**1. Thuật toán vẽ đường tròn**

Vẽ trên cung 1/8 và lấy đối xứng qua các điêm (x, y) (y, x), (-x, y), (-y, x)

(x, -y), (y, -x), (-x, -y), (-y, -x)

**Bresenham :**

B1 : điểm vẽ kế tiếp S(xi +1 , yi) , P(xi +1, yi -1)

B2 : giá trị y thuộc đường tròn tương ứng xi :

y2 = r2 – (xi +1)2

d1 = yi2 – y2 = SP

= yi2 - r2 + (xi +1)2

d2 = y2 – (yi – 1)2

= r2 – (xi +1)2 – (yi – 1)2

Xét pi = d1 – d2

= [yi2 - r2 + (xi +1)2 ] – [r2 – (xi +1)2 – (yi – 1)2

]

= 2(xi +1)2 + yi2 + (yi – 1)2 – 2r2

B3 : tìm pi+1

Có pi+1 - pi

= [2(xi+1 +1)2 + yi+12 + (yi+1 – 1)2 – 2r2]

* [2(xi +1)2 + yi2 + (yi – 1)2 – 2r2]

= [2xi+12 + 4xi+1+ 2 + yi+12 + yi+12 - 2yi+1+1]

* [2xi2+ 4xi +2 + yi2+ yi2 - 2yi+1 ]

= 4xi + 6 + 2(yi+12 – yi2) – 2(yi+1 – yi)

Nếu pi< 0 => chọn S => pi+1= pi+ 4xi + 6

Nếu pi>= 0 => chọn P => pi+1= pi+ 4(xi– yi) + 10

B5: tìm p1

Điểm vẽ đầu tiên (0, r)

p1 = 2(x1 +1)2 + y12 + (y1 -1)2 – 2r2

= 2 + r2 +(r -1)2 – 2r2 = 3 – 2r

**Midpoint :**

B1 : điểm vẽ kế tiếp S(xi +1 , yi) , P(xi +1, yi -1)

B2 : Tọa độ midpoint(xi +1, yi – 1/2)

B3 : Ta có : pi = F(midpoint)

= (xi +1)2 + (yi – 1/2)2 – r2

Nếu pi < 0 => midpoint nằm trong đường tròn => chọn S

Nếu pi>= 0 => => midpoint nằm ngoài hoặc trên đường tròn => chọn P

B4 : tìm pi+1

Ta có : pi+1– pi

=[(xi+1 +1)2 + (yi+1 – 1/2)2 – r2] – [(xi +1)2 + (yi – 1/2)2 – r2

]

= 2xi + 3 + (yi+12 – yi2) – (yi+1 – yi)

Nếu pi < 0 => chọn S => pi+1= 2xi +3

Nếu pi >= 0 => chọn P => pi+1= 2(xi – yi) +5

B5 : tìm p1

p1 = (x1 +1)2 + (y1 – 1/2)2 – r2 với điểm vẽ đầu tiên (0, r)

* p1 = 5/4 - r

**2. Thuật toán vẽ elip**

**Thuật toán bresenham**

B1 : Xác định tọa độ tiếp điểm Q(x0, yo)

B2 : Xét trên 2 nhánh vẽ

Đối với nhánh 1(từ (0, b)) đến Q

B2.1 : Xác định S(xi +1, yi), P(xi +1, yi - 1)

B2.2 : Đặt: d1 = yi2 - y2 = yi2 + .(xi +1)2 -b2  
d  
2 = y2 - (yi -1)2 = - .(xi +1)2 + b2 - (yi -1)2  
pi = d1 - d2 = 2.[ .(xi +1)2 - b2] + 2.(yi2 - yi) +1  
pi+1= 2.[ .(xi+1 +1)2 - b2] + 2.(yi+12 - yi+1) +1

pi+1 - pi = 2. .[(xi+1 +1)2 - (xi +1)2] + 2.( yi+12 - yi2 - yi+1 + yi)  
=> pi+1 = pi +2. .[(xi+1 +1)2 - (xi +1)2] + 2.( yi+12 - yi2 - yi+1 + yi)

B2.3.

pi < 0: Chọn yi+1 = yi

=> pi+1 = pi + 2. .(2xi + 3)

ngược lại: Chọn yi+1 = yi -1

* pi+1 = pi + 2. .(2xi + 3) – 4(1-yi)

B2.4 : tìm p1

p1 = 2(b2/a2)2b +1

Đối với nhánh 2(từ Q đến (a, 0)

Tương tự, ta có: pi+1 = pi +2. .[(yi+1 +1)2 - (yi +1)2] + 2.( xi+12 - xi2 - xi+1 + xi)

Vậy:

pi < 0: Chọn xi+1 = xi

 pi+1 = pi + 2. .(2y + 3)

pi  0: Chọn xi+1 = xi -1

 pi+1 = pi + 2. .(2y + 3) – 4(1-xi)

Điểm đầu tiên (a,0), ta có: p1 = 2 – 2a + 1

**Thuật toán Midpoint**

B1 : Xác định tọa độ tiếp điểm Q(x0, yo)

B2 : Xét trên 2 nhánh vẽ

Đối với nhánh 1(từ (0, b)) đến Q

B2.1 : Xác định S(xi +1, yi), P(xi +1, yi - 1)

B2.2 : Tọa độ midpoint(xi +1, yi -1/2)

B2.3 : Xét pi = F(midpoint)

= b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2

Nếu pi<0 => midpoint nằm trong đường tròn => chọn S

Nếu pi >= 0 => midpoint nằm ngoài hoặc trên đường tròn => chọn P

B2.4 : Tìm pi+1

Ta có : pi+1 – pi

= [b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2] – [b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2]

= pi + (2xi +3)b2 + a2[(yi+1– 1/2)2 – (yi – 1/2)2]

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = pi + (2xi +3)b2

ngược lại chọn P => pi+1 = pi + (2xi +3)b2 – 2a2(yi -1)

B5 : tìm p1 tại (0, b)

p1 = b2 + a(b-1/2) – a2b2= b2 – a2b + a2 /4

Đối với nhánh 2(từ Q đến (a, 0)

tương tự nhánh 1,

tính được, qi+1= qi + (2yi +3)\* a2 nếu qi<0  
qi+1= qi + (2yi +3)\* a2-2b2(xi-1) nếu qi≥0

Tính q1 tại (a,0): q1 = a2- ab2 +b2/4