Algorytmy macierzowe - rekurencyjne mnożenie macierzy

Jakub Karoń, Kamil Lesiński

Grupa 6

15.10.2024

1 Opis ćwiczenia

Proszę wybrać ulubiony język programowania, wygenerować macierze losowe o wartościach z przedziału otwartego (0.00000001, 1.0) i zaimplementować

- 1. Rekurencyjne mnożenie macierzy metodą Binét'a (10 punktów)
- 2. Rekurencyjne mnożenie macierzy metodą Strassena (10 punktów)
- 3. Mnożenie macierzy metodą AI na podstawie artykułu w Nature (10 punktów)

Proszę zliczać liczbę operacji zmienno-przecinkowych (+-*/_liczb_) wykonywanych podczas mnożenia macierzy.

2 Środowisko

Ćwiczenie zostało wykonane w języku Python. Do obliczeń użyliśmy biblioteki numpy. Do rysowania wykresów użyliśmy bibliotekę matplotlib.

3 Implementacja algorytmów

3.1 Rekurencyjne mnożenie macierzy metodą Binete'a

binet_multiply(A,B): # Binet Matrix Multiplication
Jeżeli A oraz B mają rozmiar 1:

• Zwróć A*B

W przeciwnym wypadku:

• Podziel A i B na 4 równych rozmiarów mniejsze macierze

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Zapisz do pomocniczych zmiennych M:

 $M_0 = binet_multiply(A_{11}, B_{11})$ $M_1 = binet_multiply(A_{12}, B_{21})$

 $M_2 = binet_multiply(A_{21}, B_{11})$

 $M_3 = binet_multiply(A_{22}, B_{21})$

 $M_4 = binet_multiply(A_{11}, B_{12})$

 $M_5 = binet_multiply(A_{12}, B_{22})$

 $M_6 = binet_multiply(A_{21}, B_{12})$

 $M_7 = binet_multiply(A_{22}, B_{22})$

Zapisz macierz C jako:

 $C_1 = M_0 + M_1$

 $C_2 = M_4 + M_5$

 $C_3 = M_2 + M_3$

 $C_4 = M_6 + M_7$

Zwróć C

3.2 Rekurencyjne mnożenie macierzy metodą Strassena

 $strassen_multiply(A,B)$:

Strassen Matrix Multiplication

Jeżeli A oraz B mają rozmiar 1:

• Zwróć A*B

W przeciwnym wypadku:

• Podziel A i B na 4 równych rozmiarów mniejsze macierze

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Zapisz do pomocniczych zmiennych M:

 $M_1 = strassen_multiply(A_{11} + A_{22}, B_{11} + B_{22})$

 $M_2 = strassen_multiply(A_{21} + A_{22}, B_{11})$

 $M_3 = strassen \ multiply(A_{11}, B_{12} - B_{22})$

 $M_4 = strassen_multiply(A_{22}, B_{21} - B_{11})$

 $M_5 = strassen_multiply(A_{11} + A_{12}, B_{22})$

 $M_6 = strassen_multiply(A_{21} - A_{11}, B_{11} + B_{12})$

 $M_7 = strassen_multiply(A_{12} - A_{22}, B_{21} + B_{22})$

Zapisz macierz C jako:

$$C_1 = M_1 + M_4 - M_5 + M_7$$

$$C_2 = M_3 + M_5$$

$$C_3 = M_2 + M_4$$

$$C_4 = M_1 - M_2 + M_3 + M_6$$

Zwróć C

- 3.3 Rekurencyjne mnożenie macierzy zaproponowane przez AI
- 4 Analiza pomiarów