

多元函数微分学（基础27）

1. 多元函数概念

(1) 二元函数定义

(2) 二元函数几何意义

2. 二元函数的极限

(1) 二重极限的形式

- 包含无数种趋向

(2) 如何证明二重极限不存在

- 找一条趋向下的极限不存在
 - 二重极限包括无数条趋向，且每一条趋向均对应了一个一重极限
 - 二重极限定阶无法将一重极限的内容完全推广
- 找两条趋向存在且不相等

(3) 如何求二重极限

- 定型
- 等价无穷小
- 代换为一重极限
- 夹逼准则
- 无穷小 \times 有界 = 无穷小
 - $|f(x)| \leq M \implies f(x)$ 有界

考点-----考研中几个重要的二重极限

3. 二元函数的连续性

(1) 二元函数连续的定义

(2) 二元函数连续的理解

- 二元函数连续要求每一个方向都连续，每一个方向都是一元函数连续

4. 偏导数定义及计算

(1) 偏导数定义

(2) 偏导数的几何意义

(3) 偏导数的计算 (基础28)

- 对某一**自变量**求导，将**其余自变量**均看成常数

5. 高阶偏导数

6. 多元复合函数偏导数计算

- 先对中间变量求导，中间变量再对自变量求导，有多少中间变量就有几项

两种题型

a. 单中间变量====> 无角标

b. 多中间变量

角标，就是 对 中间变量求导

7. 全微分

(1) 全微分的定义 (重点)

(2) 可微的必要条件 (全微分的计算)

(3) 二元函数连续、可导、可微之间的关系

(4) 二元函数可微的判定方法

- 充分条件法 (一阶偏导数连续)
- 定义法
- 作差式定义法

8. 二元隐函数的导数计算 (基础29)

(1) 二元隐函数求导方法

- 方法1: 求偏导====> 方程两边同时对x (y)求导 (二阶)
- 方法2: 公式法 (一阶)
 - 1. 找三元函数 $F(x, y, z)$
 - 2. 求 F'_x, F'_y, F'_z

(2) 隐函数存在定理

9. 多元函数的极值与最值求法 (基础29)

(1) 无条件极值 (二元函数)

a. 定义(邻域)

b. 必要条件

c. 充分条件 (判定方法)

- 求驻点
- 判定

(2) 有条件极值 (或最值) (基础30)

- 题设条件: 函数 $z=f(x, y)$ 在条件 $p(x, y)=0$ 下的最大 (小) 值
 - 方法一: 回代
 - 方法二: **拉格朗日乘数法 (重点)**
 - 1. 设拉格朗日函数
 - 2. 解 x, y, R (**难点**, R 就是莱姆大)
 - 1. 方法一: 通法
 - 2. 特殊
 - 3. 回代, 定结果

(3) 闭区域最值 (二元函数)

- 方法:
 - **区域内: 无条件极值**
 - **边界上: 有条件极值**
 - PK大小
- 注:
 - 无条件==> 仅需求出驻点, 不需要判断 (是否是极值点)