

Thème 6 – Dipôle électrostatique

1. Généralités

1- Le potentiel électrostatique créé par le dipôle en un point M s'écrit :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 NM}$$

2- Approximation dipolaire : la dimension caractéristique du dipôle est très inférieure à toutes les autres longueurs considérées, en particulier la distance d'observation, soit $a \ll r$.

Puisque $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}$, on a $PM^2 = OM^2 + OP^2 - 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OP}$, soit encore :

$$PM^2 = r^2 + \frac{a^2}{4} - 2\frac{a}{2}r \cos \theta$$

Comme $\frac{a}{r} \ll 1$, un développement limité au premier ordre en $\frac{a}{r}$ conduit à :

$$\frac{1}{PM} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{a}{r} \cos \theta + \frac{a^2}{4r^2} \right)^{-1/2} \simeq \frac{1}{r} \left(1 + \frac{a}{2r} \cos \theta \right)$$

On obtiendrait de la même façon :

$$\frac{1}{NM} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{a}{r} \cos \theta + \frac{a^2}{4r^2} \right)^{-1/2} \simeq \frac{1}{r} \left(1 - \frac{a}{2r} \cos \theta \right)$$

Finalement, on trouve que :

$$V(M) = \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

3- En remarquant que $\cos \theta = \vec{u}_z \cdot \vec{u}_r = \vec{u}_z \cdot \frac{\vec{r}}{r}$, on peut écrire que $V(M) = \frac{(qa\vec{u}_z) \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. En identifiant, on en déduit

l'expression du moment dipolaire électrique du dipôle :

$$\vec{p} = qa\vec{u}_z = q\overrightarrow{NP}$$

Le potentiel électrostatique créé à grande distance par le dipôle s'écrit finalement :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

4- L'atome de chlore est plus électronégatif que celui d'hydrogène, donc le barycentre G^- des charges négatives n'est pas confondu avec le barycentre G^+ des charges positives.

5- Le champ électrostatique est relié au potentiel dont il dérive par : $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}(V(M))$.

En coordonnées sphériques, on obtient :

$$\vec{E}(M) = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta)$$

6- Les forces $\vec{F}^+ = +q\vec{E}_{\text{ext}}$ et $\vec{F}^- = -q\vec{E}_{\text{ext}}$ qui s'exercent sur les deux charges du dipôle ont une somme nulle. Elles forment donc un couple dont le moment au point O est :

$$\vec{\Gamma}_O = \overrightarrow{ON} \wedge \vec{F}^- + \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}^+ = q(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{ON}) \wedge \vec{E}_{\text{ext}} = q\overrightarrow{NP} \wedge \vec{E}_{\text{ext}}$$

En introduisant le moment dipolaire, on obtient finalement :

$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$$

On remarque que ce résultat est indépendant du point où on le calcule.

L'action du couple tend à faire tourner le dipôle pour l'amener dans la position d'équilibre, c'est-à-dire orienté colinéairement au champ extérieur \vec{E}_{ext} de sorte que $\vec{\Gamma} = \vec{0}$.

7- On s'intéresse à l'énergie potentielle d'interaction entre le dipôle et le champ extérieur (et non pas à celle qui existe entre les charges du dipôle, énergie constante puisque le dipôle est rigide).

Le dipôle étant rigide, cette énergie s'obtient directement en sommant les énergies potentielles de chacune des charges qui le constituent avec le champ :

$$U = qV_{ext}(P) - qV_{ext}(N)$$

où V_{ext} désigne le potentiel dont dérive le champ extérieur \vec{E}_{ext} .

En supposant que les dimensions du dipôle sont faibles devant la distance caractéristique de variation du potentiel (approximation dipolaire), on peut écrire :

$$V_{ext}(P) - V_{ext}(N) \approx dV_{ext} \approx -\vec{E}_{ext} \cdot \overrightarrow{NP}$$

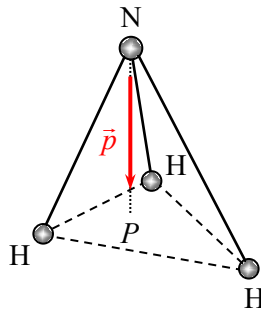
On en déduit finalement que :

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$$

À l'équilibre du dipôle, cette énergie est minimale. C'est le cas lorsque \vec{p} est orienté dans la direction et le sens de \vec{E}_{ext} .

2. Application : molécule d'ammoniac

8-



9- On a $p = 3p_{NH} \cos \alpha$, soit $p_{NH} = \frac{p}{3 \cos \alpha} = 4,6 \times 10^{-30}$ C.m.

10- $p_{NH} = (\delta e)a$, soit $\delta = \frac{p_{NH}}{ea} = 29\%$.

11- On peut modéliser la molécule par un dipôle de charges $-q$ sur l'azote N et $+q$ en P, où $q = 3\delta e$, séparées d'une distance $d = a \cos \alpha$. L'énergie potentielle propre U_p de la molécule d'ammoniac est l'énergie potentielle de ce système de deux charges, c'est-à-dire l'énergie potentielle électrostatique d'une charge dans le potentiel de la seconde : $U_p = qV(P)$ où $V(P) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 d}$ est le potentiel créé par la charge $-q$ en P.

Il vient donc : $U_p = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{-(3\delta e)^2}{4\pi\epsilon_0 a \cos \alpha} = -4,9 \times 10^{-18}$ J = -30 eV.

12- L'énergie potentielle d'interaction U_i de la molécule dans le champ extérieur \vec{E}_{ext} est minimale dans la position d'équilibre stable de la molécule, c'est-à-dire lorsque \vec{p} est aligné dans le sens de \vec{E}_{ext} . On a alors $U_i = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext} = -pE_{ext} = -5 \times 10^{-25}$ J = -3×10^{-6} eV.

13- $|U_p| \gg |U_i|$: le champ électrique extérieur perturbe donc peu la cohésion de la molécule.