Prof. Dr. F. Schuricht
Dr. M. Herrich

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben der 1. Übung am 21. September 2023
Thema: Logik, Mengenlehre

Aufgabe 1

Eine Aussage ist ein sinnvolles sprachliches Gebilde, dem eindeutig ein Wahrheitswert zugeordnet werden kann.

(a) ist eine Aussage; sie ist wahr

(b) ist eine Aussage; sie ist falsch

(c) ist keine Aussage (x ist nicht spezifiziert)

(d) ist eine Aussage; sie ist wahr

Aufgabe 2

(a) p ist wahr, q ist wahr, r ist falsch

(b)
- $\overline{p}$: „5 ist eine gerade Zahl.“ $\to$ falsch
- $p \wedge q$: „5 ist sowohl ungerade als auch eine Primzahl.“ $\to$ wahr
- $p \vee q$: „5 ist ungerade oder eine Primzahl (oder beides).“ $\to$ wahr
- $\overline{p \wedge r}$: „5 besitzt nicht die Eigenschaft, sowohl ungerade als auch durch 3 teilbar zu sein.“ $\to$ wahr
- $\overline{p} \vee \overline{r}$: „5 ist gerade oder nicht durch 3 teilbar (oder beides).“ $\to$ wahr

Aufgabe 3

(a) „Es existiert (mindestens) eine reelle Zahl x, für die gilt: $x^2 = 2$.“ $\to$ wahr

(b) „Es existiert (mindestens) eine natürliche Zahl n, für die gilt: $n^2 = 2$.“ $\to$ falsch

(c) „Für jede reelle Zahl x gilt $x^2 \geq 0$.“ $\to$ wahr

(d) „Für jede reelle Zahl x gilt $x^2 > 0$.“ $\to$ falsch

Aufgabe 4

(a) (a1) $x \geq 2$ ist keine notwendige, aber eine hinreichende Bedingung für $x^2 \geq 4$.
(a2) $|x| \geq 2$ ist sowohl eine notwendige als auch eine hinreiche Bedingung für $x^2 \geq 4$.
(a3) $2x^2 > 5$ ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für $x^2 \geq 4$.

(c) (c1) $f'(x^*) = 0$ ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.
(c2) $f''(x^*) \neq 0$ ist weder eine notwendige noch eine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.
(c3) Dass $f'(x^*) = 0$ und $f''(x^*) \neq 0$ gilt, ist keine notwendige, aber eine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.

Aufgabe 5

(a) $A \cap B = \{2, 4\}$, $\quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $\quad A \setminus B = \{1, 3\}$, $\quad B \setminus A = \{6\}$
A und B sind nicht disjunkt. Keine der beiden Mengen ist Teilmenge der anderen.

Aufgabe 6

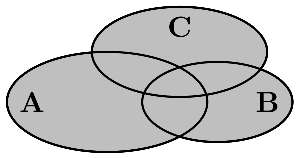
(a) $A = \{1, 3, 5, 15\}$

(c) $C = \{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$ (C ist die Menge der Quadratzahlen)

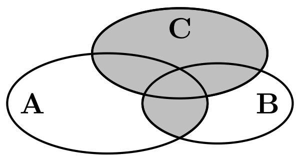
(d) $D = \emptyset$

Aufgabe 8

(a) (a1) $A \cup B \cup C$:



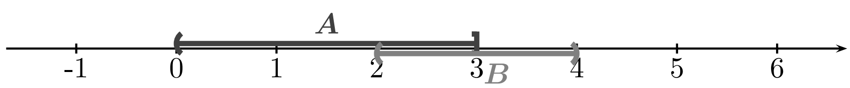
(a3) $(A \cap B) \cup C$:



(b) (b1) $A \cap B \cap C$
(b3) $(A \cup B) \cap C$ (oder auch $(A \cap C) \cup (B \cap C)$)

Aufgabe 9

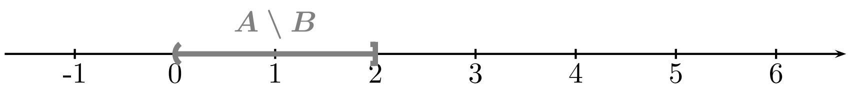
(a) Veranschaulichung der Mengen A und B:



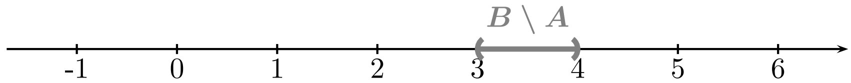
- $A \cap B = (2, 3]$

- $A \cup B = (0, 4)$

- $A \setminus B = (0, 2]$



- $B \setminus A = (3, 4)$

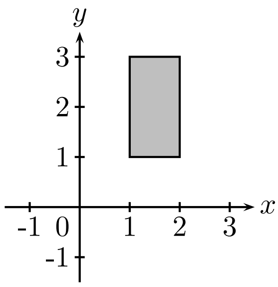


Aufgabe 10

(a) $A = [-1, 2)$ (c) $C = (-\infty, -1] \cup (1, 2] \cup (7, \infty)$ (e) $E = (1, 3)$

Aufgabe 11

(a) $A \times B = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2,\, 1 \leq y \leq 3\}$
In der folgenden Abbildung ist die Menge $A \times B$ grau gefärbt.



Aufgabe 12

(a) richtig	(b) falsch	(c) richtig	(d) richtig
(e) richtig	(f) falsch	(g) richtig	(h) falsch