Les équations

Activité 1. Trois programmes de calculs

Alice et Bertrand saisissent le même nombre de départ sur leurs calculatrices puis effectuent les programmes de calculs suivants :

- **Alice multiplie le nombre de départ par 8 puis ajoute 7 au résultat obtenu.**

- **Bertrand multiplie le nombre de départ par 6 puis ajoute 13 au résultat obtenu.**

Ils s'aperçoivent alors que leurs calculatrices affichent le même résultat.

a) Le nombre 1 est-il leur nombre de départ ? Justifie tes calculs.

b) Et le nombre 2 ? Poursuis jusqu'à ce que tu trouves le nombre solution.

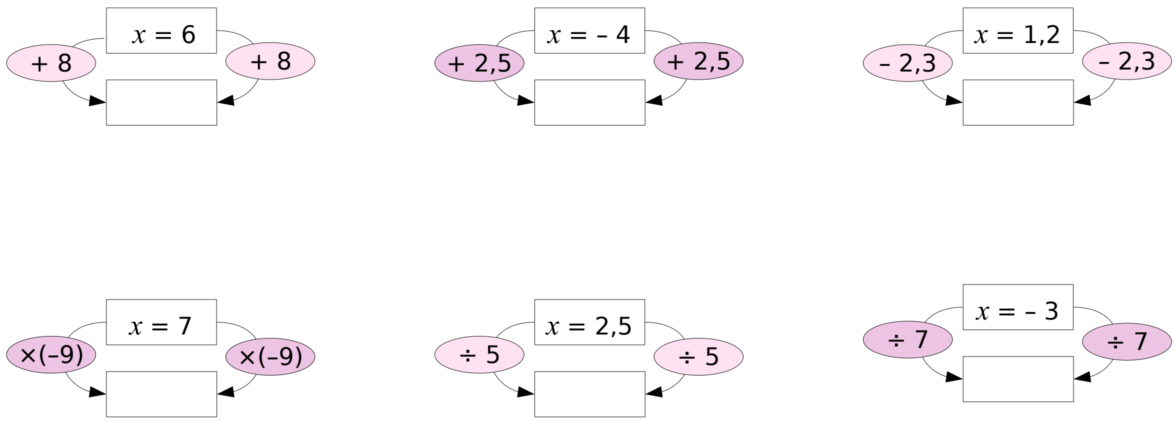
Chloé effectue, avec le même nombre de départ qu'Alice et Bertrand, le programme de calculs suivant :

- **Chloé multiplie le nombre de départ par 3 puis ajoute 30 au résultat obtenu.**

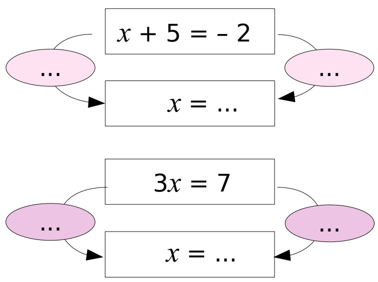
c) Trouve-t-elle le même résultat qu'Alice et Bertrand ? Justifie.

Activité 2. Techniques de résolution d'équations

1) Recopie puis transforme chaque égalité en une égalité équivalente.



2) Le but est de déterminer ***x*** dans chacune des équations suivantes. Recopie puis détermine l'opérateur.



On rédige de la façon suivante :

$$x + 5 = -2$$
$$x + 5 - 5 = -2 - 5$$
$$x = -7$$

On rédige de la façon suivante :

$$3x = 7$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$$
$$x = \frac{7}{3}$$

3) Utilise d'abord les opérateurs pour résoudre les équations suivantes puis rédige comme ci-dessus. Vérifie ensuite que ta solution est juste.

a) $x - 5,2 = 2,6$ *b)* $-7x = -14$ *c)* $-x = 7,2$

4) De la même façon mais en deux étapes, résous les équations suivantes :

a) $2x + 3 = 5$

b) $7x - 6 = -1$

c) $2{,}6 - 3x = -1{,}4$

Activité 3. Choix de l'inconnue

Trois personnes se partagent la somme de 316 €. On veut trouver la part de chacune sachant que la seconde a 32 € de plus que la première et que la troisième a 15 € de plus que la seconde.

1) Soit x la part de la première personne. Mets ce problème en équation puis résous-le.

2) Soit x la part de la deuxième personne. Mets ce problème en équation puis résous-le.

3) Y a-t-il une autre possibilité pour le choix de l'inconnue ? Si oui, mets ce problème en équation à partir de ce choix puis résous-le.

4) Conclus.

Activité 4. Mise en équation

On reprend les programmes de calculs des trois camarades de l'**Activité 1** :

- Alice multiplie un nombre par 8 puis ajoute 7 au résultat obtenu ;
- Bertrand multiplie un nombre par 6 puis ajoute 13 au résultat obtenu ;
- Chloé multiplie un nombre par 3 puis ajoute 30 au résultat obtenu.

1) On appelle x le nombre de départ affiché sur les calculatrices d'Alice et Bertrand.

Écris l'équation que doit vérifier x pour que leurs résultats soient les mêmes après avoir effectué chacun leur programme de calculs puis résous-la.

2) On appelle y le nombre de départ affiché sur les calculatrices d'Alice et Chloé.

Écris l'équation que doit vérifier y pour que leurs résultats soient les mêmes après avoir effectué chacun leur programme de calculs puis résous-la.

3) On appelle z le nombre de départ affiché sur les calculatrices de Bertrand et Chloé.

Écris l'équation que doit vérifier z pour que leurs résultats soient les mêmes après avoir effectué chacun leur programme de calculs.

1) Vocabulaire

Définition : Une **équation** est une expression dans laquelle il y a toujours un signe égal et une ou plusieurs inconnues (désignées chacune par une lettre, en général).

Exemple 1 : $2x^2 - 5 = x + 10$ est une équation où l'inconnue est désignée par la lettre x.
Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (le membre de gauche) et $x + 10$ (le membre de droite).

Définition : **Résoudre une équation** d'inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs de x (si elles existent) pour que l'égalité soit vraie. Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation**.

Exemple 2 : Les solutions de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$ sont les valeurs du nombre x pour lesquelles l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$ est vérifiée.

Exemple 3 : 3 est-il une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$?

Pour $x = 3$, on calcule séparément $\mathbf{2x^2 - 5}$ et $\mathbf{x + 10}$:

$$\mathbf{2x^2-5=2\cdot 3^2-5=2\cdot 9-5=18-5=13}$$

$$\mathbf{x+10=3+10=13}$$

On constate qu'il y a égalité donc **3** est une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$.

2) Résolution d'une équation du premier degré

Propriétés : Pour tous nombres a, b et c :

• Une égalité reste vraie **si on ajoute ou si on soustrait un même nombre** à ses deux membres.	• si $a = b$ alors $a + c = b + c$ • si $a = b$ alors $a - c = b - c$
• Une égalité reste vraie **si on multiplie ou si on divise** ses deux membres **par un même nombre non nul**.	• si $a = b$ alors $a\cdot c = b\cdot c$ • si $a = b$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (où $c \neq 0$)

Exemple 1 : Résous les équations suivantes :

- $x - 5 = 3$
- $4x = 9$

Correction :

- $x - 5 = 3$

  $x - 5 + \mathbf{5} = 3 + \mathbf{5}$

  $x = 8$

  La solution de cette équation est 8.

- $4x = 9$

  $4x \div \mathbf{4} = 9 \div \mathbf{4}$

  $x = \dfrac{9}{4}$

  La solution de cette équation est $\dfrac{9}{4}$.

Exemple 2 : Résous l'équation $7x + 2 = 4x + 9$.

Correction :

$7x + 2 = \mathbf{4x} + 9$

$7x + 2 - \mathbf{4x} = \mathbf{4x} + 9 - \mathbf{4x}$ ⟶ **On élimine les termes en *x* dans le membre de droite** en retranchant **4*x*** aux deux membres.

$3x + \mathbf{2} = 9$

$3x + \mathbf{2} - \mathbf{2} = 9 - \mathbf{2}$ ⟶ **On isole le terme en *x* dans le membre de gauche** en retranchant **2** aux deux membres.

$\mathbf{3}x = 7$

$\dfrac{\mathbf{3x}}{\mathbf{3}} = \dfrac{7}{\mathbf{3}}$ ⟶ **On cherche la valeur de l'inconnue *x*** en divisant les deux membres par **3**.

$x = \dfrac{7}{3}$

Ainsi $7x + 2 = 4x + 9$ pour l'unique solution $x = \dfrac{7}{3}$.

Puis, on vérifie que $\dfrac{7}{3}$ est une solution de l'équation $7x + 2 = 4x + 9$.

3) Résolution de problème

Définition : **Mettre en équation un problème**, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique.

Exemple : Trouve le nombre tel que son double augmenté de 7 soit égal à 3.

Etape n°1 : Choix de l'inconnue	Soit **x** le nombre cherché.	**On note** généralement x l'inconnue.
Etape n°2 : Mise en équation	Le double du nombre augmenté de 7 est 2x + 7 $2x + 7 = 3$	**On exprime les informations données** dans l'énoncé en fonction de x. La phrase de l'énoncé se traduit ainsi.
Etape n°3 : Résolution de l'équation	$2x + 7 = 3$ $2x + 7 - \mathbf{7} = 3 - \mathbf{7}$ $2x = -4$ $x = \frac{\mathbf{-4}}{\mathbf{2}} = \mathbf{-2}$	**On résout l'équation** à l'aide des propriétés de la **partie 2)**.
Etape n°4 : Vérification que la valeur trouvée est solution du problème	$2 \cdot (-2) + 7 = -4 + 7 = 3$	**On calcule.** Le double de -2 augmenté de 7 est bien égal à 3.
Etape n°5 : Conclusion	Le nombre cherché est donc **-2**	