Projekt pri predmetu Matematično modeliranje

Kosta Leštov

September 2021

1 Strategija A

Vedno stavimo ves denar na barvo, ki je bolj verjetna. Če sta obe barvi enako verjetni, vržemo kovanec in si izberemo eno glede na izid. Implementacija te strategije je v datoteki `apply_strategy_a.m`. V prvem koraku sta obe barvi enako verjetni, zato naključno odločimo, na katero barvo bomo stavili. Za preostale korake moramo šteti, koliko kart vsake barve smo že videli. To naredimo s pomočjo dveh vrstičnih vektorjev. Eden ima enke, kjer smo videli črno karto, in ničle, kjer smo videli rdečo karto. Drugi pa ravno obratno od prvega. Združimo jih skupaj v 2×52 matriko. Z desne strani pomnožimo s 52×52 zgornje trikotno matriko enic in dobimo 2×52 matriko, ki v i-tem stolpcu vsebuje število črnih in število rdečih kart, ki smo jih že videli do vključno i-tem koraku.

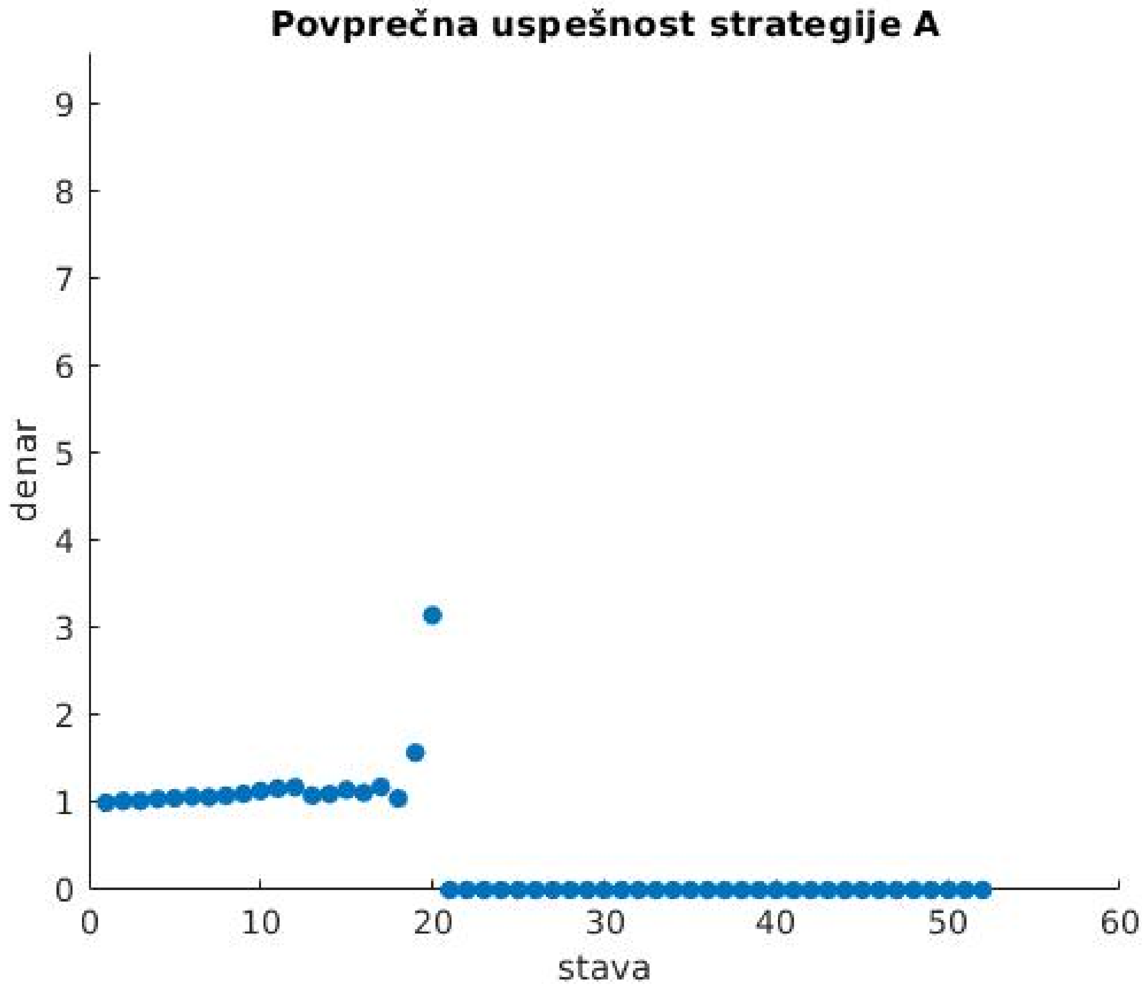
Poglejmo primer. Naj naslednje zaporedje predstavlja barve kart, ko so vse položene na mizo. R, R, Č, Č, R, Č, R, R, Č, Č, R, R, Č, R, Č, R, R, Č, R, Č, Č, R, Č, R, Č, Č, R, R, R, Č, R, R, Č, Č, Č, Č, R, Č, Č, R, Č, Č, Č, R, Č, R, Č, R, R, R, R, Č.
Matrika, s katero sledimo število kart vsake barve, ki smo jih videli, ima naslednjo obliko

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 25 & 25 & 25 & 25 & 26 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & \cdots & 23 & 24 & 25 & 26 & 26 \end{bmatrix}.$$

Če smo na i-tem koraku igre, se za naslednjo stavo odločamo tako, da upoštevamo številke na pozicijah $(1, i-1)$ in $(2, i-1)$ v matriki.

Prednost te strategije je, da vedno stavimo na barvo, ki je bolj verjetna. Slabost strategije je, da vedno stavimo ves denar, tudi če vržemo kovanec. Če izgubimo eno samo stavo, izgubimo ves denar in ne moremo nadaljevati.

Da bi dobili občutek, kako deluje ta strategija, jo bomo milijonkrat simulirali in na vsakem koraku pogledali povprečni dobitek. Naslednji graf prikazuje povprečno stanje denarja na vsakem koraku.

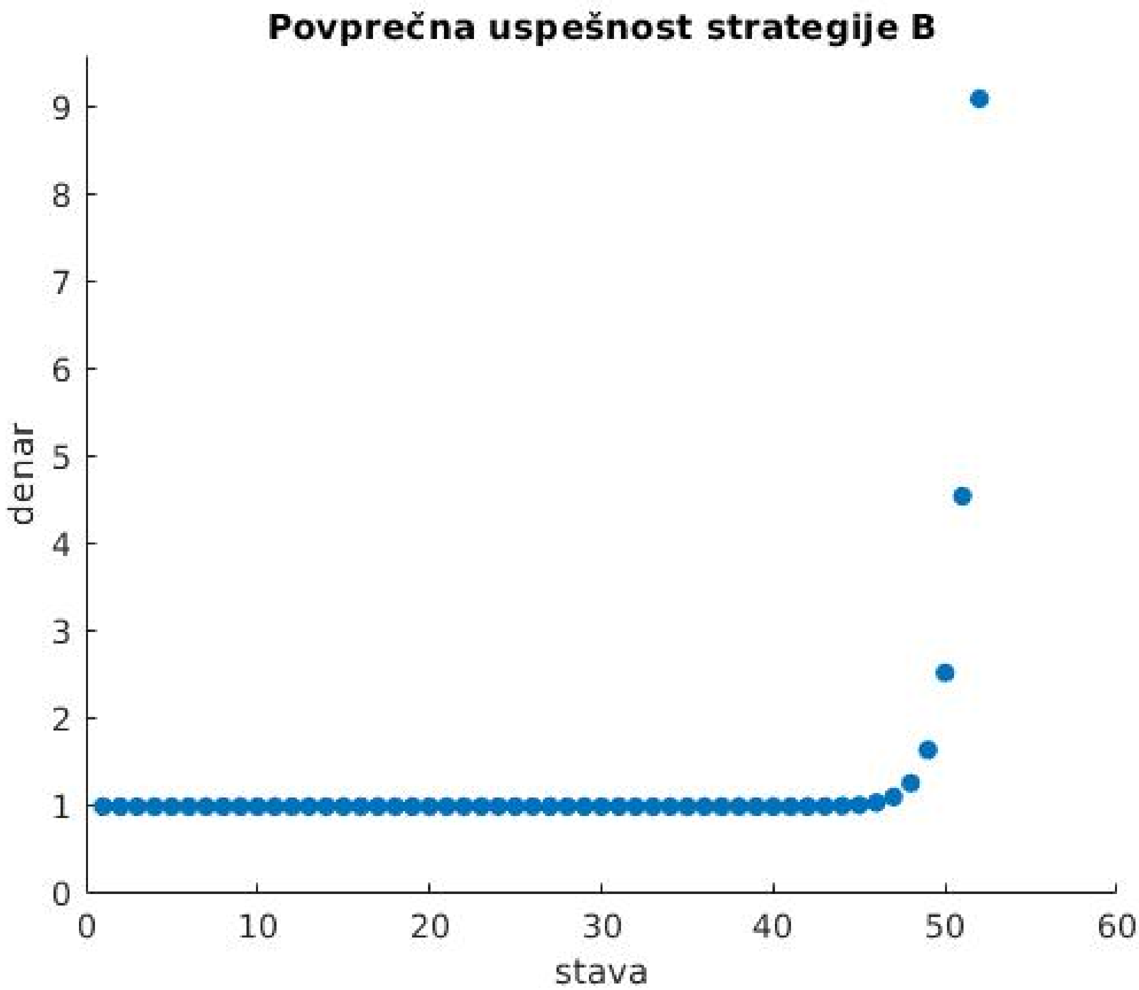


Vidimo, da v prvih korakih igre ne moremo pričakovati velikih dobitkov. Prav tako vidimo, da v vseh milijonih simulacijah nikoli nismo naredili več kot 20 uspešnih stav. To pomeni, da če nameravamo staviti na vseh 52 kart, potrebujemo drugačno strategijo. Če lahko igro zapustimo, kadar koli želimo, se nam splača staviti na največ 20 kart. Čeprav je pridobitek, ki ga lahko pričakujemo, zelo majhen.

2 Strategija B

Počakajmo, da vemo barvo vseh preostalih kart, ne da bi kaj stavili, potem pa vedno stavimo ves denar na barvo, ki je ostala. Implementacija te strategije je v datoteki `apply_strategy_b.m`.

Ker je vrstni red kart določen, preden začnemo staviti, si lahko ogledamo karte, ki jih je treba še postaviti na mizo, da simuliramo igro. Ker je zaporedje enobarvnih kart dolžine največ 26, pogledamo samo drugo polovico kart. Tako kot v prejšnjem primeru uporabljamo vrstične vektorje z indikatorji položaja črnih in rdečih kart. Združimo jih skupaj v 2×52 matriko. Z desne strani pomnožimo s 26×26 spodnje trikotno matriko enic. S tem dobimo 2×26 matriko, ki v i-tem stolpcu vsebuje število črnih in število rdečih kart, ki so pred i-tem koraku še neznane. S to matriko vidimo, kdaj se začne zaporedje enobarvnih kart. Ker ne stavimo denar, ko bi lahko še izgubili, obdržimo 1\$, dokler vse preostale karte niso iste barve. To pomeni, da imamo zagotovljen dobitek najmanj 1\$. Naslednji graf prikazuje povprečno stanje denarja na vsakem koraku v enem milijonu simulacij.

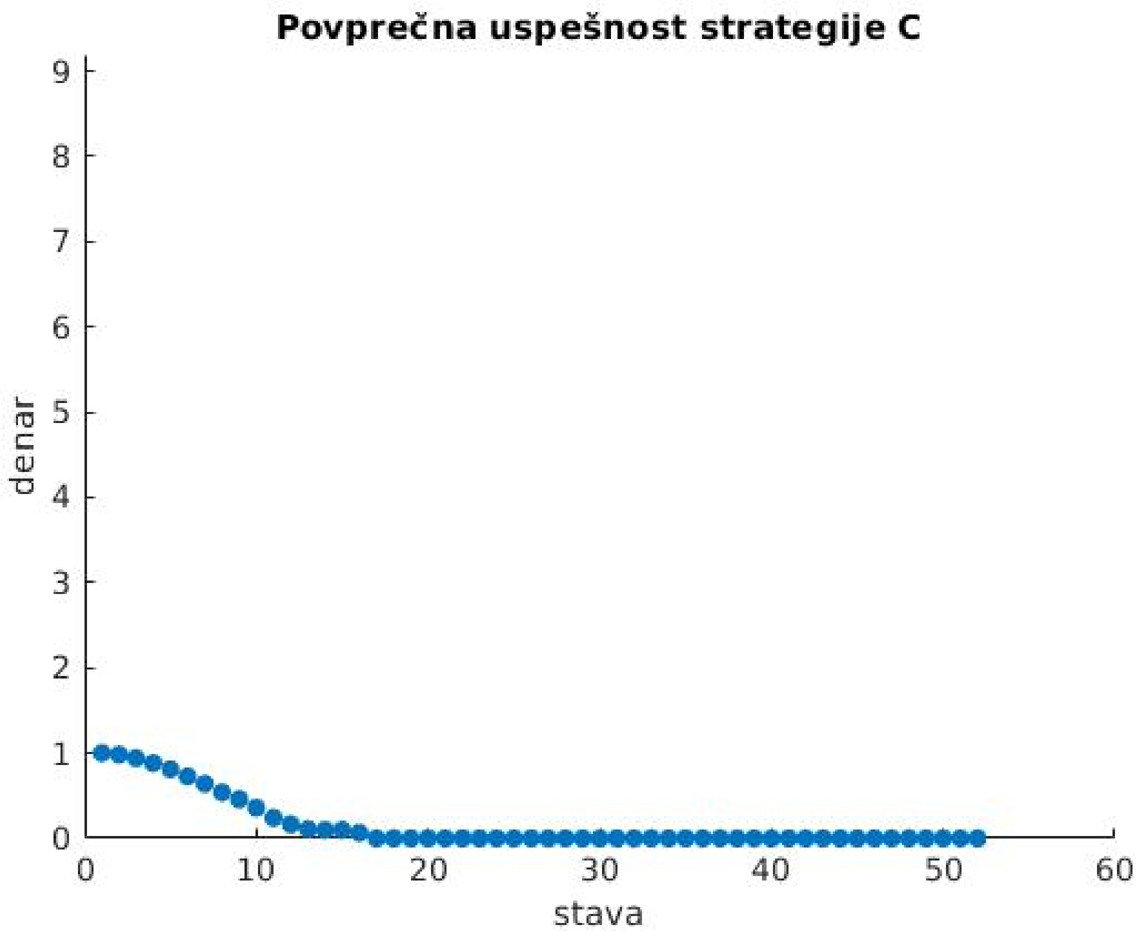


Na koncu igre lahko pričakujemo, da bomo pridobili 8\$. Od vseh treh strategij je ta najboljša, če stavimo na vseh 52 kart.

3 Strategija C

Dokler ne vemo, da so vse preostale karte enake barve, stavimo ves denar na manj verjetno barvo, potem pa ves denar na preostalo barvo. Implementacija te strategije je v datoteki `apply_strategy_c.m`. Vse naredimo enako kot v strategiji A, z dodatnim preverjanjem, ali je na voljo le ena barva.

Težava te strategije je v tem, da ves čas stavimo ves denar na manj verjeten izid. Naslednji graf prikazuje povprečno stanje denarja na vsakem koraku v enem milijonu simulacij.



Kot pričakovano, izgubimo ves denar, preden lahko stavimo na zagotovljen dogodek. Od vseh treh strategij je ta najslabša, saj se niti ne splača uporabiti za krajše igre.