

Les nombres relatifs

1) Vocabulaire

Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.

Il peut être précédé d'un signe + ou -.

Le nombre sans son signe s'appelle la distance à zéro de ce nombre ou encore sa partie numérique.

Exemple : la distance à zéro du nombre -2,7 est 2,7.

Définition :

- Deux nombres qui ont la même distance à zéro mais des signes contraires sont dits **opposés**.
- 0 est neutre, il n'a pas de signe.

Exemple : l'opposé du nombre -2,7 est +2,7. L'opposé de +4 est -4.

Propriété :

- Un nombre relatif **négatif** est inférieur à un nombre relatif **positif**.
- Deux nombres relatifs **positifs** sont rangés dans l'ordre de leurs distances à zéro.
- Deux nombres relatifs **négatifs** sont rangés dans l'ordre inverse de leurs distances à zéro.

Exemple : compare les nombres suivants :

- -2 et -6 \rightarrow $-2 > -6$
- +2 et +6 \rightarrow $+2 < +6$
- -2 et +6 \rightarrow $-2 < +6$

2) Additionner deux nombres relatifs

Règle :

- Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on garde le signe commun et on additionne leurs distances à zéro.
- Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande.

Exemple : additionner deux nombres relatifs

- $A = (-2) + (-3) \rightarrow A = (-2) + (-3) = -(2 + 3) = -5$
- $B = (-5) + (+7) \rightarrow B = (-5) + (+7) = +(7 - 5) = +2$
- $C = (+2) + (+4) \rightarrow C = (+2) + (+4) = +(2 + 4) = +6$
- $D = (+6) + (-9) \rightarrow D = (+6) + (-9) = -(9 - 6) = -3$

Propriété : La somme de deux nombres **opposés** vaut 0.

Exemple : $-2531 + (+2531) = 0$

$$1245 + (-1245) = 0$$

3) Soustraire deux nombres relatifs

Règle : **Soustraire un nombre relatif** revient à ajouter son opposé.

Exemple : effectuer une soustraction de nombres relatifs

- $A = (-2) - (-3) \rightarrow A = (-2) - (-3)$
 $A = (-2) + (+3)$
 $A = +1$

Exemple : effectuer une suite d'additions et de soustractions

On transforme les soustractions en additions.

On effectue les calculs de gauche à droite ou en regroupant les nombres de même signe.

- $B = (+4) + (-5) - (-8) \rightarrow B = (+4) + (-5) - (-8)$
 $B = (+4) + (-5) + (+8)$
 $B = (-1) + (+8)$
 $B = +7$
- $C = (-15) - (+14) + (-15) - (-20) \rightarrow C = (-15) - (+14) + (-15) - (-20)$
 $C = (-15) + (-14) + (-15) + (+20)$
 $C = (-44) + (+20)$
 $C = (-24)$

4) Simplifier l'écriture d'une somme de nombre relatifs

Règle : Pour simplifier l'écriture dans une suite d'**additions**, on omet les parenthèses et les signes + de l'addition.

Cela revient à n'écrire que les nombres avec leurs signes.

Attention : à ce moment-là, le signe - qui semble être une soustraction est en réalité l'écriture simplifiée de l'addition d'un nombre négatif.

Exemple : simplifier l'écriture d'une suite d'additions

- 1) On transforme les soustractions en additions des opposés.
- 2) On réécrit le calcul sans les signes de l'addition et les parenthèses.
- 3) On supprime le signe + en début de calcul.

Simplifie l'expression $E = (+ 4) + (- 11) - (+ 3)$ puis calcule.

$$E = (+ 4) + (- 11) - (+ 3)$$

$$E = (+ 4) + (- 11) + (- 3)$$

$$E = + 4 - 11 - 3$$

$$E = 4 - 11 - 3$$

$$E = -7 - 3$$

$$E = -10$$

5) Multiplier des nombres relatifs

Règle : Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on applique la **règle des signes** suivante :

- le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.

Exemple : multiplier deux nombres relatifs

$$\begin{aligned} \bullet \quad A &= (-4) \cdot (-2,5) && \rightarrow && A &= (-4) \cdot (-2,5) \\ & && && A &= 4 \cdot 2,5 \\ & && && A &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad B &= 0,2 \cdot (-14) & \rightarrow & \quad B = 0,2 \cdot (-14) \\
 & & & \quad B = -0,2 \cdot 14 \\
 & & & \quad B = -2,8
 \end{aligned}$$

Règle : Le produit de plusieurs nombres relatifs est :

- **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Exemple : quel est le signe du produit $C = -6 \cdot 7 \cdot (-8) \cdot (-9)$

C est un produit comportant trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc C est négatif.

6) Diviser deux nombres relatifs

Règle : Pour calculer le **quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul**, on divise leurs distances à zéro et on applique la règle des signes du produit.

Exemple : Diviser deux nombres relatifs

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad D &= 65 \div (-5) & \rightarrow & \quad D = 65 \div (-5) \\
 & & & \quad D = -65 \div 5 \\
 & & & \quad D = -13 \\
 \\
 \bullet \quad E &= \frac{-30}{-4} & \rightarrow & \quad E = \frac{-30}{-4} = 30 \div 4 = 7,5
 \end{aligned}$$

7) Calculer avec les quatre opérations

Exemple : Calculer une expression

On détermine les signes des produits avant de calculer.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad F &= -2 \cdot (-3) + 5 & \rightarrow & \quad F = \underline{-2 \cdot (-3)} + 5 \\
 & & & \quad F = 6 + 5 = 11 \\
 \\
 \bullet \quad G &= 5 - (-2) \cdot 5 & \rightarrow & \quad G = 5 - \underline{(-2) \cdot 5} \\
 & & & \quad G = 5 + 10 = 15 \\
 \\
 \bullet \quad H &=
 \end{aligned}$$