

EVALUACIÓN PRIMER PARCIAL

1. Sean las matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hallar la matriz X que verifica la ecuación matricial

$$3X + 2A = 6B - 4A + 3C$$

$$3X = 6B - 4A - 2A + 3C$$

$$3X = 6B - 6A + 3C$$

$$X = \frac{6B - 6A + 3C}{3}$$

$$X = 2B - 2A + C$$

$$2B = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$-2A = -2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = 2B - 2A + C$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

2- Demostrar que $A^2 - A - 2I = 0$, sabiendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0+1+1 & 0+0-1 & 0+1+0 \\ 0+0+1 & 1+0+1 & 1+0+0 \\ 0+1+0 & 1+0+0 & 1+1+0 \end{pmatrix}$$

$$2I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - A - 2I = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad S = X$$

3- Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Cramer.

$$\begin{cases} -x + 4y = -6 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 3 - 8 = -5$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} = 18 - 28 = \frac{-10}{-5} = 2 \quad \text{DE} + \Delta x - \Delta = \Delta x + xE$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = -7 - (-12) = \frac{5}{-5} = -1$$

$$x = 2 \quad y = -1$$

4- Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Cramer.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + z = -5 \\ x - y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 5 + 10 - (-5 - 1 - 30) = 44 \quad \Delta x = \frac{44}{22} = 2 \quad \text{DE}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -5 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 15 + 15 + 1 - (5 + 5 - 9) = 22 \quad \Delta y = \frac{0}{22} = 0 \quad \text{DE}$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 5 + 3 - 10 - (1 + 5 - 30) = -2 - (-24) = 22 \quad \Delta z = \frac{22}{22} = 1 \quad \text{DE}$$

$$x = 2 ; y = 0 ; z = 1$$

5: Determina el límite de $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{3x^2 + 8x + 5}$

$$\frac{2(-1)^2 - (-1) - 3}{3(-1)^2 + 8(-1) + 5} = \frac{2 + 1 - 3}{3 - 8 + 5} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

$$\frac{(2x+3)(x+1)}{(3x+5)(x+1)} = \frac{2x+3}{3x+5} \Big|_{x=-1} = \frac{-2+3}{-3+5} = \frac{1}{2} //$$

6: Determina el (± 0) de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x - 14}$

$$\frac{(-2)^2 - (-2) - 6}{(-2)^2 - 5(-2) - 14} = \frac{4 + 2 - 6}{4 + 10 - 4} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

$$\frac{(x-3)(x+2)}{(x-7)(x+2)} = \frac{(x-3)}{(x-7)} = \frac{-2-3}{-2-7} = \frac{5}{9} //$$

7: Halle la derivada de $f(s) = \sqrt{2-3s^2}$

$$f(s) = (2-3s^2)^{1/2}$$

$$f'(s) = -3s(2-3s^2)^{-1/2}$$

$$f'(s) = \frac{1}{2}(2-3s^2)^{-1/2}(-6s)$$

$$f'(s) = \frac{-3s}{\sqrt{2-3s^2}} //$$

$$f'(s) = -\frac{6s}{2}(2-3s^2)^{-1/2}$$

$$f'(s) = -\frac{6s}{2}(2-3s^2)^{-1/2}$$

8: Halle la derivada implícita de $2x^3y + 3xy^3 = 5$

$$f(x) = 6x^2y + 2x^3y' + 3y^3 + 3x^3y^2y' = 0$$

$$f'(x) = 2x^3y' + 3x^3y^2y' = -6x^2y - 3y^2$$

$$y' (2x^3 + 3x^3y^2) = -6x^2y - 3y^2$$

$$y' = \frac{-6x^2y - 3y^2}{2x^3 + 9x^3y^2}$$

9) Trace la grafica, encuentre los puntos de inflexión y determine los intervalos donde la grafica es ascendente, descendente, concava y convexa.

$$g(x) = x^4 - 8x^3$$

$$g'(x) = 4x^3 - 24x^2$$

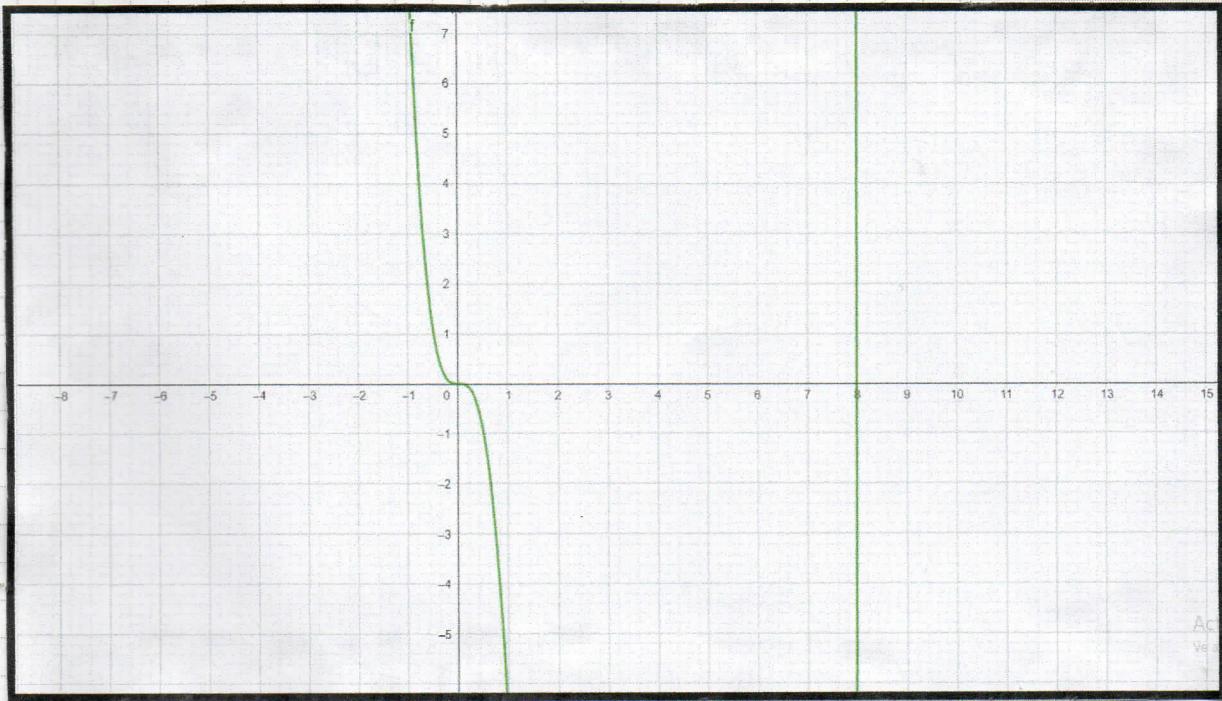
$$g''(x) = 12x^2 - 48x$$

Puntos de Inflexión

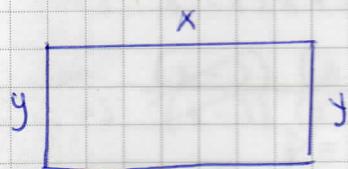
$$(0, 0)$$

Concavidad

- Para $x \in (-\infty, 0)$; la función es concava hacia arriba
- Para $x \in (0, 4)$; la función es concava hacia abajo
- Para $x \in (4, \infty)$ la función es concava hacia arriba.



10) Utilizando derivadas resuelva el problema siguiente.
Un rectángulo tiene 120m de perímetro. Determine las medidas de los lados del rectángulo que generan la mayor superficie.



Datos

x, y son las longitudes de rectángulo

$$P: 2x + 2y = 120 \text{ donde } y = 60 - x$$

$$A'(x) = 60 - 2x$$

$$A'(x) = 30$$

$$A''(x) = -2$$

$$A''(30) = -2(30)$$

$$A''(30) = -60 //.$$

DELTAMATH.

$$\begin{cases} 7x - 5y + 4z = 4 & (1) \\ -10x + 3y - 2z = 8 & (2) \\ x + 2y - 4z = -2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y + 4z = 4 & (1) \\ -10x + 3y - 2z = 8 & (2) \\ x + 2y - 4z = -2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y + 4z = 4 & (1) \\ -10x + 3y - 2z = 8 & (2) \\ x + 2y - 4z = -2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y + 4z = 4 \\ -10x + 3y - 2z = 8 \\ -13x + y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y + 4z = 4 & (1) \\ x + 2y - 4z = -2 & (3) \end{cases}$$

$$x + 7x - 5y + 4z + x + 2y - 4z = 4 - 2$$

$$18x - 3y = 2$$

$$\begin{cases} -13x + y = 20 \\ 8x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -39x + 3y = 60 \\ 8x - 3y = 2 \\ \hline -31x = 62 \end{array}$$

$$-31x = 62$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$8(-2) - 3y = 2$$

$$-16 - 3y = 2$$

$$-3y = 18$$

$$y = \frac{18}{3} \quad |y = -6|$$

$$7x - 5y + 4z = 4$$

$$7(-2) - 5(-6) + 4z = 4$$

$$-14 + 30 + 4z = 4$$

$$16 + 4z = 4$$

$$4z = 4 - 16$$

$$z = \frac{-12}{4} \quad |z = -3$$

$$\boxed{z = -3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 11x + 24}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 11x + 24} ; \quad \begin{matrix} (3)^2 - 10(3) + 21 \\ (3)^2 - 11(3) + 24 \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-7)}{(x-3)(x-8)} ; \quad \begin{matrix} 9 - 30 + 21 \\ 9 - 33 + 24 \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-7}{x-8} ; \quad \begin{matrix} -21 + 21 \\ -24 + 24 \end{matrix} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3)-7}{(3)-8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4}{-5} //.$$

Given $f(x) = \sin^{-1}(5x)$ find $f'(x)$ in simplest form

$$\sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(5x)^2}} \cdot 5$$

$$f'(x) = \frac{5}{\sqrt{1-25x^2}} //$$

Find the derivative of the following function $y = \log_2(5x^2)$

$$y' = \frac{1}{(5x^2)\ln 2} \cdot (25x^4)$$

$$y' = \frac{5}{\ln(2)x} //$$