ECOLE SUPERIEURE D'INGENIEURS DE RENNES

MODULE ELEC-S1

UNIVERSITÉ DE RENNES 1

1. SEQUENCE 1 : CIRCUITS ELECTRIQUES ET THEOREMES GENERAUX

1.1. Généralités sur les circuits électriques

Notation : pour des grandeurs qui sont constantes, on utilise souvent des lettres majuscules pour les représenter :

U, I, V

Pour des grandeurs qui varient, on utilise souvent les lettres minuscules et on ajoute parfois en fonction de quoi elle varie, souvent le temps t :

u(t), i(t), v(t)…

1.1.1. Courant, tension (différence de potentiel)

Courant I en Ampère (A).

Tension $U=V_A-V_B$ en Volt (V). C'est une différence de potentiel.

Potentiel de référence : 0V (« signal ground »). Référence arbitraire dans un circuit permettant de définir les autres potentiels. Comme les tensions sont des différences de potentiels, le changement de potentiel de référence ne modifie pas les tensions dans un circuit.

Analogie avec l'eau : I le débit. Un fil = un tuyau, même débit tout le long si la section du tuyau reste identique. Le potentiel est lié à l'altitude. Plus une réserve d'eau est haute, plus il y a un potentiel pour avoir un fort courant, à condition qu'on branche un tuyau. C'est la différence de potentiel entre deux points qui est importante pour savoir s'il y aura du courant entre les 2.

1.1.2. Dipôles actifs : Générateurs

Exemple : générateur de tension continue, générateur de tension sinusoïdale, carré.

Attention : le courant et la tension sont fléchés dans le même sens pour un dipôle actif.

1.1.3. Dipôles passifs

Résistance : R (Ohm)

Bobine d'inductance L (Henry)

Condensateur de capacité C (Farad)

Attention, le courant et la tension sont fléchés dans le sens contraire pour un dipôle actif.

1.1.4. Mise en parallèle/en série de générateurs

En parallèle (ou en dérivation) : les dipôles possèdent une même tension à leur borne.

En série, les dipôles sont parcourus par un même courant.

Intérêt de mettre en série des générateurs de tension : augmenter la tension globale, faire une alimentation dissymétrique. Chaque générateur de tension fournit alors le même courant.

Intérêt de mettre en parallèle des générateurs de tension : augmenter le courant global mais attention à bien avoir la même tension pour chaque générateur.

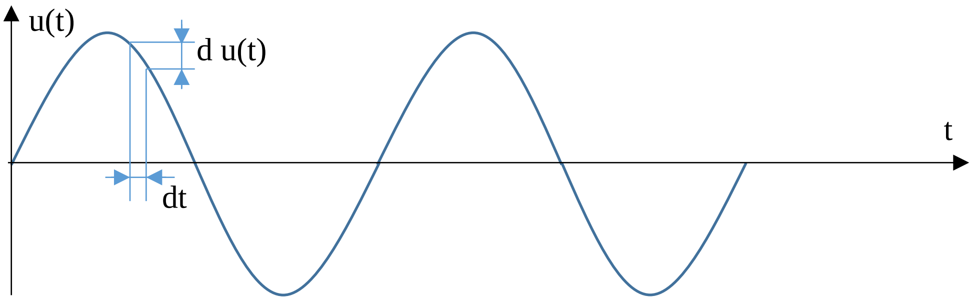
1.1.5. Relation tension/courant pour résistance, condensateur, inductance

Résistance : $u(t) = R\, i(t)$ C'est la loi d'Ohm.

Condensateur : $i(t) = C\ \frac{d\,u(t)}{dt}$

Bobine : $u(t) = L\,\frac{d\,i(t)}{dt}$

Rappel sur les notations : u'$(t) = \frac{d\,u(t)}{dt}$



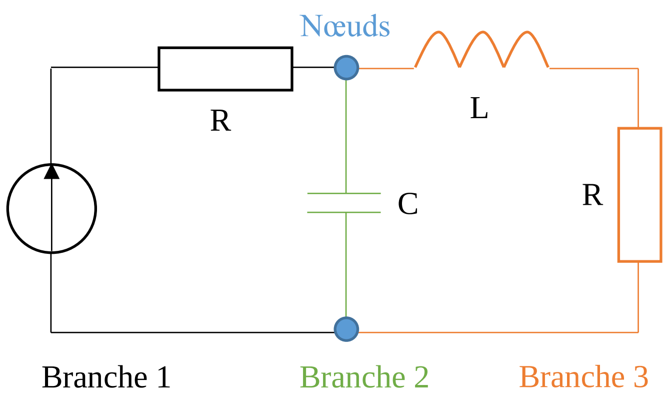
En régime continu (pas de variation par rapport au temps), la dérivée de u(t) par rapport au temps est nulle et le courant dans un condensateur est donc nul. Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

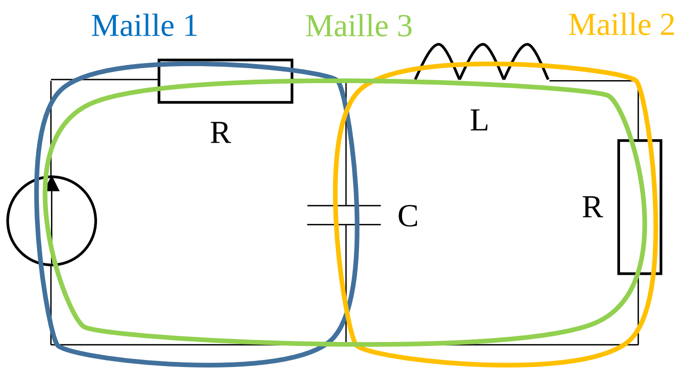
En régime continu (pas de variation par rapport au temps), la dérivée de i(t) par rapport au temps est nulle et la tension aux bornes d'une bobine est donc nulle. La bobine se comporte comme un court-circuit (un fil).

1.1.6. Circuit électrique

Un circuit électrique est constitué entre autres de dipôles reliés par des fils. On peut définir :

- Une branche : ensemble de dipôles/fils parcourus par un même courant.
- Un nœud : point de jonction de plusieurs branches
- Une maille : ensemble de branches formant une boucle.

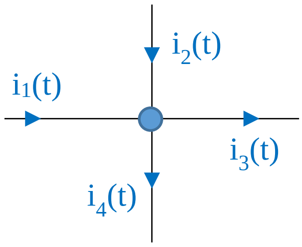




1.2. Lois de Kirchhoff :

1.2.1. Loi des nœuds

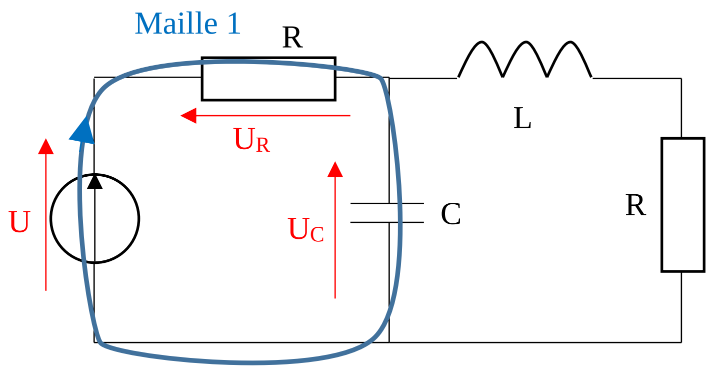
La somme des courants qui entrent dans un nœud est égale à la somme des courants qui en sortent.



Ici, on a : $i_1(t) + i_2(t) = i_3(t) + i_4(t)$

1.2.2. Loi des mailles

La somme des tensions le long d'une maille est nulle. Attention à bien définir un sens de fléchage de la maille et à tenir compte des fléchages des tensions. Par convention, on peut considérer que les tensions qui sont dans le même sens que la maille s'additionnent et que celles qui sont opposées se soustraient.



Ici, on a pour la maille 1 : $U - U_R - U_C = 0$

1.3. Association de résistances (série, parallèle)

Des résistances en série (parcourues par un même courant) s'additionnent.

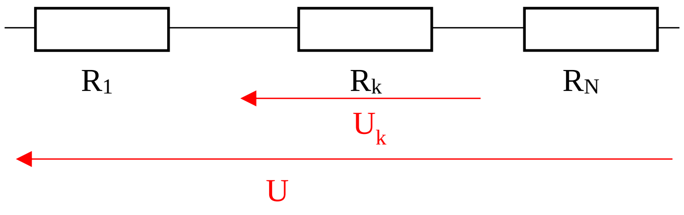
Pour des résistances en parallèle (ayant la même tension à leurs bornes), ce sont les admittances qui s'additionnent. Admittance=1/résistance.

1.4. Autres outils dérivés des lois de Kirchhoff

1.4.1. Ponts diviseurs

Pont diviseur de tension

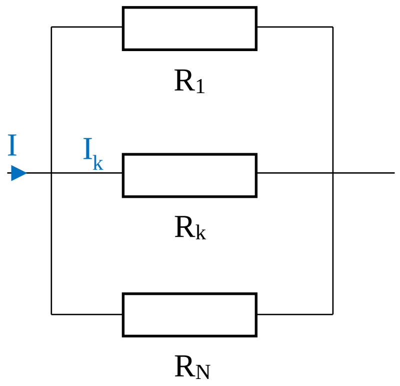
Utiliser pour des résistances en série quand on cherche la tension aux bornes de l'une par rapport à la tension aux bornes de l'ensemble.



$$U_k = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^{N} R_k} U$$

Pont diviseur de courant

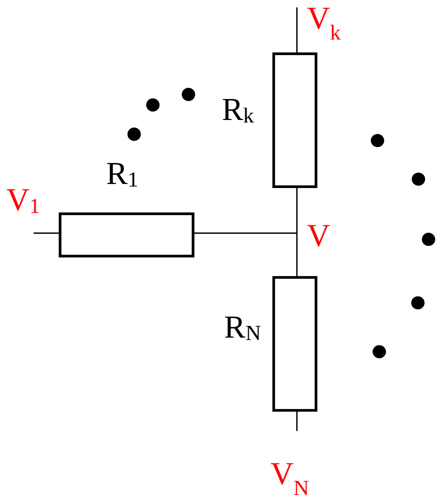
Utiliser pour des résistances en parallèle quand on cherche le courant qui traverse l'une par rapport au courant qui traverse l'ensemble.



$$I_k = \frac{1/R_k}{\sum_{k=1}^{N} 1/R_k} I$$

1.4.2. Théorème de Millman

Utiliser quand on cherche le potentiel au niveau d'un nœud avec plusieurs branches.



$$V = \frac{\sum_{k=1}^{N} V_k/R_k}{\sum_{k=1}^{N} 1/R_k}$$

1.4.3. Générateur de Thévenin

Utiliser pour simplifier une partie d'un circuit.

On identifie quelle partie du circuit on veut remplacer par un générateur de Thévenin. On enlève le reste du circuit et on cherche :

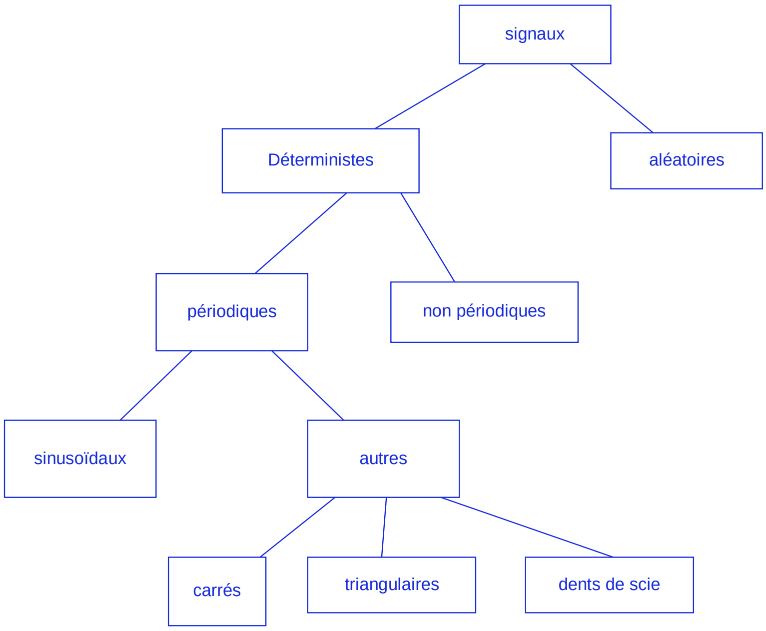
- La résistance de Thévenin équivalente quand les sources sont éteintes.
- La source de Thévenin qui est égale à la tension à vide

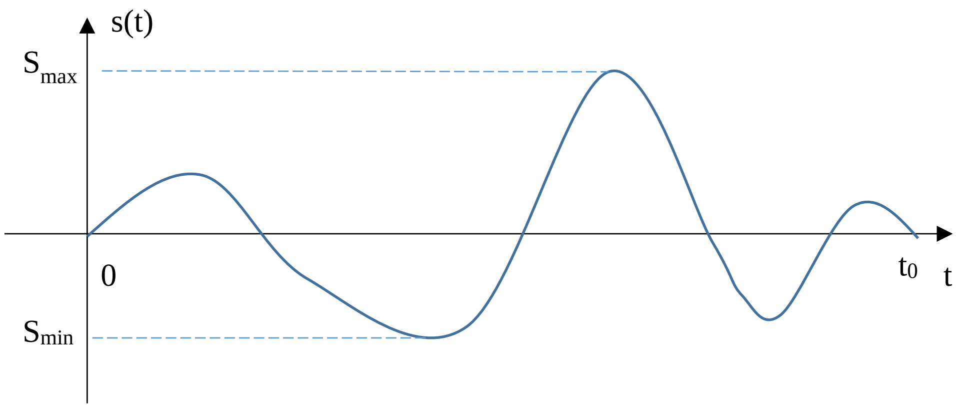
Eteindre des sources correspond à :

- Remplacer les sources de tension par des fils (tension nulle)
- Remplacer les sources de courant par des circuits ouverts (courant nul)

2. SEQUENCE 2 : REGIMES CONTINU, SINUSOÏDAL ET PUISSANCE

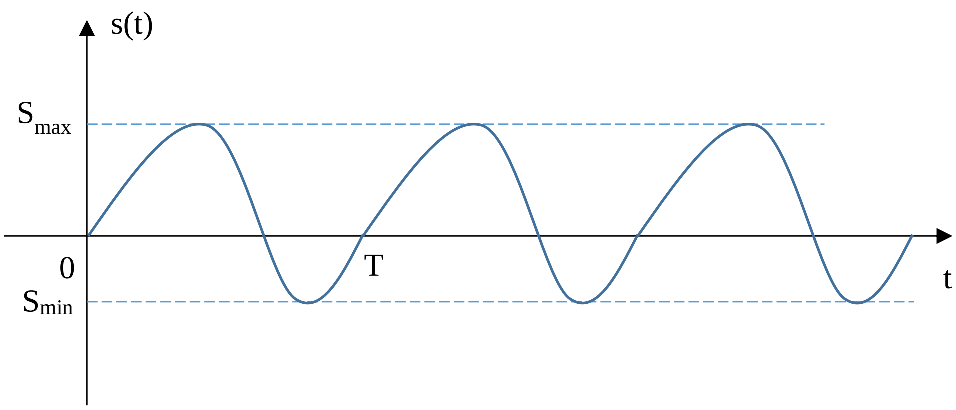
2.1. Classification des signaux





valeur maximale : S_{max}
valeur minimale : S_{min}
Valeur moyenne : $S_{moy} = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} s(t)\, dt$ avec t_0 la durée du signal

2.2. Définitions pour le régime périodique



2.2.1. Quelques définitions

Période T (en s)

Fréquence f=1/T (en Hz)

Pulsation ω=2πf (en rad/s)

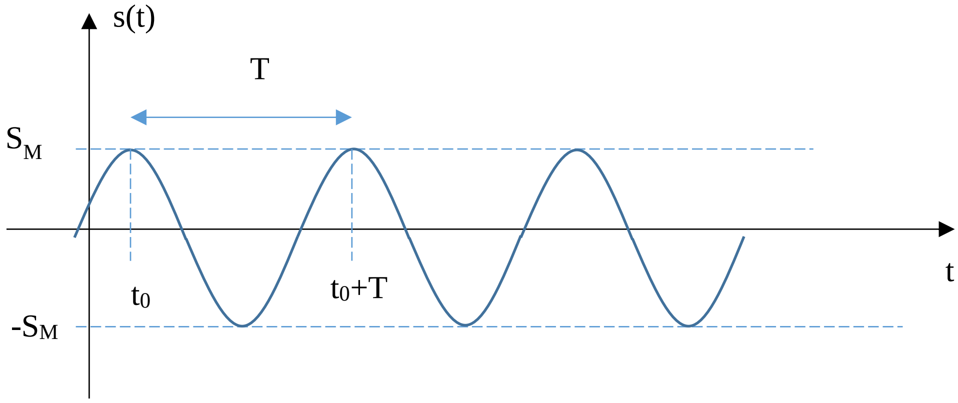
Amplitude crête à crête $S_{cc}=S_{max}-S_{min}$

Valeur moyenne (idem quelle que soit la période) : $S_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\,dt$

2.2.2. Cas particulier du signal sinusoïdal à moyenne nulle

Par définition, un signal sinusoïdal à moyenne nulle est de la forme :

$$s(t)=S_M \cos(\omega t+\phi)=S_M \cos(\omega(t-t0)).$$



Valeur moyenne : $S_{moy} = 0$

Amplitude : S_M

Valeur efficace : $S_{eff} = \frac{S_M}{\sqrt{2}}$

Phase : $\phi=\omega t_0$

2.2.3. Notion d'impédance

En régime sinusoïdal, l'impédance correspond au rapport de l'amplitude de la tension sur celle du courant. On peut écrire $U_M=Z\,I_M$ et on a alors une loi d'Ohm généralisée.

Exemple pour l'inductance avec $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$on a alors $u(t) = L\,I_0\omega\cos(\omega t)$. L'amplitude de u(t) est alors de $U_M = L\,I_0\omega$ et celle de i(t) $I_M=I_0$, ce qui donne :

$$Z_L = \frac{U_M}{I_M} = \frac{L\,I_0\omega}{I_0} = L\omega$$

De la même manière, on a pour le condensateur $u(t) = U_0\cos(\omega t)$ ce qui donne $i(t) = -C\,U_0\omega\sin(\omega t)$. On a alors :

$$Z_C = \frac{U_M}{I_M} = \frac{U_0}{C\,U_0\,\omega} = \frac{1}{C\omega}$$

Pour la résistance, c'est plus simple car u(t)=R i(t) :

$$Z_R = R$$

2.3. Puissance en régime continu

La puissance en régime continu est donnée par le produit de U et I : P=U I (en Watt : W = [V.A]).

En continu, L est un fil donc U=0 et P=0, C est un circuit ouvert, donc I=0 et P=0. Il n'y a pas de puissance consommée en continu dans une bobine ou un condensateur.

Dans une résistance, U=RI, donc il y a de la puissance consommée (sous forme de chaleur) : $P=U\,I = R\,I^2=U^2/R$

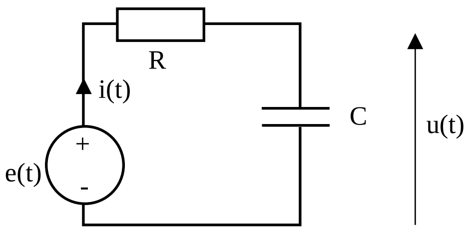
3. SEQUENCE 3 : ETUDE DE CIRCUITS RLC

3.1. Charge/décharge du condensateur – circuit RC

Voir programme de physique/chimie de Terminale : « Evolution temporelle dans un circuit capacitif ».

3.1.1. Equation différentielle sur la tension

Exercice du TD2



Comme ce sera vu dans l'exercice 2, avec la loi des mailles, la loi d'Ohm et le relation courant/tension dans le condensateur, on trouve la relation suivante :

$$RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = e(t)$$

C'est une équation différentielle du 1er ordre.

Pour $t<t_1$, e(t)=0V et le condensateur est déchargé u(t)=0. L'équation est bien vérifiée.

3.1.2. Charge du condensateur

A l'instant $t=t_0$, e(t) passe à 5V. On montre alors que la tension suit la loi suivante en fonction du temps :

$$u(t) = U_0\left(1 - \exp(-\frac{t-t_0}{\tau})\right)$$

A $t=t_1$, u(t)=0, ce qui est normal.

En dérivant, on trouve :

$$\frac{du(t)}{dt} = -\frac{U_0}{\tau}\exp(-\frac{t-t_0}{\tau})$$

En remplaçant dans l'équation différentielle, on a :

$$-RC\frac{U_0}{\tau}\exp(-\frac{t-t_0}{\tau}) + U_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right)\right) = 5V$$

$$U_0\left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right)\exp(-\frac{t-t_0}{\tau}) + U_0 = 5V$$

Ceci est valable quel que soit t si τ=RC et U_0=5V.

On a alors :

$$u(t) = 5\left(1 - \exp(-\frac{t - t_0}{RC})\right)$$

Si cet état reste indéfiniment, alors u(t) tend vers 5V.

3.1.3. Décharge du condensateur

A t=t_1, la tension e(t) repasse à 0. Si t_1 est suffisamment grand par rapport à t0, la tension aux bornes du condensateur à t=t_1 est égale à 5V.

On a alors l'équation :

$$RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$

On peut la réécrire :

$$u'(t) = \frac{du(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}u(t)$$

Ou :

$$\frac{u'(t)}{u(t)} = -\frac{1}{RC}$$

En prenant la primitive, on a :

$$ln\big(u(t)\big) = -\frac{t}{RC} + K$$

$$u(t) = \exp\left(-\frac{t}{RC} + K\right) = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\exp(\mathrm{K})$$

A t=t1, on sait que u(t)=5V. On a donc :

$$u(t_1) = \exp\left(-\frac{t_1}{RC}\right)\exp(\mathrm{K}) = 5$$

$$\exp(\mathrm{K}) = 5\ \exp\left(\frac{t_1}{RC}\right)$$

En remplaçant dans u(t), on a :

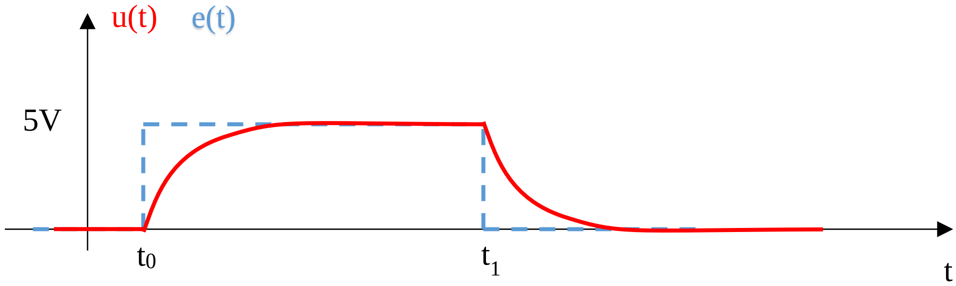
$$u(t) = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)5\ \exp\left(\frac{t_1}{RC}\right)$$

Qu'on peut réécrire :

$$u(t) = 5\exp\left(-\frac{t - t_1}{RC}\right)$$

Pour t très grand, si e(t) reste à 0, u(t) tend vers 0, le condensateur se décharge.

3.1.4. Tracé de l'évolution de la charge et décharge d'un condensateur

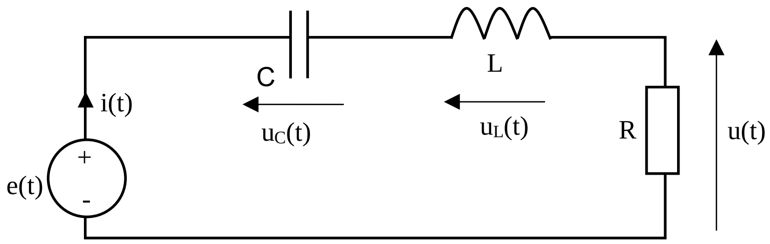


3.2. Circuit RC en régime sinusoïdal

On peut reprendre le circuit RC mais avec une tension e(t) de forme sinusoïdale. On peut alors montrer que tous les courants et toutes les tensions seront sinusoïdaux avec la même fréquence. Par contre, elles n'auront pas toute la même amplitude et pourront être décalées en temps.

3.3. Circuit RLC en régime sinusoïdal

Voir exercice du TD2



Loi des mailles :

$$e(t) = u_C(t) + u_L(t) + u(t)$$

$$e(t) = u_C(t) + L\frac{di(t)}{dt} + R\,i(t)$$

En dérivant :

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{du_C(t)}{dt} + L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t) + L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt}$$

On a donc i(t) fonction de e(t) mais avec une équation différentielle d'ordre 2.

Si la tension e(t) est continue, le condensateur est un circuit ouvert et l'inductance un fil. Il n'y a pas de courant dans R donc u(t)=0.

Si la tension e(t) est sinusoïdale, toutes les tensions et tous les courants sont de forme sinusoïdale avec la même fréquence mais des amplitudes différentes et des décalages en temps.