

MS211K - CÁLCULO NUMÉRICO

Projeto Computacional I – Data de entrega: 01/10/2024

- Este trabalho deve ser realizado em duplas ou trios. O grupo deverá desenvolver os programas propostos em Python ou MatLab e, com os resultados obtidos, deve elaborar um relatório. Este relatório deve conter o código dos programas e os resultados solicitados, acompanhados dos respectivos comentários.
- A entrega deve ser feita pelo *Google Classroom*.
- Projetos iguais ou semelhantes serão anulados.

Exercício 1. A fatoração de Cholesky é uma técnica usada para decompor uma matriz simétrica e definida positiva A em duas matrizes: uma matriz triangular inferior G e sua transposta G^T . Em outras palavras, queremos encontrar uma matriz G tal que:

$$A = GG^T.$$

Considere a seguinte matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 13 \end{pmatrix}$.

- Verifique se a matriz A é simétrica e definida positiva. Uma matriz A é definida positiva se $(x^T Ax > 0, \forall x \neq 0 \in \mathbb{R}^2)$.
- Multiplique G por sua transposta G^T , com $G = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$ e $G^T = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$.
- Compare os elementos de GG^T com os elementos da matriz A para encontrar os valores de g_{11} , g_{21} e g_{22} .
- Verifique a fatoração de Cholesky encontrada multiplicando G e G^T para confirmar que o produto é igual a A .
- Escreva o algoritmo para obter o fator de Cholesky G de uma matriz $A_{n \times n}$ simétrica e definida positiva.
- Na prática, aplicamos a fatoração de Cholesky para verificar se uma determinada matriz A simétrica é definida positiva. Se o algoritmo falhar, o processo será interrompido e a matriz original não é definida positiva. Implemente o algoritmo e verifique se a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & -1 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

é definida positiva. Qual é a condição para o algoritmo falhar?