

29/05/2023

Lista 6

1-a) $\{(p \rightarrow q) \vdash (p \rightarrow q) \vee \neg r\}$

1. $(p \rightarrow q)$ hip.
2. $(p \rightarrow q) \vee \neg r$ adição
 $A \vee B$

b) $\{(p \wedge (q \rightarrow r)) \vdash \neg p\}$

1. $\neg p \wedge (q \rightarrow r)$
2. $\neg p$ simplificação

c) $\{(p \rightarrow q), (q \rightarrow \neg r) \vdash (p \rightarrow \neg r)\}$

1. $\frac{A \rightarrow B}{A \rightarrow C}$ hip. $A \rightarrow B$
2. $\frac{B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$ hip. $B \rightarrow C$
3. $\frac{A \rightarrow C}{A \rightarrow C}$ sil. hip.

d) $\{(p \rightarrow q \rightarrow r), p \vdash q \rightarrow r\}$

1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. p
3. $(q \rightarrow r)$ modus ponens

e) $\{(q \vee r) \rightarrow p, \neg p \vdash \neg(q \vee r)\}$

1. $(q \vee r) \rightarrow p$
2. $\neg p$
3. $\neg(q \vee r)$ modus tollens

f) $\{(p \rightarrow q), (r \rightarrow \neg r) \vdash (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \neg r)\}$

1. $(p \rightarrow q)$
2. $(r \rightarrow \neg r)$
3. $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \neg r)$ conjunção

g) $\{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r), \neg(p \wedge r) \vdash (p \wedge q)\}$

1. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$
2. $\neg(\neg p \wedge r)$ sil. disjuntiva
3. $(p \wedge q)$

2-a) $\{(s \vee t) \rightarrow (r \rightarrow q), (r \wedge q) \rightarrow \neg p\}$

1. $(s \vee t) \rightarrow (r \wedge q)$ $A \rightarrow B$
2. $(r \wedge q) \rightarrow \neg p$ $B \rightarrow C$
3. $(s \vee t) \rightarrow \neg p$ $A \rightarrow C$ sil. hip.

b) $\{(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(r \wedge s), \neg \neg(r \wedge s)\}$

1. $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(r \wedge s)$ $A \rightarrow B$
2. $\neg \neg(r \wedge s)$ $\neg B$
3. $\neg(p \rightarrow q)$ $\neg A$ modus tollens

c) $\{(s \vee (r \wedge t)), \neg s\}$

1. $s \vee (r \wedge t)$ $A \vee B$
2. $\neg s$ $\neg A$
3. $(r \wedge t)$ B sil. disj.

d) $\{p \rightarrow (r \vee \neg s), (r \vee \neg s) \rightarrow t\}$

1. $p \rightarrow (r \vee \neg s)$ $A \rightarrow B$
2. $(r \vee \neg s) \rightarrow t$ $B \rightarrow C$
3. $p \rightarrow t$ $A \rightarrow C$ sil. hip.

e) $\{p \rightarrow r, q \rightarrow \neg s, p \vee \neg q\}$

1. $p \rightarrow r$ $A \rightarrow B$
2. $\neg q \rightarrow \neg s$ $C \rightarrow D$
3. $p \vee \neg q$ $A \vee C$
4. $r \vee \neg s$ BVP dilema constr.

f) $\{\neg p \vee \neg q, \neg \neg q\}$

1. $\neg p \vee \neg q$ $A \vee B$
2. $\neg \neg q$ $\neg B$
3. $\neg p$ A

g) $\{p \rightarrow (\neg r \wedge q), \neg(\neg r \wedge q) \vee \neg s, \neg q \rightarrow s\}$

1. $p \rightarrow (\neg r \wedge q)$ $A \rightarrow B$
2. $\neg(\neg r \wedge q) \vee \neg s$ $\neg B \vee \neg C$
3. $\neg q \rightarrow s$ $D \rightarrow C$
4. $\neg p \vee \neg \neg q$ $\neg A \vee \neg D$ dil. destr.

$$3-a) \{p \wedge q \rightarrow s, p, q\} \vdash s$$

$$1. (p \wedge q) \rightarrow s \quad \text{hip}$$

$$2. p \quad \text{hip}$$

$$3. q \quad \text{hip}$$

$$4. (p \wedge q) \quad \text{conj. 2,3}$$

$$5. s \quad \text{m.p. 1,4}$$

$$b) \{p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, \neg q\} \vdash r$$

$$1. p \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$2. \neg p \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$3. \neg q \quad \text{hip}$$

$$4. \neg p \quad \text{m.t. 1,3}$$

$$5. r \quad \text{m.p. 2,4}$$

$$c) \{p \rightarrow q, q \rightarrow r, s \rightarrow r, p\} \vdash s$$

$$1. p \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$2. q \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$3. s \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$4. p \quad \text{hip}$$

$$5. q \quad \text{m.p. 1,4}$$

$$6. r \quad \text{m.p. 2,5}$$

$$7. s \quad \text{m.t. 3,6}$$

$$d) \{p \wedge q, p \rightarrow r, q \rightarrow s\} \vdash r \wedge s$$

$$1. p \wedge q \quad \text{hip}$$

$$2. p \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$3. q \rightarrow s \quad \text{hip}$$

$$4. p \quad \text{simp. 1}$$

$$5. r \quad \text{m.p. 2,4}$$

$$6. q \quad \text{simp. 1}$$

$$7. s \quad \text{m.p. 3,6}$$

$$8. r \wedge s \quad \text{conj. 5,7}$$

$$e) \{p \rightarrow (\neg q \wedge r), p, s \rightarrow q, s \vee t\} \vdash t$$

$$1. p \rightarrow (\neg q \wedge r) \quad \text{hip}$$

$$2. p \quad \text{hip}$$

$$3. s \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$4. s \vee t \quad \text{hip}$$

$$5. \neg q \wedge r \quad \text{m.p. 1,2}$$

$$6. \neg q \quad \text{simp. 5}$$

$$7. \neg s \quad \text{m.t. 3,6}$$

$$8. t \quad \text{s.d. 4,7}$$

$$f) \{(p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \wedge t)), p \wedge r\} \vdash t \vee u$$

$$1. (p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \wedge t)) \quad \text{hip}$$

$$2. p \wedge r \quad \text{hip}$$

$$3. p \quad \text{simp. 2}$$

$$4. (p \vee q) \quad \text{ad. 3}$$

$$5. p \rightarrow (s \wedge t) \quad \text{m.p. 1,4}$$

$$6. s \wedge t \quad \text{m.p. 3,5}$$

$$7. t \quad \text{simp. 6}$$

$$8. t \vee u \quad \text{ad. 7}$$

$$g) \{p \rightarrow q, \neg q, (\neg p \vee \neg r) \rightarrow s\} \vdash s$$

$$1. p \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$2. \neg q \quad \text{hip}$$

$$3. (\neg p \vee \neg r) \rightarrow s \quad \text{hip}$$

$$4. \neg p \quad \text{m.t. 1,2}$$

$$5. (\neg p \vee \neg r) \quad \text{ad. 4}$$

$$6. s \quad \text{m.p. 3,5}$$

$$h) \{p \rightarrow \neg r, p, s \rightarrow r\} \vdash \neg s$$

$$1. p \rightarrow \neg r \quad \text{hip}$$

$$2. p \quad \text{hip}$$

$$3. s \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$4. \neg r \quad \text{m.p. 1,2}$$

$$5. \neg s \quad \text{m.t. 3,4}$$

$$i) \{p \rightarrow q, p \rightarrow \neg r, p\} \vdash q \wedge \neg r$$

$$1. p \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$2. p \rightarrow \neg r \quad \text{hip}$$

$$3. p \quad \text{hip}$$

$$4. q \quad \text{m.p. 1,3}$$

$$5. \neg r \quad \text{m.p. 2,3}$$

$$6. q \wedge \neg r \quad \text{conj. 4,5}$$

$$j) \{\neg p \vee \neg \neg q, \neg p, \neg r \rightarrow \neg q\} \vdash \neg r$$

$$1. \neg p \vee \neg \neg q \quad \text{hip}$$

$$2. \neg \neg p \quad \text{hip}$$

$$3. \neg r \rightarrow \neg q \quad \text{hip}$$

$$4. \neg \neg q \quad \text{s.d. 1,2}$$

$$5. \neg r \quad \text{m.t. 3,4}$$

$$k) \{p \wedge \neg q, q \vee \neg r, s \rightarrow r\} \vdash p \wedge \neg s$$

$$1. p \wedge \neg q \quad \text{hip}$$

$$2. q \vee \neg r \quad \text{hip}$$

$$3. s \rightarrow r \quad \text{hip}$$

$$4. \neg q \quad \text{simp. 1}$$

$$5. p \quad \text{simp. 1}$$

$$6. \neg r \quad \text{s.d. 2,4}$$

$$7. \neg s \quad \text{m.t. 3,6}$$

$$8. p \wedge \neg s \quad \text{conj. 5,7}$$