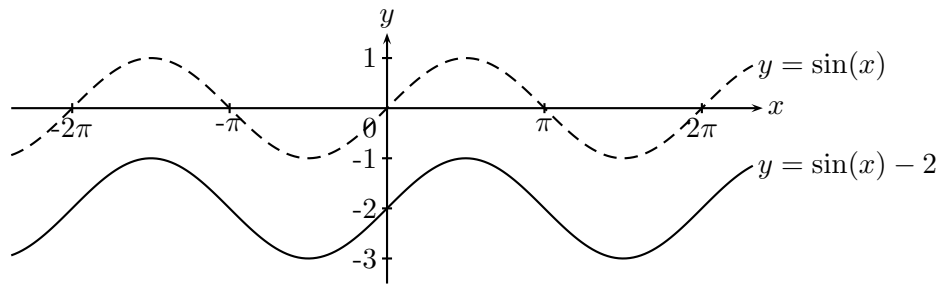
- (a) (a1) Graph der durch $y = 2 \sin(x)$ gegebenen Funktion:



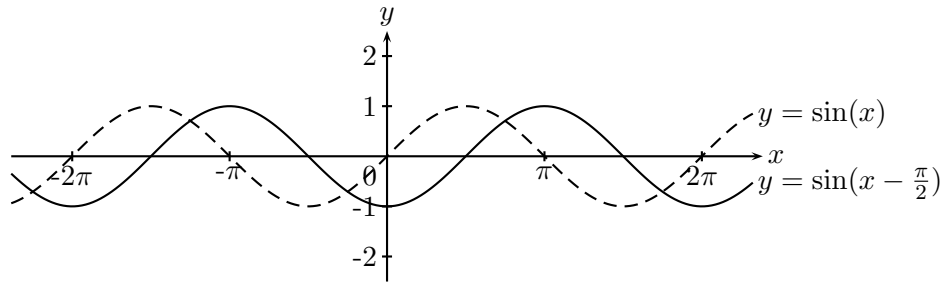
- (a2) Graph der durch $y = \sin(2x)$ gegebenen Funktion:



- (a3) Graph der durch $y = \sin(x) - 2$ gegebenen Funktion:



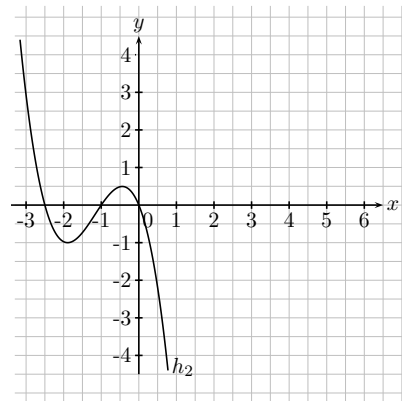
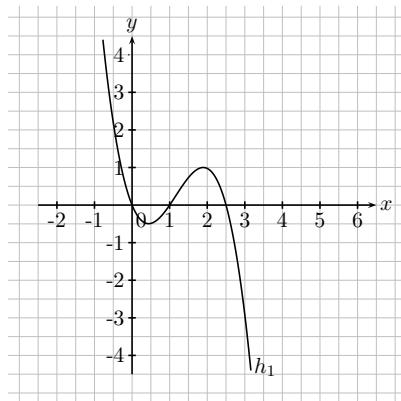
(a4) Graph der durch $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ gegebenen Funktion:



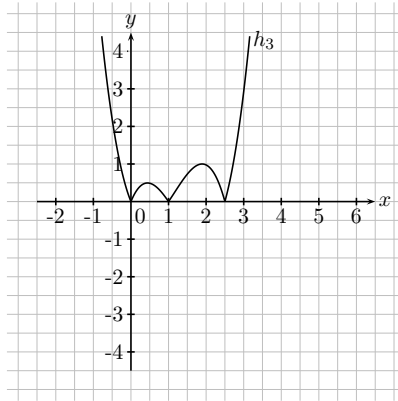
- (c)
- $y = -f(x)$: Spiegelung des ursprünglichen Graphen an der x -Achse
 - $y = f(-x)$: Spiegelung des ursprünglichen Graphen an der y -Achse

Aufgabe 5

- (a) In Abbildung 1 ist g_1 dargestellt.
 In Abbildung 2 ist g_8 dargestellt.
 In Abbildung 3 ist g_7 dargestellt.
 In Abbildung 4 ist g_3 dargestellt.
- (c) Die folgenden Abbildungen zeigen die Graphen von h_1 und h_2 .

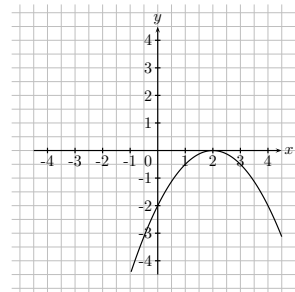
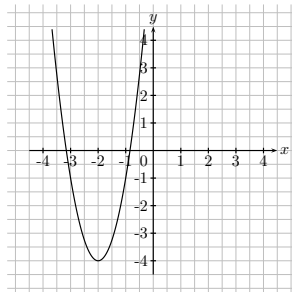
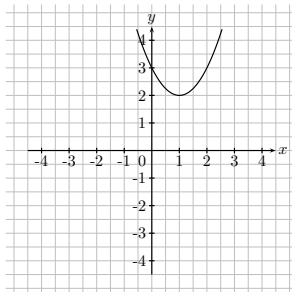


- (d) In der folgenden Abbildung ist der Graph von h_3 dargestellt.



Aufgabe 6

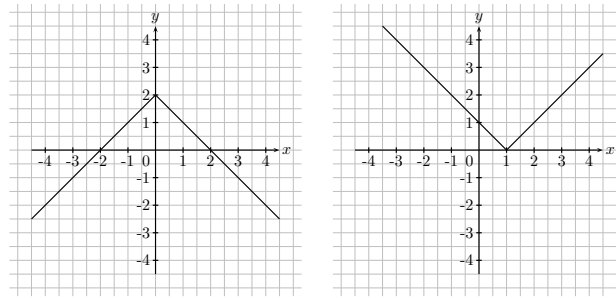
- (a)
- a : gibt die Änderung des y -Wertes an, wenn man x ausgehend vom Scheitelpunkt um 1 erhöht; im Falle $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet, im Falle $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet
 - b : x -Koordinate des Scheitelpunktes der Parabel; der Graph ist achsensymmetrisch bzgl. der senkrechten Gerade mit der Gleichung $x = b$
 - c : y -Koordinate des Scheitelpunktes der Parabel
- (b)
- Abbildung 1: $f(x) = x^2 - 2$
 - Abbildung 2: $f(x) = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
 - Abbildung 3: $f(x) = (x + 1)^2 - 3 = x^2 + 2x - 2$
 - Abbildung 4: $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$
 - Abbildung 5: $f(x) = -(x + 2)^2 + 1 = -x^2 - 4x - 3$
 - Abbildung 6: $f(x) = 2(x - 3)^2 - \frac{1}{2} = 2x^2 - 12x + 17,5$
- (c) $a = \alpha$, $b = -\frac{\beta}{2\alpha}$, $c = \gamma - \frac{\beta^2}{4\alpha}$
- (d) In den folgenden Abbildungen sind von links nach rechts die Graphen von f_1, f_2, f_3 dargestellt.



Aufgabe 7

- (a)
- Abbildung 1: $a = 1$, $b = 0$, $c = -3$
 - Abbildung 3: $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 0$
 - Abbildung 4: $a = -1$, $b = -1$, $c = 0$

(b) Graphen der Funktionen f_1 und f_2 :



Aufgabe 8

- (a) (a1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 (a2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, Bildbereich: $B_f = (0, \infty)$
 (a3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 (a4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
- (b) (b1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [0, \infty)$, Bildbereich: $B_f = [0, \infty)$
 (b2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [\frac{1}{2}, \infty)$, Bildbereich: $B_f = [-3, \infty)$
 (b3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [1, \infty)$, Bildbereich: $B_f = (-\infty, 1]$
 (b4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R}$, Bildbereich: $B_f = [0, \infty)$
- (c) (c1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (0, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$
 (c2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (-1, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$
 (c3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (\frac{3}{2}, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$
 (c4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$

Aufgabe 10

Die Aussagen (b), (d), (h) und (j) sind wahr, die restlichen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 11

- (c) Vorschrift von g : $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$
 (d) g ist die Umkehrfunktion zu f (und umgekehrt genauso).

Aufgabe 12

- (a) Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existiert nicht, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$
 (b) Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existiert und es gilt $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, f ist stetig an der Stelle $x = 1$
 (c) Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existiert nicht, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$
 (d) Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existiert und es gilt $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$