

j) $\{ (p \rightarrow q), (q \rightarrow r), (r \rightarrow s), (p \vee t) \} \vdash t$ k) $\{ (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s), (t \rightarrow u), (u \rightarrow v), (q \vee \neg v) \} \vdash p \vee \neg t$

1. $\overset{A}{p} \rightarrow \overset{B}{q}$ hip.	1. $\overset{A}{p} \rightarrow \overset{B}{q} \wedge \overset{C}{r} \rightarrow \overset{D}{s}$ hip.
2. $\overset{B}{q} \rightarrow \overset{C}{r}$ hip.	2. $t \rightarrow u$ hip.
3. $\overset{C}{r} \rightarrow \overset{D}{s}$ hip.	3. $u \rightarrow v$ hip.
4. $\neg s$ hip.	4. $\neg q \vee \neg v$ hip.
5. $p \vee t$ hip.	5. $p \rightarrow q$ simp. 1
6. $\neg r$ m.t. 3, 4	6. $t \rightarrow v$ s.h. 2, 3
7. $\neg q$ m.t. 2, 6	7. $\neg p \vee \neg t$ d.d. 4, 5, 6
8. $\neg p$ m.t. 1, 7	
9. \vdash s.d. 5, 8	

l) $\{ (p \wedge q), (p \rightarrow r) \} \vdash (p \wedge r)$ m) $\{ (\neg p \wedge q), (r \rightarrow p) \} \vdash (\neg p \wedge r)$

1. $p \wedge q$ hip.	1. $\neg p \wedge q$ hip.	r) $\{ \neg p, (p \vee (q \vee r)) \} \vdash q$
2. $p \rightarrow r$ hip.	2. $r \rightarrow p$ hip.	1. $\neg p$ hip.
3. p simp. 1	3. $\neg p$ simp. 1	2. $p \vee (q \vee r)$ hip.
4. r m.p. 2, 3	4. $\neg r$ m.t. 2, 3	3. $\neg r$ hip.
5. $(p \wedge r)$ conj. 3, 4	5. $(\neg p \wedge r)$ conj. 3, 4	4. $q \vee r$ s.d. 1, 2
		5. q s.d. 3, 4

n) $\{ (\neg p \rightarrow q), \neg (r \wedge s), (p \rightarrow (r \wedge s)) \} \vdash \neg p \wedge q$ s) $\{ p \vee \neg q, \neg \neg q, (p \rightarrow (r \wedge s)) \} \vdash s$

1. $\neg p \rightarrow q$ hip.	1. $\neg p \rightarrow q$ hip.	1. $p \vee \neg q$ hip.
2. $\neg (r \wedge s)$ hip.	2. $\neg (r \wedge s)$ hip.	2. $\neg \neg q$ hip.
3. $p \rightarrow (r \wedge s)$ hip.	3. $p \rightarrow (r \wedge s)$ hip.	3. $p \rightarrow (r \wedge s)$ hip.
4. $\neg p$ m.t. 1, 2, 3	4. $\neg p$ m.t. 1, 2, 3	4. p s.d. 1, 2
5. q m.p. 1, 4	5. q m.p. 1, 4	5. $r \wedge s$ m.p. 3, 4
6. $(\neg p \wedge q)$ conj. 4, 5	6. $(\neg p \wedge q)$ conj. 4, 5	6. s simp. 5

p) $\{ (p \wedge q), (r \vee s), (p \rightarrow \neg s) \} \vdash r$ q) $\{ p, (p \rightarrow \neg q), (q \vee r) \} \vdash p \wedge r$ t) $\{ (p \rightarrow q), \neg q, (p \vee r) \} \vdash r$

1. $p \wedge q$ hip.	1. p hip.	1. $p \rightarrow q$ hip.
2. $r \vee s$ hip.	2. $p \rightarrow \neg q$ hip.	2. $\neg q$ hip.
3. $p \rightarrow \neg s$ hip.	3. $q \vee r$ hip.	3. $p \vee r$ hip.
4. p simp. 1	4. $\neg q$ m.p. 1, 2	4. $\neg p$ m.t. 1, 2
5. $\neg s$ m.p. 3, 4	5. r s.d. 3, 4	5. r s.d. 3, 4
6. r s.d. 2, 5	6. $(p \wedge r)$ conj. 1, 5	

(14)

Lista 7

a)

1. $\{(p \rightarrow q), (p \wedge r)\} \vdash q$

1. $p \rightarrow q$ hip.

2. $p \wedge r$ hip.

3. p simp. 2

4. q m.p. 1, 3

b) $\{(p \wedge q), ((p \vee r) \rightarrow s)\} \vdash p \wedge s$

1. $p \wedge q$ hip.

2. $(p \vee r) \rightarrow s$ hip.

3. p simp. 1

4. $(p \vee r)$ ad. 3

5. s m.p. 2, 4

6. $p \wedge s$ conj. 3, 5

c) $\{(p \rightarrow (q \rightarrow r)), (p \rightarrow q), p\} \vdash r$

1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ hip.

2. $p \rightarrow q$ hip.

3. p hip.

4. $q \rightarrow r$ m.p. 1, 3

5. q m.p. 2, 3

6. r m.p. 4, 5

d) $\{(p \vee q) \rightarrow r, ((r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t))), (p \wedge s)\} \vdash (s \leftrightarrow t)$

1. $(p \vee q) \rightarrow r$ hip.

2. $(r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t))$ hip.

3. $p \wedge s$ hip.

4. p simp. 3

5. $(p \vee q)$ ad. 4

6. r m.p. 1, 5

7. $(r \vee q)$ ad. 6

8. $p \rightarrow (s \leftrightarrow t)$ m.p. 2, 7

9. $(s \leftrightarrow t)$ m.p. 4, 8

e) $\{(p \rightarrow \neg q), (\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)), ((r \vee \neg r) \rightarrow \neg q), \neg s\} \vdash \neg r$

1. $p \rightarrow \neg q$ hip.

2. $\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)$ hip.

3. $(\neg s \vee \neg r) \rightarrow \neg q$ hip.

4. $\neg s$ hip.

5. $(\neg s \vee \neg r)$ ad. 4

6. $\neg r$ m.p. 3, 5

7. $\neg p$ m.t. 1, 6

8. $r \rightarrow \neg q$ m.p. 2, 7

9. $\neg r$ m.t. 6, 8

f) $\{(p \wedge q) \rightarrow r, (r \rightarrow s), (t \rightarrow \neg u), t, (\neg s \vee u)\} \vdash \neg (p \wedge q)$

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$ hip.

2. $r \rightarrow s$ hip.

3. $t \rightarrow \neg u$ hip.

4. t hip.

5. $\neg s \vee u$ hip.

6. $\neg r \vee \neg t$ d.d. 2, 3, 5

7. $\neg r$ s.d. 4, 6

8. $\neg (p \wedge q)$ m.t. 1, 7

1. $p \rightarrow q$ hip.

2. $q \rightarrow r$ hip.

3. $s \rightarrow t$ hip.

4. $p \vee s$ hip.

5. $r \vee t$ d.c. 2, 3, 4

i) $\{(p \rightarrow r), (q \rightarrow s), \neg r, (p \vee q) \wedge (r \vee s)\} \vdash s$

1. $p \rightarrow r$ hip.

2. $q \rightarrow s$ hip.

3. $\neg r$ hip.

4. $(p \vee q) \wedge (r \vee s)$ hip.

5. $r \vee s$ simp. 4

6. s s.d. 3, 5

h) $\{(p \rightarrow q), (\neg r \rightarrow (s \rightarrow t)), (r \vee (p \vee s)), \neg r\} \vdash (q \vee t)$

1. $p \rightarrow q$ hip.

2. $\neg r \rightarrow (s \rightarrow t)$ hip.

3. $r \vee (p \vee s)$ hip.

4. $\neg r$ hip.

5. $s \rightarrow t$ m.p. 2, 4

6. $p \vee s$ s.d. 3, 4

7. $q \vee t$ d.c. 1, 5, 6

8. s s.d. 3, 5

u) $\{(p \vee \neg q), (r \rightarrow \neg p), r\} \models \neg q$

1. $p \vee \neg q$ hip.

2. $r \rightarrow \neg p$ hip.

3. r hip.

4. $\neg p$ m.p. 2,3

5. $\neg q$ s.d. 1,4

v) $\{\neg p \vee \neg q, \neg \neg q, (r \rightarrow p)\} \models \neg r$

1. $\neg p \vee \neg q$ hip.

2. $\neg \neg q$ hip.

3. $r \rightarrow p$ hip.

4. $\neg p$ s.d. 1,2

5. $\neg r$ m.t. 3,4

w) $\{(p \rightarrow \neg q), \neg \neg q, (\neg p \rightarrow (r \vee s))\} \models (r \vee s)$

1. $p \rightarrow \neg q$ hip.

2. $\neg \neg q$ hip.

3. $\neg p \rightarrow (r \vee s)$ hip.

4. $\neg p$ m.t. 1,2

5. $(r \vee s)$ m.p. 3,4

x) $\{(p \wedge q), (p \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow \neg t, (q \rightarrow s)\} \models \neg t$

1. $p \wedge q$ hip.

2. $p \rightarrow r$ hip.

3. $(r \wedge s) \rightarrow \neg t$ hip.

4. $q \rightarrow s$ hip.

5. p simp. 1

6. q simp. 1

7. r m.p. 2,5

8. s m.p. 4,6

9. $r \wedge s$ conj. 7,8

10. $\neg t$ m.p. 3,9