



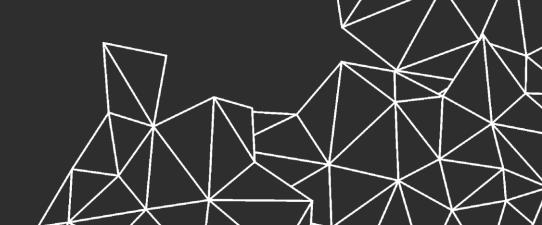
Physique MECANIQUE

(Transparents et Eléments relatif au Cours traité en amphithéâtre)

ESIR (Cycle Prépa - CUPGE 1A-S1)



B. BÊCHE Pr., IETR CNRS – ESIR UR1 bruno.beche@univ-rennes1.fr https://www.ietr.fr/bruno-beche



Remarques:

Lorsque le symbole / apparaitra, une démonstration plus conséquente sera nécessaire au tableau et sur votre cahier / feuilles en terme de prise de notes.

Le symbole <u>M</u> mérite une attention particulière.





CHAPITRE II) FONDEMENTS ET POSTULATS DE LA DYNAMIQUE NEWTONIENNE : PRINCIPES, INTERACTIONS ET FORCES

- Principe d'inertie, quantité de mouvement, principe fondamental de la dynamique (PFD) et lien Chapitre I), principe des actions réciproques (action/réaction)
- Interactions fondamentales en physique, notion de forces et exemples (forces de frottement solide puis visqueux, loi et force de l'attraction gravitationnelle, notion de masse gravitationnelle, poids, forces en électrostatique et électromagnétisme, ...)
- -Applications du PFD (réf. Galiléen), la chute, PFD (référentiel non Galiléen), 'pseudo'-forces d'inertie
- Lois de conservation de la quantité de mouvement, physique des collisions et chocs





II.1) Le principe d'inertie: 1ère Loi de Newton



Le Principe d'Inertie (ou 1ère loi de Newton) peut s'énoncer de différentes façons. Un énoncé possible : « Il existe des référentiels dits galiléens, dans lesquels le mouvement d'un mobile (ou point isolé) soumis à aucune interaction, est rectiligne et uniforme ». Postuler le principe d'inertie revient à postuler l'existence d'un référentiel d'inertie ou galiléen. Il sera valable dans tous les référentiels galiléens.

Mouvement de TRU :
$$\vec{v}(t) = \vec{cst}$$
 {en direction, sens, norme} (||-1)

Ainsi, *l'état de repos est un cas particulier* ($\vec{v}(t) = \vec{cst} = \vec{0}$).

De plus en considérant deux référentiels galiléens S et S' (avec (II-1), $\vec{v}_{e\,(S'/S)}=\vec{cst}$), alors la relation de composition (I-15) $\vec{v}_{(S)}=\vec{v}_{e\,(S'/S)}+\vec{v}_{r(S')}$, se différencie $\frac{d}{dt}$, en une propriété propre à cette classe de référentiels (dits galiléens), à savoir : $\vec{a}_{(S)}=\vec{a}_{r(S')}$.

- + Suggestion lecture, voir sous Moodle Complément Principe d'Inertie 1ère loi de Newton_chap 2.pdf
- Définition : On appelle *quantité de mouvement* d'un mobile (ou point) de *masse inertielle* associée m se déplaçant à une vitesse $\vec{v}(t)_{/réf. S}$ le vecteur :

$$\vec{p}(t) = m.\vec{v}(t) \tag{II-2}$$





II.2) Le Principe Fondamental de la Dynamique: 2^d Loi de Newton



Enoncé: Dans un référentiel galiléen le *mouvement* d'un objet (mobile, point M) de masse m soumis à un ensemble de forces de résultante \vec{F} est caractérisé par une *accélération* (Chapitre I):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{II-3}$$

Autre énoncé possible : La dérivée par rapport au temps t de la quantité de mouvement $\vec{p}(t)$ d'un point matériel est égale à la résultante des forces \vec{F} qu'il subit :

(II-2)
$$(m \text{ cste})$$

$$(\overline{d} \overline{p}(t)) = \overline{F} = (m\overline{a})$$
 (II-3 bis) (toujours vraie en relativité)

Concernant la dimension des forces, dans le S.I. (MKS), [F] = M.L.T⁻². Son unité *kg.m.s*⁻² est aussi appelé le *Newton*.

Connaissant la nature et cinématique du mouvement (Chapitre I), ce principe permet de déterminer une force ! A partir de la connaissance des lois de J. Kepler relatives au mouvement des planètes autour du soleil, Newton établit la loi de la gravitation universelle.

Johannes Kepler, astronome [1571-1630]





Le PFD (II.3) vectoriel s'écrira en fonction des coordonnées cartésiennes naturellement et simplement avec (I.8) en système :

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

Ÿ Dans ce cas aux composantes $a_{\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}}$ correspond simplement \ddot{y} .



Attention cependant, concernant son écriture en autres systèmes de coordonnées comme polaire, cylindrique, sphérique... alors le mélange des coordonnées interviendra! Voir les relations (I.9), (I,10) et (I.13),

Remarque : écriture du PFD (II.3) en coordonnées sphériques (I.13)

A l'écriture
$$\begin{pmatrix} a_r \\ a_\theta \\ a_\varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_\varphi \end{pmatrix}$$
 correspond cette fois le système :

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \ddot{r} \\ r \ddot{\theta} \\ r \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_r}{m} + r \dot{\theta}^2 + r \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2 \\ \frac{F_{\theta}}{m} - 2 \dot{r} \dot{\theta} + r \sin \theta \cos \theta \, \dot{\varphi}^2 \\ \frac{F_{\varphi}}{m} - 2 \sin \theta \dot{r} \dot{\varphi} - 2r \cos \theta \, \dot{\theta} \, \dot{\varphi} \end{pmatrix} \, \dot{a} \, \, \text{discuter.}$$

Remarques sur le PFD:

- Syst. Isolé => \vec{F} = $\vec{0}$ = \vec{a} => \vec{v} = \vec{cste} => mouvement TRU. Le principe d'inertie est inclus dans le PFD, ce dernier étant plus général.
- \vec{v} Si mobile à l'équilibre, $\vec{v}=\vec{0}$ => $\vec{F}=\vec{0}$ aussi.
- Relation linéaire entre \vec{F} et \vec{a} ; la masse m apparait comme un 'coefficient' macroscopique d'inertie qui gêne la mise en mouvement.
- PDans ce PFD (II- 3_{bis}), m est constant et ne varie donc pas au cours du temps t; pas de perte de masse m (aspect restrictif du PFD dans ce cadre).
- Cas de deux masses m_1 et m_2 différentes soumise à même résultante de forces \vec{F} , lien entre les accélérations associées...

II.3) Le principe d'Action / Réaction: 3ème Loi de Newton



• Ce principe repose sur la notion d'interactions mutuelles. Lorsque deux objets sont en interactions, la force exercée par le 1^{er} sur le 2^d est opposée à la force exercée par le 2^d sur le 1^{er}, mais de même module (forces coaxiales). L'action est donc toujours égale à la réaction en intensité (mais de sens contraires).



$$\overrightarrow{F}_{1/2}$$
Attribut physique 2

Sur le schéma les deux attributs physique s'attirent, ainsi ce pourrait être deux masses (positives) ou bien deux charges de signes opposés.

• Quelques exemples : faire un schéma pour la 'réaction' du support / poids ; puis pour la force de rappel d'un ressort, la tension d'un fil avec masse pesante...





II.4) Les Interactions fondamentales en Physique - Exemples de Forces

II.4.1) Les quatre Interactions fondamentales de l'Univers connues

Interactions	Portée	Intensité relative	Boson vecteur	Particules concernées
Forte	~ 10 ⁻¹⁵ m	l (référence)	Gluon	Quarks
Électromagnétique	Infinie	10-2	Photon	Particules chargées électriquement
Faible	~ 10 ⁻¹⁸ m	10-5	Bosons Z ⁰ et W [±]	Fermions (électrons, neutrinos, quarks)
Gravitatiónnelle	Infinie	10 ⁻⁴⁰	Graviton (hypothétique)	Particules massiques

Remarque: Il existe six sortes de quarks: le quark up (u), le quark down (d), le quark étrange (s), le quark charme (c), le quark bottom (b) et le quark top (t). Par exemple, le proton est formé de deux quarks up et d'un quark down, alors que c'est l'inverse pour le neutron

- + Voir sous Moodle(Chapitre I) Interlude Les interactions en Physique_1 puis _2.pdf
- Les interactions nucléaires forte (assurant la cohésion du noyau atomique, théorie unificatrice dite 'modèle standard') puis faible, agissent toutes les deux sur des distances ultra-courtes contrairement aux deux autres interactions (gravitationnelle et électromagnétique). Elles n'interviendront donc pas dans ce cours de Mécanique Classique. L'interaction nucléaire faible explicite la radioactivité β (proton \Leftrightarrow neutron avec émission d'un électron par un noyau atomique) ; matière 'friable' ou désintégration d'un neutron du noyau en un proton (qui reste au sein du noyau), un électron et un anti-neutrino qui sortent.

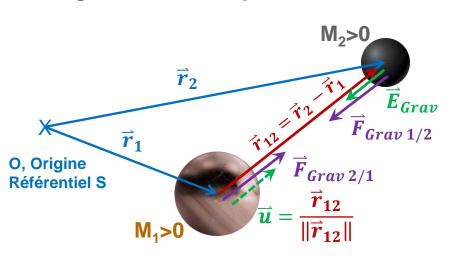




• Dans ce cours, les deux interactions et la description de leurs actions gravitationnelles et électromagnétiques sera modélisée par une grandeur vectorielle appelée \overline{Force} . Ces forces seront en faite souvent un résultat macroscopique de multiples interactions microscopiques. Voir sous Moodle, pré-cours sur le vectoriel.pdf

11.4.1.1) L'interaction gravitationnelle (modules de la force et du champ associés en 1/r²)

• Cruciale en *physique mécanique*, explique la mécanique terrestre et céleste, notion de masse gravitationnelle, étude de la chute des corps ou lancement de projectiles, l'aviation et le vol de fusée, le mouvement des planètes au sein d'un système solaire, et de très nombreuses autres manifestations et explications à notre échelle planétaire puis humaine (mouvement des masses d'air, météorologie planétaire, cyclones, fluides et océans, taille des montagnes, usure de pièces en mouvement (rails), mécanique des solides, de tous types d'objets en translations/rotations, contact...), l'ingénierie Mécanique... => Voir retour sur Terre des lanceurs de Space X



^L'attribut masse M_1 positionnée en \vec{r}_1 (/ à Origine et référentiel S) crée un champ gravitationnel (ou gravifique) \vec{E}_{Grav} dans tout l'Univers (\mathcal{E} space).

$$\overrightarrow{E}_{Grav} = -G \frac{M_1}{(r_{12})^2} \overrightarrow{u}$$
 (Voir schéma correspondant)

avec, $G = 6.67 \times 10^{-11} \ \text{N.m}^2 \cdot kg^{-2}$ ou $m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$, constante dite de Gravitation Universelle.

$$\|\vec{r}_{12}\| = r_{12} = d(M_1, M_2)$$





L'attribut de même 'nature' (masse) M_2 , va 'baigner dans ce champ (de portée infinie) générant une \overline{Force} .

$$\vec{F}_{Grav 1/2} = M_2. \vec{E}_{Grav} = -G \frac{M_1 M_2}{(r_{12})^2} \vec{u}$$
(créée par 1 ressentie par (sur) 2)

La 3ème loi de Newton 'Action/Réaction' (ou Inter-actions) engendrera que $\vec{F}_{Grav \, 1/2} = \vec{F}_{Grav \, 2/1}$ (on pourra vérifier d'ailleurs sur le schéma que les deux masses s'attirent).

Le champ de pesanteur terrestre \vec{g} (ou de tout autre planète) est issu de cette loi universelle. En effet en calculant le champ gravifique avec (II-4) à la surface de la Terre, la masse de la planète Terre $M_T = 5.98 \times 10^{24} kg$ ainsi que son rayon $R_T = 6.37 \times 10^3 m$ nous fixe une force d'interaction avec une autre masse m dénommé, Poids \vec{P} :

$$|\overrightarrow{P}| = \overrightarrow{F}_{Grav\ M/m} = |\overrightarrow{m}.\overrightarrow{g}| = -G\frac{Mm}{(R_T)^2}\overrightarrow{u} \qquad \longrightarrow ||\overrightarrow{g}||_{Terre} = 9,81\ m/s^2$$
(accélération que l'on subit 'baignant' dans ce champ de pesanteur terrestre)

II.4.1.2) L'interaction électromagnétique (modules de la force et du champ associés en 1/r²)

• Electrostatique (seul) : De la 'même' manière, faire un schéma des interactions entre deux attributs charges. La constante qui intervient s'écrira $\kappa=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ avec $\varepsilon_0=8,85\times 10^{-12}F/m$ (ou $C^2.m^{-2}.N^{-1}$). Ecrire la loi de Coulomb pour le champ et la force électrostatique...





Lectromagnétisme: cette interaction est gérée par un système d'équations établi par J.C. Maxwell (1831-1879), physicien, mathématicien écossais (attention, l'origine du magnétisme est quantique, notion dite de 'spin').



Ces équations sont généralement exprimées au nombre quatre en deuxième année de supérieure, mais des changements de variables existent pour diminuer leurs nombres. Cette interaction électromagnétique est à l'origine de la cohésion des atomes/molécules, des solides, interaction qui intervient dans les réactions chimiques, qui est aussi à l'origine des forces de frottement au niveau microscopique (même si au niveau macroscopique, nous les décrirons dans ce cours de mécanique)...

II.4.2) Exemple de Forces parmi certaines Interactions (liste non exhaustive)

- La force de Lorentz (en interaction électromagnétique) : cette dernière s'exprime sous la forme $\overrightarrow{F}_{Lorentz} = q.(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B})$, avec q (>0 ou <0) la charge de la particule, \overrightarrow{E} le champ électrique (V/m, voir électrostatique précédent), \overrightarrow{v} la vitesse de la particule (voir Chapitre I cinématique) et $\overrightarrow{B} \propto \overrightarrow{H}$ l'induction magnétique en Tesla (T ou A/m) ; \overrightarrow{H} étant le champ magnétique.
- + Voir sous Moodle(les propriétés du produit vectoriel) partie pré-cours.pdf

A noter que cette force ne dépend pas que de la propriété de l' $\varepsilon space$ (voir Chapitre III et notion de forces à 'circulation non conservative').





- La poussée d'Archimède :

Théorème: Tout solide immergé et en équilibre, par rapport au fluide au repos (relativement à un référentiel galiléen S) subit de la part du fluide une force \overline{II} appelée poussée d'Archimède [années -287 -212 avant JC]; Cette dernière est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé; cette poussée sera appliquée au 'centre de poussée' (à priori différent du centre de gravité du solide!).

$$\overrightarrow{\Pi} = -m_{fluide\ d\acute{e}plac\acute{e}}.\overrightarrow{g} = -
ho_{fluide}.V_{solide\ immerg\acute{e}}.\overrightarrow{g}_{ou\ fluide\ d\acute{e}plac\acute{e}}$$

- + interprétation avec résultante de la pression autour de l'objet immergé
- La force de trainée (solide immergé mais en mouvement \vec{v}):

Son module se calcule par la formule $F_t=\frac{1}{2}C_{g\acute{e}o}$. ρ_{fluide} . $S.v^2$ avec le coefficient de trainée $C_{g\acute{e}o}$ représentant le caractère aérodynamique (la forme) de l'objet. Lorsque les vitesses sont faibles (ou nombre de Reynolds $Re=\frac{\rho.v.Taille_{objet}}{\eta}$, en fluidique, faible Re<1), alors $C_{g\acute{e}o}$ est inversement proportionnel à la vitesse et ainsi après simplification $\vec{F}_t=-\alpha\vec{v}$, avec α un coefficient dit de frottement exprimé en kg/s). Dans le cas particulier de géométrie sphérique du corps (rayon r) la trainée se dénomme force de Stokes, η viscosité du fluide (unité Pa.s):

$$\vec{F}_{t \, (Stokes)} = -6\pi\eta r. \vec{v} \quad | \quad (|| \cdot 7)$$

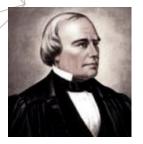
Cette force de 'frottement' fixe ainsi la notion de vitesse 'limite' de l'objet se déplaçant dans le fluide.





Remarque : *Effet Robins-Magnus* en jeux de balles (tennis, football, etc). Lorsque qu'une balle est 'liftée', coupée ou brossée, en plus du poids et de la trainée, une force dite de 'portance' \vec{F}_p apparait sous l'effet de la rotation de la balle!





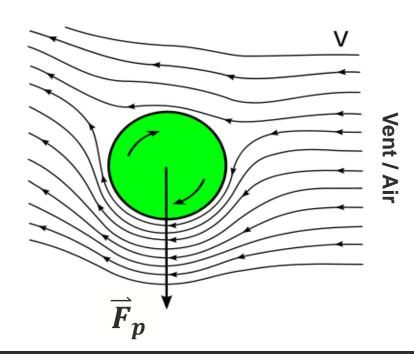
Benjamin Robins (1707-1751)

Heinrich Gustav Magnus (1802-1870)





Flux rapide



- Les forces et actions exercées sur un support solide:
- Il existe la notion de vitesse de glissement entre deux solides (il faut alors définir un point de contact entre les deux solides (qui appartient aux deux) puis écrire sa différence de vitesse par rapport à un même référentiel extérieur fixe.
- Lois du frottement solide (présentation macroscopique en mécanique, réaction \overrightarrow{R} au support, composantes normale et tangentielle) :
- Faire un schéma, objet (poids \overrightarrow{P}) à l'équilibre posé sur support (table...) ; principe Newton, \overrightarrow{R}_N . Conclure : en l'absence de frottement solide $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R}_N$.
- Existence force d'appel appliquée, avant la mise en déplacement de l'objet (μ_s , coeff. de frottement statique) ou pendant (μ_d , coeff. de frottement dynamique), schéma, frottement $\overrightarrow{f} = \overrightarrow{R}_{Tgt} (\|\overrightarrow{R}_{Tgt}\| \neq \|\overrightarrow{R}_N\|)$, conclure : $\|\overrightarrow{R}_{Tgt}\| = \mu_s \|\overrightarrow{R}_N\|$ et $\mu_s = d$

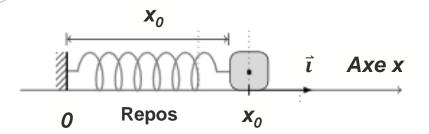
$$tg\theta_{d}^{s} = \frac{\|\overrightarrow{R}_{Tgt}\|}{\|\overrightarrow{R}_{N}\|}.$$

$$||\vec{R}_{Tgt}|| = |\vec{R}_N + |\vec{R}_{Tgt}|| = |\mu_s||\vec{R}_N|| \quad \text{et} \quad |\mu_s| = |tg\theta_s||$$

- Question : décrire une expérience simple sur plan incliné, à un 'certain moment' pour déterminer la valeur de μ_s entre deux matériaux?

Remarque: Frottement et glissement sont deux notions 'indépendantes' au sens où un mouvement peut-être avec les deux attributs présents, ou seulement un seul (l'un ou l'autre).

- La force de rappel \vec{F}_R d'un ressort
- A partir de la position au repos (et équilibre) d'un ressort de longueur x_0 en position horizontale, faire un schéma du dispositif ayant subi une force 'd'appel' soit de traction, soit de compression. Puis en vertu du $3^{\text{ème}}$ principe d' « Interactions » de Newton ou 'Action/Réaction' représenter la *force de rappel* \overrightarrow{F}_R .



k coeff. de proportionnalité ou raideur du ressort (forme de coeff. de rigidité selon une dimension), unité : kg/s².

Expérimentalement mouvement selon axe [Ox), à chaque instant $t \rightarrow x(t)$, linéarité et proportionnalité :

$$\vec{F}_R = -k \cdot |(x(t) - x_0)|\hat{i}|$$

Avec changement origine (ou variable)

$$\vec{F}_R = -k.x(t)\vec{i}$$
 (II-9)

- La force de tension \overrightarrow{T} d'un fil (tendu et 'idéal'), fil souple, non élastique, de masse nulle
- Faire un schéma d'un pendule au repos avec masse, représenter son poids puis la tension \overrightarrow{T} . De quel principe de Newton émerge t'elle ?

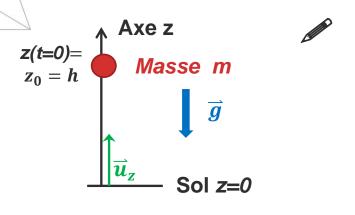




II.5) Applications du PFD (Galiléens et non) - Méthode

II.5.1) Application du PFD (référentiel supposé Galiléen)

- La chute sous champ gravitationnel (ou sous pesanteur) méthode
- La méthode consistera a établir un bilan de forces du système (représentation sur schéma et écriture de leurs composantes dans le repère choisi), puis d'appliquer le PFD (Chapitre II) donnant l'accélération $\vec{a}(t)$ (du chapitre I), et d'obtenir par intégrations successives $\vec{v}(t)$ et $\vec{r}(t)$ à savoir la cinématique complète ('passé et futur') du système sous dynamique de champs de forces.

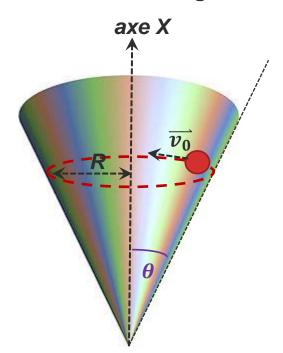


- A t=0, la masse m est lâchée sans vitesse initiale. Ecrire les conditions initiales puis appliquer la méthode de résolution au système pour déterminer les équations horaires complètes. En déduire que le temps de chute sera de $t_{chute} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ puis que la vitesse d'impact au sol sera $v_{sol} = \sqrt{2gh}$. La vitesse de chute est indépendante de la masse d'un corps dans ce cas sans frottement d'air considéré...
- Montrer qu'avec une condition de vitesse initiale v_0 , on obtient $v_{sol} = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh}$.





Application : Une bille roule sans frottement sur un cône d'axe vertical dont les génératrices forment un angle θ avec la verticale (voir schéma).



La trajectoire est un cercle horizontal de rayon R parcouru à une vitesse de norme constante $\|\overline{v_0}\|$.

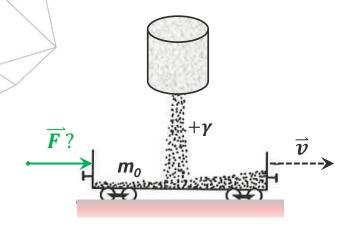
Exprimer une relation entre le rayon R, l'angle θ , la norme de la vitesse v_0 et g.

• Réponse : Bilan des forces, schéma $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R}_N = m\overrightarrow{a}$; mouvement circulaire ($\Rightarrow \overrightarrow{a}_r$) Projections axes X (schéma) et Y \perp X.

$$\left\{egin{aligned} P = mg = R_N \sin heta \ ma_r = R_N \cos heta \end{aligned}
ight. \quad ext{avec} \quad a_r = rac{{{v_0}^2}}{R}. \quad ext{Soit}: \; tg heta = rac{g.R}{{{v_0}^2}}
ight.$$

-Application : Force et masse variable

Du sable est déversé dans un wagon de masse initiale m_0 se déplaçant à une vitesse initiale \vec{v} . La quantité de sable qui tombe dans le wagon par unité de temps se note $\gamma = \frac{dm}{dt}$.





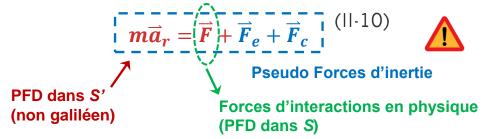


Le poids du wagon augmentant au cours du temps, quelle force \overrightarrow{F} faut-il appliquer au wagon pour maintenir sa vitesse constante ? (les frottement seront négligés)

Réponse :
$$\vec{F} = \gamma . \vec{v} = \frac{dm}{dt} . \vec{v}$$
 (kg.m.s⁻² ou Newton)

II.5.2) Application du PFD (référentiel non Galiléen) - Forces d'inertie

- Obtention du PFD en référentiel non galiléen définition des forces d'inerties (ou 'pseudo'-forces ou forces 'fictives' en référentiels accélérés...)
- · A partir de la loi de composition des accélérations (I-18), issue de l'aspect relatif du mouvement perçu de deux référentiels S et S', en déduire l'expression du PFD (dans le référentiel non galiléen S') et la définition des pseudo-forces dites d'inertie.



avec, $\begin{cases} \vec{F}_e = -m\vec{a}_e \\ \vec{F}_c = -m\vec{a}_c \end{cases}$ pseudo forces d'inertie 'd'entrainement' puis de Coriolis

(pour les accélérations \vec{a}_e et \vec{a}_c voir expressions (I.18) du chapitre I)



Exemples et analyses de mouvements dans S'avec existences de forces d'inertie

Dans l'ensemble de ces cas, des schéma seront nécessaires de manière à représenter ces forces d'inertie et conclure sur leur direction, sens...

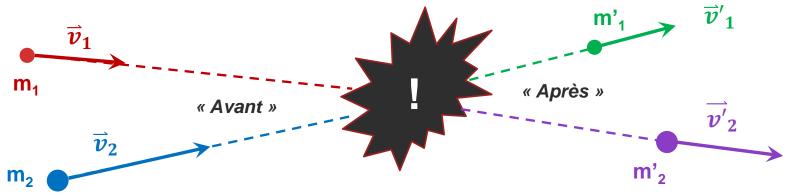
- Cas référentiel S'en translation uniformément accélérée
- Cas référentiel S' en rotation uniformément accélérée
 - Mobile (ou objet) immobile dans S'
 - Mobile (ou objet) en mouvement, se déplaçant dans S'
- · Cas Terrestre (Terre en rotation) Forces d'inertie à la surface de la Terre
- ex. 1: effet de l'entrainement d'un 'fil à plomb'
- ex. 2: effet de la force de Coriolis sur la chute libre ou 'déviation vers l'Est'

Quelques manifestations : rotation des masses d'air (cyclones), courant marins, lancement des fusées, rails de train...





- Il.6) Physique des collisions et chocs, lois de conservation de la quantité de mouvement, énergie cinétique.
- II.6.1) Physique des collisions, position du problème avec deux particules ou objets macroscopiques vision générale 3D
- Hypothèse et simplification: on considérera que les objets n'interagissent pas entre eux avant et après le choc, l'interaction se produira selon une courte durée et portée durant le choc, mais elle sera négligeable « avant » et « après » la collision. Contrairement à l'usage 'courant du terme' une collision n'implique pas forcément qu'il y a impact en physique théorique! Les vitesses seront uniformes.



 \mathcal{E} space 3D et possible échange de masse

• Malgré la connaissance partiel du problème précédent, il est possible d'obtenir les informations « après » connaissant celles d' »avant » grâce aux lois de conservations et notions de symétries... A noter cependant que en 3D, le système présente quatre équations trop d'inconnues, il sera donc nécessaire de connaître la déviation (les angles) entre les particules pour la résolution complète...





Les lois de conservations portent sur la quantité de mouvement (théorème du centre d'inertie sur tout le Système S impliquant ceci sans force extérieure, $\frac{d\vec{p}_S}{dt} = \vec{0}$ ou système isolé) $\vec{p}_S^{\ av} = \vec{p}_S^{\ ap}$, puis sur *l'énergie totale du système* S (voir chapitre III).

II.6.2) Collisions élastiques (simplification, cas unidimensionnel)

- Il y a collision élastique si : le nombre de particules restent constant (avant/ après) et que l'énergie dite 'interne' de chaque particule reste inchangée. En d'autres termes, les particules et objet ne changent pas de 'nature' (et donc de masse) et ne se déforment pas. Les lois de conservations s'écriront (i=1,2) :

$$m_i = m'_i$$
, $\vec{p}_S^{av} = \vec{p}_S^{ap}$, $E_c^{av} = E_c^{ap}$ (11-11)

• Faire un schéma concernant l'étude d'une collision élastique unidimensionnelle. Ecrire le système de deux des relations de conservations (II-11) sur la quantité de mouvement et l'énergie cinétique du système S. Les grandeurs m_1 , m_2 , (v_1, v_2) algébriques connues fixeront :

$$\begin{cases} v'_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \\ v'_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$
 (Symétrie des solutions 1 \Leftrightarrow 2)





- Le cas d'une 'cible' m_2 immobile en amont (v_2 =0) puis plus lourde $m_2 > m_1$ que le projectile *m*₁ donnera :

$$egin{aligned} v'_1 &= rac{(m_1-m_2)}{m_1+m_2} v_1 < 0 \end{aligned} egin{aligned} ext{Le projectile rebondit} \ ext{en changeant de sens} \ v'_2 &= rac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 \end{aligned}$$

→ L'énergie cinétique perdue par le projectile est fonction des masses et vaut alors:

$$E'_{c1} - E_{c1} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} E_{c1}$$
 (II-13)

Applications Spectroscopie de rétrodiffusion Rutherford : ainsi en bombardant une surface de matériau par des projectiles (particules protons en général) le processus de perte d'énergie cinétique de ceux-ci donnera une indication sur les masses et donc composition du dit matériau.

II.6.3) Collisions inélastiques



· Une collision est inélastique lorsqu'une partie de l'énergie cinétique initiale du système est transformée en autres formes d'énergies. Ainsi de part l'équivalence masse/énergie, il peut avoir une variation d'énergie interne et modification du nombre de particules crées.

Remarques : la réaction chimique élémentaire bi-moléculaire $A + B \rightarrow C + D$ est un choc inélastique et les particules sont différentes! Les réactions nucléaires (désintégration, fusion et fission) sont également des processus inélastiques. En mécanique classique une balle de pâte à modeler tombant sans rebondir convertit l'énergie cinétique que l'impact en une autre énergie Q (comme l'échauffement et/ou la déformation du matériau).



II.6.4) Collisions inélastiques, choc 'mou' (simplification, cas unidimensionnel, hypothèse masse m_2 immobile)

Faire un schéma concernant l'étude d'une collision inélastique unidimensionnelle avec m_1 de vitesse \vec{v} en collision avec m_2 immobile, l'ensemble (m_1+m_2) se déplaçant ensuite à \vec{v} ' colinéaire à \vec{v} . Ecrire le système des deux relations de conservations sur la quantité de mouvement et l'énergie totale du système S. Les grandeurs connues fixeront :

$$\begin{cases} m_1 \vec{v} = (m_1 + m_2) \vec{v}' \\ \frac{1}{2} m_1 v^2 + Q = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v \\ Q = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} v^2 \end{cases}$$

Remarques : L'énergie dissipée Q en 'théorie du problème à deux corps' est l'opposée de l'énergie cinétique 'barycentrique' $\frac{1}{2}\mu(v_{1/2})^2$ avec $\mu=\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)}$ la masse réduite*. La proportion d'énergie dissipée dans cette étude vaut $\frac{|Q|}{E_c\,(avant)}=\frac{m_2}{(m_1+m_2)}$, et si $m_2>>m_1$ (rapport \to 1) alors toute l'énergie du projectile m_1 est dissipée.

* Dans un problème à deux corps, le mouvement de deux particules (1 & 2) isolées se décompose en mouvement du centre de masse et d'une particule 'fictive' de masse 'réduite' μ soumise à une force $\vec{F}_{1,2}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$.

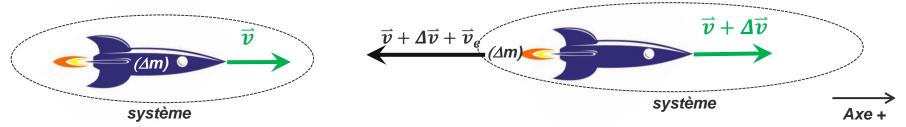




Dans ce paragraphe *quantité de mouvement*, il ne faut surtout point oublier le PFD qui par définition explicite que lors d'un choc où un objet/système voit sa quantité de mouvement \vec{p} se modifier, le milieu qui subit le choc est soumis à une force égale à $\frac{d\vec{p}}{dt}$.

II.6.4) Mouvements avec *masse variable* et quantité de mouvement

* La fusée - calcul de la variation de quantité de mouvement : considérons un système 'fusée avec carburant', dont l'éjection des gaz vers l'arrière permet la propulsion. Soit \vec{v}_e la vitesse d'éjection de ces gaz dans le référentiel 'fusée'. Considérons un intervalle de temps Δt ou la quantité Δm de masse est éjectée ; ainsi la fusée possède une vitesse \vec{v} à l'instant t puis une vitesse $\vec{v} + \Delta \vec{v}$ à l'instant $t+\Delta t$. La masse éjecté Δm aura quant à elle une vitesse $(\vec{v} + \Delta \vec{v} + \vec{v}_e)$ par rapport à la fusée (voir schéma).



La variation $\Delta \overline{P}$ de la quantité de mouvement sur l'intervalle Δt s'écrit :

$$\underline{\overrightarrow{P}_{ap} - \overrightarrow{P}_{av}} = \{ (m - \Delta m)(\overrightarrow{v} + \Delta \overrightarrow{v}) + \Delta m(\overrightarrow{v} + \Delta \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}_e) \} - m\overrightarrow{v} = \underline{m.\Delta \overrightarrow{v} + \Delta m.\overrightarrow{v}_e} \quad (\text{II-15})$$
Cas général





• Cas où la fusée n'est soumise à aucune force extérieure (PFD), $\Delta \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}$:

En projetant selon l'axe, avec notation infinitésimal $\Delta => d$, on obtient alors la *loi*:

$$\int dv = -v_e \cdot \int \frac{dm}{m} \quad \Rightarrow \quad v - v_0 = -v_e \cdot \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) > 0 \tag{11.16}$$

La variation de la vitesse ou accélération ne dépend que du rapport (m/m_0) mais non dont la façon varie m.

- Cas où la fusée est soumise à une force extérieure (PFD) $\frac{d\overline{P}}{dt} = \overrightarrow{F}_{ext}$:

La relation (II.15) conduit à une loi :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_e \frac{dm}{dt} = \vec{F}_{ext}$$
 (11-17)

Un cas intéressant est lorsque que cette fusée décolle à la verticale sous force extérieure gravitationnelle, car plus le nouveau terme (dm/dt) est grand et donc la masse de la fusée diminue vite alors plus la variation de vitesse (accélération) est grande. En conclusion, il est donc fortement conseillé de consommer / brûler le carburant le plus rapidement possible!

