

Les racines

1) Définition de la racine carrée

Définition : La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté \sqrt{a} , dont le carré est a .

Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé **radical**.

Remarques :

- Le carré d'un nombre est toujours positif.
- Lorsque a est un nombre strictement négatif, \sqrt{a} n'existe pas et n'a donc pas de sens.

Règles : Pour tout nombre **positif** a , on a $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple 1 : Calcule $\sqrt{1}$; $(\sqrt{3,6})^2$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{5^2}$; $\sqrt{(-5)^2}$; $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ et $\sqrt{1,3 \cdot 1,3}$.

Correction :

- $1^2 = 1$ et 1 est positif donc $\sqrt{1} = 1$
- 3,6 est positif donc $(\sqrt{3,6})^2 = 3,6$
- $3^2 = 9$ et 3 est positif donc $\sqrt{9} = 3$
- -5 est négatif donc $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
- 2 est positif donc $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
- 1,3 est positif donc $\sqrt{1,3 \cdot 1,3} = \sqrt{1,3^2} = 1,3$

Définition : Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

Remarque : La racine carrée d'un carré parfait est un nombre entier.

2) Produit et quotient de racines carrées

A) Multiplication de racines carrées

Règle : Pour tous nombres positifs a et b , $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Exemple 2 : Écris le nombre $C = \sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers positifs, b étant le plus petit possible.

Correction : $C = \sqrt{16 \cdot 2} \rightarrow$ On fait apparaître le produit d'un carré parfait (le plus grand possible) par un entier.

$$C = \sqrt{4^2 \cdot 2}$$

$$C = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{2}$$

→

On décompose la racine carrée du produit
puis on applique la définition d'une racine
carrée

$$C = 4 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

B) Quotient de racines carrées

Règle : Pour tous **nombre**s positifs a et b ($b \neq 0$), $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple 3 : Simplifie les nombres $D = \sqrt{\frac{36}{25}}$ et $E = \sqrt{\frac{0,56}{0,08}}$

Correction : $D = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$

$$E = \frac{\sqrt{0,56}}{\sqrt{0,08}} = \sqrt{\frac{0,56}{0,08}} = \sqrt{\frac{0,56 \cdot 100}{0,08 \cdot 100}} = \sqrt{\frac{56}{8}} = \sqrt{7}$$

3) Réduction de sommes

À savoir :

- ♦ La somme de deux racines carrées n'est pas égale à la racine carrée de la somme :

Exemple 4 : $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$

- ♦ Pour simplifier une somme de racines carrées, il faut :
 - simplifier chaque racine carrée comme le montre l'exemple 2 de la partie 2) A).
 - factoriser la somme avec les racines carrées identiques comme le montre l'exemple ci-dessous.

Exemple 5 : Réduis la somme $A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

Correction :

$$A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} \rightarrow \text{On remarque que } \sqrt{5} \text{ est un facteur commun aux trois termes de la somme.}$$

$$A = (1-2+7)\sqrt{5} \rightarrow \text{On factorise par } \sqrt{5}.$$

$$A = 6\sqrt{5} \rightarrow \text{On réduit la somme.}$$