

# 二重积分（基础30）

---

## 1. 二重积分的概念（曲顶柱体的体积）

---

- 分割——近似——求和——取极限
- 二重积分的几何意义
  - $Z=f(x, y)$ 曲面与D区域所围成的绝对体积

## 2. 二重积分的性质

---

- 二重积分是一个数（绝对体积（正负号））
- 二重积分与积分变量字母的选取无关
- 可积分加性
- 线性关系
- 比较定理（基础31）
  - 一个不等式

## 3. 二重积分的计算（直接法、技巧法）

---

### (1) 直角坐标系下二重积分计算（视频33）

- 取点——划线——投影——积分
- 计算方法底层剖析
- X型区域
- Y型区域

### (2) 极坐标下的二重积分计算

- 取 $\theta$ ——射线
- 对 $r$ 积分

$$d(\text{面积}) = dx dy = r dr d\theta$$

考点：极坐标使用的一般经验

### (3) 二重积分技巧法计算（对称性）

- 积分区域对称下的奇偶性
- 轮换对称性：积分区域关于 $y=x$ 对称

## 4. 二重积分的综合计算（基础32）

---

### (1) 二重积分综合计算

**考点：分块区域的二重积分计算问题**

**考点：一些重点曲线**

**(2) 二次积分次序调换问题**

- 二次积分 $\Rightarrow$ 二重积分 $\Rightarrow$ 二次积分
- 方法：
  - 画图
  - 重新定限

**(3) 雅克比行列式（换元方法）**

**(4) 古尔金定理求旋转体体积**