Prof. Dr. F. Schuricht
Dr. M. Herrich

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben der 5. Übung am 27. September 2023
Thema: Einführung in die Differential- und Integralrechnung

Aufgabe 1

(a) $f'(x) = 20x^3 - 21x^2 + 20$

(b) $f'(x) = 4x + \dfrac{18}{x^4}$

(c) $f'(x) = \dfrac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$

(d) $f'(x) = 2(x+1)\mathrm{e}^x$

(e) $f'(x) = \dfrac{-2x^3 + 6x^2 - 2}{(x^3-2)^2}$

(f) $f'(x) = 3\cos(3x-6)$

(g) $f'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

(h) $f'(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)} \cdot \cos(x)$

Aufgabe 2

(a) $y = \dfrac{1}{4}x + 1$

(b) $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$

Aufgabe 4

(a) Die Stelle $x = -2$ ist eine Nullstelle von f'. Dabei erfolgt ein Vorzeichenwechsel von f' von negativ zu positiv.

(b) $x = 3$: ist ein Sattelpunkt von f

(c) Bei $x = 3$ und etwa bei $x \approx -0{,}5$ besitzt f Wendestellen.

Aufgabe 5

- Nullstellen: $x_{N,1} = -3, \quad x_{N,2} = 0$
- lokale Extrempunkte: lok. Minimalpunkt $E_{\min} = (0,0)$, lok. Maximalpunkt $E_{\max} = (-2,4)$
- Wendepunkt: $W = (-1,2)$
- Verhalten der Funktion im Unendlichen: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
- Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = 1$: $y = -3x - 1$

Aufgabe 6

optimale Abmessungen: $a = 50\,\mathrm{m}, \quad b = 40\,\mathrm{m}$

maximaler Flächeninhalt: $A_{\max} = 2000\,\mathrm{m}^2$

Aufgabe 7

$b = \frac{2}{3}\sqrt{3}R \approx 1{,}1547R, \quad h = \frac{2}{3}\sqrt{6}R \approx 1{,}6330R$

Aufgabe 8

(b) (b1) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x$

(b2) $F(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}}$

(b3) $F(x) = 2x^3 + \frac{6}{x} + 2\ln|x|$

(b4) $F(x) = 3\mathrm{e}^x - 2^x \cdot \frac{1}{\ln(2)}$

Aufgabe 9

$F_1(x) = -\cos(x) + \sin(x) + 1, \qquad F_2(x) = -\cos(x) + \sin(x) + 5$

Aufgabe 10

(a) $F(x) = \ln|x+3|$

(b) $F(x) = -\frac{1}{4}\cos(4x-3)$

(c) $F(x) = \left(\frac{1}{4}x - 1\right)^4$

(d) $F(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}$

Aufgabe 11

Nur Aussage (ii) ist wahr.

Aufgabe 12

(a) $\int_0^2 (2 - x^2)\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}$

Der Integralwert stimmt <u>nicht</u> mit dem Inhalt der Fläche überein, die der Graph des Integranden im Intervall $[0,2]$ mit der x-Achse einschließt.

(b) $\int_{-1}^2 \frac{1}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}$

Der Integralwert stimmt mit dem Inhalt der Fläche überein, die der Graph des Integranden im Intervall $[0,2]$ mit der x-Achse einschließt.

(c) $\displaystyle\int_0^4 \sqrt{2x+1}\,\mathrm{d}x = \frac{26}{3}$

Der Integralwert stimmt mit dem Inhalt der Fläche überein, die der Graph des Integranden im Intervall $[0,2]$ mit der x-Achse einschließt.