MATHS – S1

CUPGE 1 – ESIR

Calcul propositionnel, quantificateurs et raisonnement

TD- Liste 1

Exercice 1 : Parmi les formules suivantes, lesquelles sont des formules propositionnelles :

1. A
2. $A \wedge B$
3. $(\bar{A} \Rightarrow A)$
4. $A \Rightarrow B \vee C$
5. $\big((A \wedge (B \Rightarrow C)\big) \vee \big(\bar{A} \Rightarrow (B \wedge C)\big) \wedge (\bar{A} \vee B))$

Exercice 2 : Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

a) « Si Napoléon était chinois alors $3 - 2 = 2$ »
b) « Soit Cléopâtre était chinoise, soit les grenouilles aboient »
c) « Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes »
d) « Si l'homme est un quadrupède, alors il parle »
e) « Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs »

Exercice 3 : Formaliser les propositions suivantes en logique des propositions :

- Si Pierre est rentré chez lui, alors Jean est allé au cinéma.
- Marie est à la bibliothèque ou Pierre est rentré chez lui
- Si jean est allé au cinéma, alors Marie est à la bibliothèque ou Pierre est rentré chez lui.
- Marie n'est pas à la bibliothèque et Jean est allé au cinéma.
- Pierre est rentré chez lui.

Exercice 4 : Les affirmations suivantes sont vraies :

a) « Si Albert commande un dessert, Bernard en commande un aussi ».
b) « Chaque jour, soit Bernard, soit Charles, mais pas les deux, commandent un dessert ».
c) « Albert ou Charles, ou les deux, commandent chaque jour un dessert ».
d) « Si Charles commande un dessert, Albert fait de même ».

1. Exprimer les données du problème comme des formules propositionnelles
2. Que peut-on en déduire sur qui commande un dessert ?
3. Pouvait-on arriver à la même conclusion en supprimant l'une des quatre affirmations ?

Exercice 5 : Indiquer les modifications à faire pour que les formules suivent peuvent être vues comme des formules propositionnelles :

a) $a \Rightarrow b \Rightarrow c;$
b) $a \vee b \wedge c$
c) $a \vee b \wedge c \Leftrightarrow \ d \Rightarrow \bar{e} \vee f \wedge g$

Exercice 6 : Montrer que la formule $((A \vee B) \Leftrightarrow B)$ est logiquement équivalente à la formule $(A \Rightarrow B)$:

Exercice 7 : Une formule propositionnelle est dite tautologie lorsqu'elle est vraie pour toute distribution de valeur de vérité. Elle est antilogie lorsqu'elle est fausse pour toute distribution de valeur de vérité. Sinon, elle est dite neutre. Parmi les formules propositionnelles suivantes :

1. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))$
2. $(A \wedge (B \wedge A))$
3. $((B \vee A) \vee \overline{(A \vee B)})$
4. $((B \Rightarrow A) \Rightarrow \overline{(A \Rightarrow B)})$

Indiquer si c'est une tautologie, une antilogie, ou une formule neutre.

Exercice 8 : Justifier, sans faire de table de vérité, que la formule suivante est une tautologie (rappel : T symbolise une tautologie, $\perp$, une antilogie) :

a) $(\top \wedge \phi) \Leftrightarrow \phi$
b) $(\phi \Rightarrow \perp) \Leftrightarrow \bar{\phi}$

Exercice 9 : Les inférences suivantes sont-elles valides ? Pourquoi ?

- « si $2 + 2 = 5$, alors le père Noël existe »

  Et

- « si le Soleil tourne autour de la terre, alors $2 + 2 = 5$ »

  Donc

- « Si le Soleil tourne autour de la Terre, alors le père Noël existe »