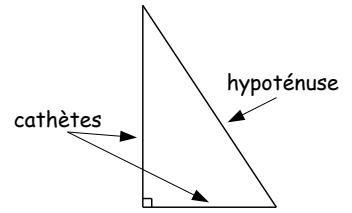


Le théorème de Pythagore

1) Introduction

Dans un **triangle rectangle**, le côté le plus long est appelé **hypoténuse**, les deux autres sont appelés **cathètes** (ou côtés de l'angle droit).
L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit.

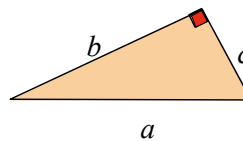


2) Théorème de Pythagore

Théorème :

Si un triangle est rectangle
alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

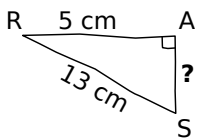
Exemple : Le triangle ci-dessous est rectangle donc $a^2 = b^2 + c^2$.



Exemple 1 : Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

Soit RAS un triangle rectangle en A tel que RS = 13 cm et RA = 5 cm.
Calcule AS.

Figure à main levée :



Le triangle RAS est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RS].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

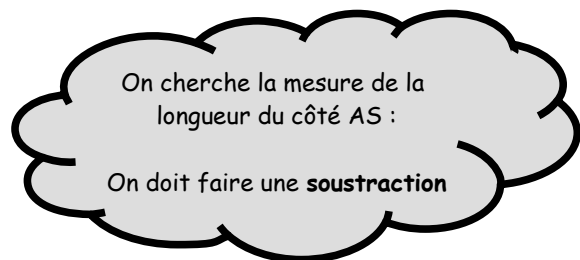
$$RS^2 = RA^2 + AS^2$$

$$13^2 = 5^2 + AS^2$$

$$AS^2 = 13^2 - 5^2$$

$$AS^2 = 169 - 25$$

$$AS^2 = 144$$



La longueur AS est positive donc $AS = \sqrt{144}$ cm.

Donc AS = 12 cm (144 est le carré parfait de 12).

Remarque 1 : Pour utiliser le théorème de Pythagore, il faut bien vérifier que le triangle est un triangle rectangle.

Remarque 2 : On utilise le théorème de Pythagore pour calculer une longueur manquante du côté d'un triangle rectangle.

3) Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
alors **ce triangle est rectangle** et admet ce plus grand côté pour hypoténuse.

Exemple 2 : ZEN est un triangle tel que $NE = 75$ cm, $EZ = 45$ cm et $NZ = 60$ cm.

Démontre que ce triangle est rectangle.

Figure à main levée :

Dans le triangle ZEN, le plus long côté est $[NE]$ (75 cm).

Donc on **calcule séparément** NE^2 et $EZ^2 + NZ^2$:

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } NE^2 &= 75^2 \\ NE^2 &= \mathbf{5625} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } EZ^2 + NZ^2 &= 45^2 + 60^2 \\ EZ^2 + NZ^2 &= 2025 + 3600 \\ EZ^2 + NZ^2 &= \mathbf{5625} \end{aligned}$$

On constate que $NE^2 = EZ^2 + NZ^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ZEN est rectangle en Z.