6 Champ magnétique

6.1 Sources de champ magnétique

Les sources de champ magnétique sont
- la matière aimantée (la matière magnétique),
- le courant électrique.

Dans ce cours, on ne considérera que le courant électrique comme source de champ magnétique. De plus, comme on se restreint à l'étude de la magnétostatique, on se restreindra aux courants stationnaires, c'est-à-dire ne dépendant pas du temps.

6.2 Rappel : le produit vectoriel

On se place dans $\mathbb{R}^3$ muni de sa base canonique $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ (voir 2.1). On rappelle que tout vecteur $\vec{x}$ de $\mathbb{R}^3$ peut s'écrire :

$$\vec{x} = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Le produit vectoriel entre deux vecteurs $\vec{x}$ et $\vec{y}$ de $\mathbb{R}^3$ s'écrit :

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ -(x_1 y_3 - x_3 y_1) \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix}.$$

6.3 Loi de Biot et Savart

Cette loi relie un courant électrique au champ magnétique qu'il crée. Soit $\mathcal{F}$ un fil orienté parcouru par un courant d'intensité I. On définit l'élément de courant $\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)$ centré sur $P \in \mathcal{F}$ par :

$$\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P) = I(P)\,\mathrm{d}\vec{\ell},$$

où $I(P)$ est l'intensité du courant au point P et $\mathrm{d}\vec{\ell}$ est un élément infinitésimal de fil qui est orienté par l'orientation du fil. Comme l'unité de l'intensité du courant électrique dans le système international est l'ampère, de symbole A, et qu'en tant qu'élément infinitésimal de fil $\mathrm{d}\vec{\ell}$ est homogène à une distance, qu'on exprime en mètres dans le système international, on voit que l'unité dans laquelle s'exprime l'élément de courant $\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)$ est l'ampère mètre, de symbole A m.

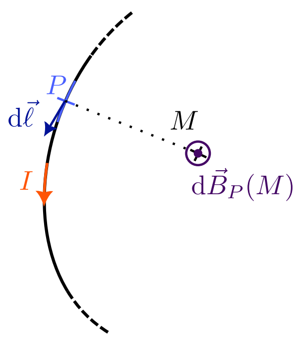

Figure 17 – Élément de courant dans un fil orienté et champ magnétique élémentaire créé par cet élément de courant.

La loi de Biot et Savart nous dit qu'un élément de courant $\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)$ crée en un point M de l'espace le champ magnétique élémentaire $\mathrm{d}\vec{B}_P(M)$ qui s'écrit :

$$\mathrm{d}\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{||\overrightarrow{PM}||^3}. \tag{10}$$

La grandeur μ_0 s'appelle la *perméabilité du vide*, et on a $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}$ (en unités SI, $1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{kg\,A^{-1}\,s^{-2}}$). L'unité du champ magnétique élémentaire est donc le Tesla, de symbole T.

L'équation (10) est à connaitre et à savoir manipuler.

6.4 Principe de superposition et champ magnétique

La relation (10), qui relie la source $\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)$ au champ élémentaire $\mathrm{d}\vec{B}_P(M)$ qu'elle crée, est une relation linéaire en $\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)$. Ainsi, comme nous l'avons déjà vu avec le champ électrostatique, toute superposition de sources crée un champ qui est la superposition des différents champs créés.

Une portion $\mathcal{C}$ de circuit électrique orienté dans laquelle circule un courant électrique crée donc, en un point M de l'espace, le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ qui se calcule comme :

$$\vec{B}(M) = \int_{P\in\mathcal{C}} \mathrm{d}\vec{B}_P(M) = \int_{P\in\mathcal{C}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{||\overrightarrow{PM}||^3}. \tag{11}$$

De même, si on a N circuits $\mathcal{C}_k$, k allant de 1 à N, et que chaque circuit $\mathcal{C}_k$ crée en M le champ $\vec{B}_k(M)$, alors les N circuits créent en M le champ

$$\vec{B}(M) = \sum_{k=1}^{N} \vec{B}_k(M).$$

Ces formules sont à connaitre et à savoir manipuler.

6.5 Propriétés du champ magnétique

6.5.1 Plan de symétrie

Si $\mathcal{C}$ désigne une distribution de courant filiforme, un plan Π constitue un plan de symétrie pour $\mathcal{C}$ si et seulement si

$$\forall P \in \mathcal{C}, P' = \mathrm{sym}_\Pi(P) \in \mathcal{C} \textbf{ et } \mathrm{sym}_\Pi\left(\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)\right) = \mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P').$$

Cette définition est à connaitre.

6.5.2 Plan d'antisymétrie

On appelle antisymétrie une symétrie par rapport à un plan accompagnée d'un changement du sens du courant.

Si $\mathcal{C}$ désigne une distribution de courant filiforme, un plan Π^* constitue un plan d'antisymétrie pour $\mathcal{C}$ si et seulement si

$$\forall P \in \mathcal{C}, P' = \mathrm{sym}_{\Pi^*}(P) \in \mathcal{C} \textbf{ et } \mathrm{sym}_{\Pi^*}\left(\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P)\right) = -\,\mathrm{d}\vec{\mathcal{C}}(P').$$

Cette définition est à connaitre.

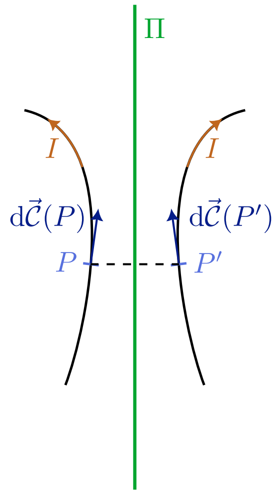

FIGURE 18 – Plan de symétrie d'une distribution de courant filiforme.

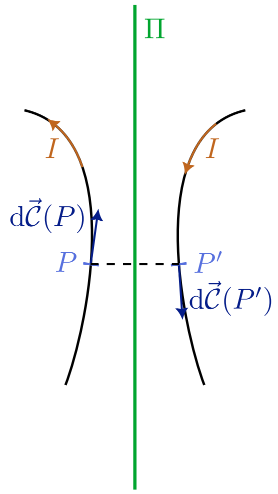

FIGURE 19 – Plan d'antisymétrie d'une distribution de courant filiforme.

6.5.3 Conséquences sur le champ

- Si $M \in \Pi$, alors $\vec{B}(M) \perp \Pi$.
- Si $M' = \mathrm{sym}_\Pi(M)$, alors $\vec{B}(M') = -\mathrm{sym}_\Pi(\vec{B}(M))$.
- Si $M \in \Pi^*$, alors $\vec{B}(M) \parallel \Pi^*$.
- Si $M' = \mathrm{sym}_{\Pi^*}(M)$, alors $\vec{B}(M') = \mathrm{sym}_{\Pi^*}(\vec{B}(M))$.

On illustrera ces conséquences dans le cadre de l'exemple du champ créé par un fil infini. Ces propriétés sont à connaitre et à savoir utiliser.

6.5.4 Invariances

Si la distribution de courant possède une invariance (par translation ou par rotation), alors les composantes du champ magnétique possèdent la même invariance. Cette propriété est à connaitre et à savoir utiliser.

6.6 Exemple d'application

Considérons un fil infini, confondu avec l'axe $(O, \vec{u}_z)$, parcouru par un courant électrique d'intensité $I > 0$ constante orientée selon $\vec{u}_z$. En utilisant les propriétés de symétries et d'invariances, exprimer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé en tout point M de l'espace par le fil.

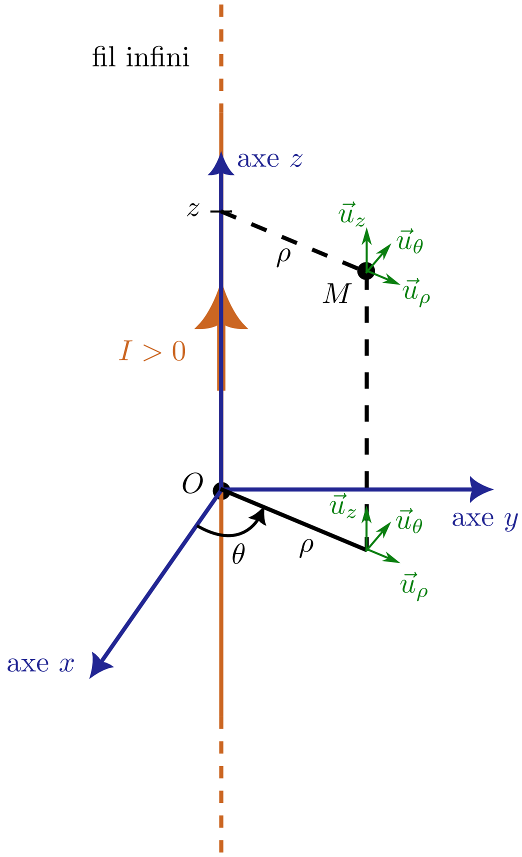

FIGURE 20 – Fil infini parcouru par un courant d'intensité I constante.

Le plan Π passant par M et contenant $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie pour la distribution de courant, donc $\vec{B}(M) \perp \Pi$:

$$\vec{B}(M) = B_\theta(M)\vec{u}_\theta.$$

Le point M est repéré par (ρ, θ, z), donc a priori $\vec{B}(M) = \vec{B}(\rho, \theta, z)$. Cependant, la distribution de courant est invariante par rotation d'angle θ et par translation le long de l'axe z, donc $\vec{B}(M)$ ne dépend ni de θ ni de z : $\vec{B}(M) = \vec{B}(\rho)$. Au final, on a :

$$\vec{B}(M) = B_\theta(\rho)\vec{u}_\theta.$$

Ce genre de raisonnement est à avoir compris et à savoir refaire dans les différentes situations qui seront abordées.