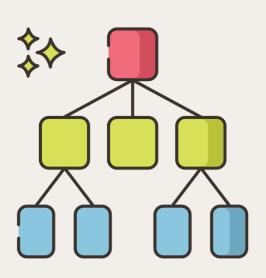
ANÁLISE INTELIGENTE DE DADOS (COB 754)

# ÁRVORES DE DECISÃO

LETÍCIA MARTINS RAPOSO

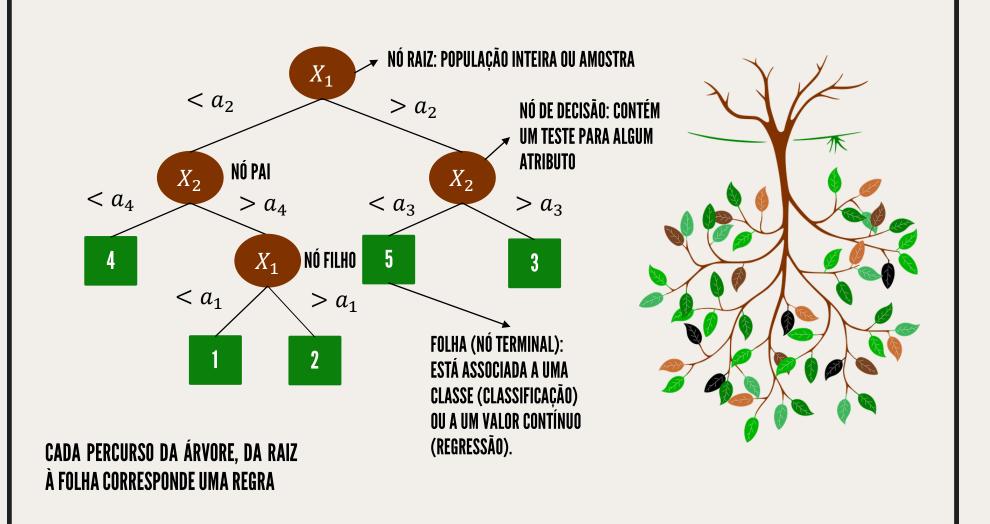
# ÁRVORES DE DECISÃO



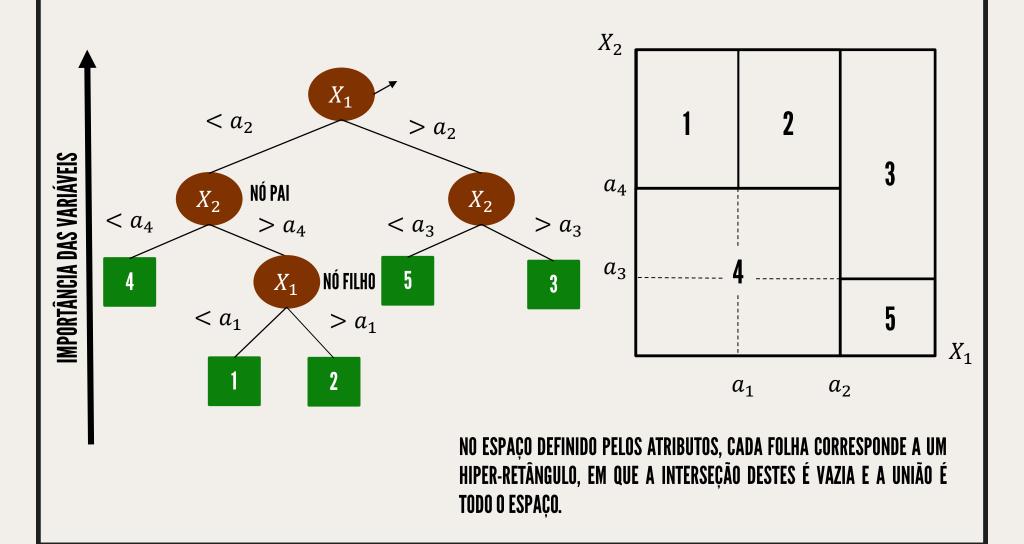
#### **CARACTERÍSTICAS**

- <u>SUPERVISIONADO</u>
- USADO PRINCIPALMENTE EM <u>CLASSIFICAÇÃO</u>
- <u>DIVIDIR PARA CONQUISTAR</u>
- REGRAS DO TIPO <u>SE-</u>
   <u>ENTÃO</u>
- <u>DIVISÃO</u> DO ESPAÇO EM <u>SUBESPAÇOS</u>
- ABORDAGEM <u>"DE CIMA"</u>
   PARA BAIXO"
- "GANANCIOSO": SE
   PREOCUPA APENAS SOBRE
   A DIVISÃO ATUAL

#### REPRESENTAÇÃO DE UMA ÁRVORE DE DECISÃO



#### REPRESENTAÇÃO DE UMA ÁRVORE DE DECISÃO



# ÁRVORES DE REGRESSÃO × ÁRVORES DE CLASSIFICAÇÃO

#### ÁRVORES DE CLASSIFICAÇÃO

#### VARIÁVEL DEPENDENTE <u>CATEGÓRICA</u>.

O VALOR (CLASSE)
OBTIDO PELO NÓ
TERMINAL NOS DADOS DE
TREINAMENTO É O MODA
DAS OBSERVAÇÕES QUE
CAEM NESSA REGIÃO

#### ÁRVORES DE REGRESSÃO

- VARIÁVEL DEPENDENTE CONTÍNUA.
- O VALOR OBTIDO PELOS NÓS TERMINAIS NOS DADOS DE TREINAMENTO É A RESPOSTA MÉDIA DA OBSERVAÇÃO QUE CAI NESSA REGIÃO.

## CONSTRUÇÃO DE UMA **ÁRVORE DE DECISÃO**

**ESCOLHER UM ATRIBUTO** 

ESTENDER A ÁRVORE ADICIONANDO RAMOS DE ACORDO COM A PARTIÇÃO

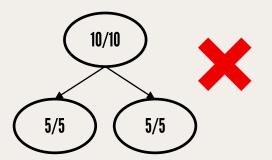
PASSAR OS EXEMPLOS PARA OS NÓS (TENDO EM DE PARADA CONTA O VALOR DO ATRIBUTO ESCOLHIDO).

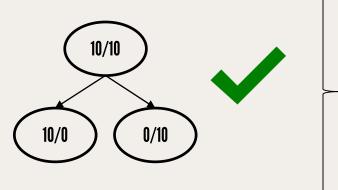
AVALIAR O CRITÉRIO

OBJETIVO: EXECUTAR UMA SEQUÊNCIA DE DIVISÕES DE CIMA PARA BAIXO A FIM DE CRIAR NÓS TERMINAIS (FOLHAS) EM QUE AS CLASSES ESTÃO BEM SEPARADAS (CLASSIFICAÇÃO) OU O ERRO QUADRÁTICO MÉDIO É PEQUENO (REGRESSÃO).

## CRITÉRIOS PARA ESCOLHA DO ATRIBUTO

- O critério utilizado para realizar as partições é o da <u>utilidade do</u> <u>atributo para a classificação/regressão</u>.
- Na classificação, p. ex.:
  - Uma divisão que mantêm as proporções de classes em todas as partições é inútil.
  - Uma divisão onde em cada partição todos os exemplos são da mesma classe tem utilidade máxima.





Classificação

## MEDIDAS DE PARTIÇÃO

- Maioria dos algoritmos de indução de árvores de decisão trabalha com funções de divisão univariável, ou seja, cada nó interno da árvore é dividido de acordo com um único atributo.
- Os critérios de seleção para a melhor divisão são baseados em diferentes medidas, tais como <u>impureza, distância e dependência</u>.
- Na maioria dos casos, <u>nem todas as possíveis variáveis</u> de entrada <u>serão usadas</u> para construir o modelo de árvore de decisão e, em alguns casos, <u>uma variável</u> de entrada específica pode ser usada <u>várias vezes em diferentes níveis</u> da árvore de decisão.



#### CLASSIFICAÇÃO:

- GANHO DE INFORMAÇÃO
- ÍNDICE GINI



#### REGRESSÃO:

 SDR (DO INGLÊS STANDARD DEVIATION REDUCTION).

# MEDIDAS DE PARTIÇÃO

## GANHO DE INFORMAÇÃO

#### Dado um conjunto de exemplos, qual atributo escolher para realizar a partição?

- O ganho de informação mede a <u>redução da entropia</u> causada pela partição dos exemplos de acordo com os valores do atributo.
- Entropia é uma medida da <u>aleatoriedade</u> (grau de pureza) de uma variável.
- A entropia de uma variável nominal  $X_i$ , com instâncias pertencentes à classe i, com probabilidade  $p_i$ , é dada por

$$Entropia(X) = -\sum_{i} p_{i} \log_{2} p_{i}$$

A ENTROPIA É MÁXIMA (IGUAL A 1) QUANDO O CONJUNTO DE DADOS É HETEROGÊNEO.

# GANHO DE INFORMAÇÃO

$$Ganho (Exs, Atr) = \underbrace{Entropia (Exs)}_{N\'o pai} - \underbrace{\sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs}}_{N\'o s \ filhos} Entropia (Exs_x)$$

Atr: atributo;

Entropia (Exs): entropia dos exemplos;

P(Atr): conjunto dos valores que Atr pode assumir;

x: elemento deste conjunto;

 $Exs_x$ : subconjunto de Exs formado pelos dados em que Atr = x;

Entropia (Exs<sub>x</sub>): entropia que se obtém ao particionar Exs em função do atributo Atr.

A construção de uma árvore de classificação é guiada pelo objetivo de diminuir a entropia.

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNIS |
|-----|------------|-------------|
| 1   | Ensolarado | Não         |
| 2   | Ensolarado | Não         |
| 3   | Nublado    | Sim         |
| 4   | Chuva      | Sim         |
| 5   | Chuva      | Sim         |
| 6   | Chuva      | Não         |
| 7   | Nublado    | Sim         |
| 8   | Ensolarado | Não         |
| 9   | Ensolarado | Sim         |
| 10  | Chuva      | Sim         |
| 11  | Ensolarado | Sim         |
| 12  | Nublado    | Sim         |
| 13  | Nublado    | Sim         |
| 14  | Chuva      | Não         |

|     | Sol | Nublado | Chuva |
|-----|-----|---------|-------|
| Sim | 2   | 4       | 3     |
| Não | 3   | 0       | 2     |

$$Ganho(Exs, Atr) =$$

$$= Entropia\left(Exs\right) \ - \ \sum\nolimits_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} Entropia(Exs_x)$$





| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNI |
|-----|------------|------------|
| 1   | Ensolarado | Não        |
| 2   | Ensolarado | Não        |
| 3   | Nublado    | Sim        |
| 4   | Chuva      | Sim        |
| 5   | Chuva      | Sim        |
| 6   | Chuva      | Não        |
| 7   | Nublado    | Sim        |
| 8   | Ensolarado | Não        |
| 9   | Ensolarado | Sim        |
| 10  | Chuva      | Sim        |
| 11  | Ensolarado | Sim        |
| 12  | Nublado    | Sim        |
| 13  | Nublado    | Sim        |
| 14  | Chuva      | Não        |
|     |            |            |

|     | Sol | Nublado | Chuva |
|-----|-----|---------|-------|
| Sim | 2   | 4       | 3     |
| Não | 3   | 0       | 2     |

$$Ganho(Exs, Atr) =$$

$$= \underbrace{Entropia(Exs)}_{x \in P(Atr)} - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} Entropia(Exs_x)$$

Entropia (Jogar Tênis) = 
$$-\sum_i p_i \log_2 p_i$$
 2 classes

Entropia (Jogar Tênis) = 
$$-\frac{5}{14}\log_2\frac{5}{14} - \frac{9}{14}\log_2\frac{9}{14} = 0,940$$

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR | TÊNIS   |                                    | Cal                         | Nublada                             | Chuyo                                      | 1   |
|-----|------------|-------|---|------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|--|---|
| 1   | Ensolarado | Não   |   |                                    | Sol                         | Nublado                             | Chuva                                      | -   |
| 2   | Ensolarado | Não   |   | Sim                                | 2                           | 4                                   | 3  |   |
| 3   | Nublado    | Sim   |   | Não                                | 3                           | 0                                   | 2  |   |
| 4   | Chuva      | Sim   |   |                                    | ·                           | •                                   |  | J   |
| 5   | Chuva      | Sim   |   | (                                  | Ganho                       | (Exs, Atr)                          | ) =  |   |
| 6   | Chuva      | Não   | – Entronic  | n (Fre)                            | _ Z                         | ¬ <u>#</u>                          | $Exs_x$                                    | $ropia(Exs_x)$  |
| 7   | Nublado    | Sim   | — Епигори   |                                    | _                           | $\bot x \in P(Atr)$ #               | Exs  | $Iopia(Lxs_{\chi})$   |
| 8   | Ensolarado | Não   | #Fvs  | #F~                                | c C                         |                                     | #Frs                                       |   |
| 9   | Ensolarado | Sim   | $\frac{\#Exs_s}{\#Exs}Entropia(Exs_s)$  | $+\frac{HEX}{\#Ex}$                | <del>Sn</del> Enti<br>S     | $ropia(Exs_n)$                      | $+\frac{HEXS_c}{\#Exs}$                    | $Entropia(Exs_c)$   |
| 10  | Chuva      | Sim   | 5 ( 2, 2 3,   | 3\ 4                               | ( 4                         | 4 0                                 | 0) 5                                       | $\frac{5}{4} \left( -\frac{3}{5} \log_2 \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \log_2 \frac{2}{5} \right)$   |
| 11  | Ensolarado | Sim   | $\frac{14}{14} \left( -\frac{5}{5} \log_2 \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \log_2 \frac{1}{5} \right)$ | $\overline{5}$ ) + $\overline{14}$ | $\left(-\frac{1}{4}\right)$ | $\log_2 \frac{1}{4} - \frac{10}{4}$ | $\left(\frac{g_2}{4}\right) + \frac{1}{1}$ | $\overline{4}\left(-\overline{5}^{\log_2}\overline{5}-\overline{5}^{\log_2}\overline{5}\right)$ |
| 12  | Nublado    | Sim   |   |                                    |                             |                                     |  | = 0,693   |
| 13  | Nublado    | Sim   |   |                                    |                             |                                     |  |   |
| 14  | Chuva      | Não   |   |                                    |                             |                                     |  |   |

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNIS |
|-----|------------|-------------|
| 1   | Ensolarado | Não         |
| 2   | Ensolarado | Não         |
| 3   | Nublado    | Sim         |
| 4   | Chuva      | Sim         |
| 5   | Chuva      | Sim         |
| 6   | Chuva      | Não         |
| 7   | Nublado    | Sim         |
| 8   | Ensolarado | Não         |
| 9   | Ensolarado | Sim         |
| 10  | Chuva      | Sim         |
| 11  | Ensolarado | Sim         |
| 12  | Nublado    | Sim         |
| 13  | Nublado    | Sim         |
| 14  | Chuva      | Não         |
|     |            |             |

|     | Sol | Nublado | Chuva |
|-----|-----|---------|-------|
| Sim | 2   | 4       | 3     |
| Não | 3   | 0       | 2     |

$$Ganho(Exs, Atr) =$$

$$= Entropia (Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} Entropia(Exs_x)$$

$$Ganho(Exs, Atr) = 0.940 - 0.693 = 0.247$$

## GI (ATRIBUTOS NUMÉRICOS)

- No caso de atributos numéricos, o teste produz uma partição binária do conjunto de exemplos:
  - Exemplos em que o valor\_do\_atributo < ponto\_referência</li>
  - Exemplos em que o valor\_do\_atributo >= ponto\_referência
- Escolha do ponto de referência:
  - Ordenar os exemplos por ordem crescente dos valores do atributo numérico.
  - Qualquer ponto intermediário entre dois valores diferentes (da classe) e consecutivos dos valores observados no conjunto de treinamento pode ser utilizado como possível ponto de referência.
  - É usual considerar o valor médio entre dois valores diferentes e consecutivos.

#### EXEMPLO - GI (ATRIBUTOS NUMÉRICOS)

| TEMPERATURA | JOGAR TÊNIS |         |          |        |                 |
|-------------|-------------|---------|----------|--------|-----------------|
| 64          | Sim         |         |          |        |                 |
| 65          | Não         |         |          |        |                 |
| 68          | Sim         |         |          |        |                 |
| 69          | Sim         |         |          |        |                 |
| 70          | Sim         | <br>Tem | peratura | < 70,5 |                 |
| 71          | Não         | Tem     | peratura | ≥ 70,5 |                 |
| 72          | Sim         |         | < 70,5   | ≥ 70,5 |                 |
| 72          | Sim         | Sim     | 4        | 5      | Cambo (Essa Atm |
| 75          | Sim 🚤       | Não     | 1        | 4      | Ganho (Exs, Atr |
| 75          | Não         |         |          |        | J               |
| 80          | Sim         |         |          |        |                 |
| 81          | Sim         |         |          |        |                 |
| 83          | Sim         |         |          |        |                 |
| 85          | Não         |         |          |        |                 |

## GANHO DE INFORMAÇÃO

DEFINIDO O ATRIBUTO COM <u>MAIOR GANHO DE</u> <u>INFORMAÇÃO</u>, ESTE SERÁ UTILIZADO PARA INICIAR A PARTIÇÃO.

REPETE-SE O PROCESSO DE AVALIAÇÃO DOS ATRIBUTOS ATÉ O FINAL DA CONSTRUÇÃO DA ÁRVORE.

## ÍNDICE GINI

- O índice Gini mede o grau de heterogeneidade dos dados → utilizado para medir a impureza de um nó.
- Este índice num determinado nó é dado por:

Índice Gini = 
$$1 - \sum_{i=1}^{c} p_i^2$$

 $p_i$  é a frequência relativa de cada classe em cada nó e c é o número de classes.

 Quando este índice é igual a zero, o nó é puro. Quando se aproxima de 1, o nó é impuro.

Índice 
$$Gini_{Atr} = Índice \, Gini(Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} Índice \, Gini(Exs_x)$$

P(Atr): conjunto dos valores que Atr pode assumir;

x: elemento deste conjunto;

Exs,: subconjunto de Exs formado pelos dados em que Atr = x.

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNIS       |
|-----|------------|-------------------|
| 1   | Ensolarado | Não               |
| 2   | Ensolarado | Não               |
| 3   | Nublado    | Sim               |
| 4   | Chuva      | Sim               |
| 5   | Chuva      | Sim <i>Índice</i> |
| 6   | Chuva      | Não               |
| 7   | Nublado    | Sim               |
| 8   | Ensolarado | Não               |
| 9   | Ensolarado | Sim               |
| 10  | Chuva      | Sim               |
| 11  | Ensolarado | Sim               |
| 12  | Nublado    | Sim               |
| 13  | Nublado    | Sim               |
| 14  | Chuva      | Não               |

|     | Sol | Nublado | Chuva |
|-----|-----|---------|-------|
| Sim | 2   | 4       | 3     |
| Não | 3   | 0       | 2     |

Índice 
$$Gini_{Atr} =$$
Índice  $Gini(Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs}$ Índice  $Gini(Exs_x)$   
Nó pai



Nós filhos



| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNI | <u>S</u>                     |          | Cal                         | Muhlada  | Churc               |
|-----|------------|------------|------------------------------|----------|-----------------------------|--|---------------------|
| 1   | Ensolarado | Não        | _                            |          | Sol                         | Nublado  | Chuva               |
| 2   | Ensolarado | Não        |                              | Sim      | 2                           | 4  | 3                   |
| 3   | Nublado    | Sim        |                              | Não      | 3                           | 0  | 2                   |
| 4   | Chuva      | Sim        |                              |          |                             |  |                     |
| 5   | Chuva      | Sim        | Índice Gini =                | = Índic  | e Gini                      | i(Exs) —   | $\sum \frac{\#}{2}$ |
| 6   | Chuva      | Não        | Índice Gini <sub>Atr</sub> = |          |                             | $x \in \mathbb{R}^{n}$   | P(Atr) #            |
| 7   | Nublado    | Sim        |                              |          | Ī                           |  |                     |
| 8   | Ensolarado | Não        | Índice Gini(Ex               | (cs) = 1 | $-\left(\frac{5}{4}\right)$ | $\left(\frac{5}{1}\right)^{2} - \left(\frac{9}{11}\right)^{2}$ | $\right)^2 = 0.4$   |
| 9   | Ensolarado | Sim        | `                            |          | (1                          | 4) (14   | <i>)</i>            |
| 10  | Chuva      | Sim        |                              |          |                             |  |                     |
| 11  | Ensolarado | Sim        |                              |          |                             |  |                     |
| 12  | Nublado    | Sim        |                              |          |                             |  |                     |
| 13  | Nublado    | Sim        |                              |          |                             |  |                     |
| 14  | Chuva      | Não        |                              |          |                             |  |                     |

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊNIS |
|-----|------------|-------------|
| 1   | Ensolarado | Não         |
| 2   | Ensolarado | Não         |
| 3   | Nublado    | Sim         |
| 4   | Chuva      | Sim         |

|     | Sol | Nublado | Chuva |
|-----|-----|---------|-------|
| Sim | 2   | 4       | 3     |
| Não | 3   | 0       | 2     |

9 Ensolarado Sim

| 10 | Chuva | Sim |
|----|-------|-----|
|    |       |     |

$$\text{Índice } Gini_{Atr} = \text{Índice } Gini(Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} \text{Índice } Gini(Exs_x)$$

Índice Gini = 
$$1 - \sum_{i=1}^{c} p_i^2$$

$$\sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} \text{ indice } Gini(Exs_x) = \frac{5}{14} \left( 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right) +$$

$$+\frac{4}{14}\left(1-\left(\frac{4}{4}\right)^2-\left(\frac{0}{4}\right)^2\right)+\frac{5}{14}\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)=0,3429$$

| DIA | APARÊNCIA  | JOGAR TÊN | NIS                   |         | Sol    | Nublado    | Chuva              |
|-----|------------|-----------|-----------------------|---------|--------|------------|--------------------|
| 1   | Ensolarado | Não       |                       |         | +      | Nuniauv    |                    |
| 2   | Ensolarado | Não       |                       | Sim     | 2      | 4          | 3                  |
| 3   | Nublado    | Sim       |                       | Não     | 3      | 0          | 2                  |
| 4   | Chuva      | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 5   | Chuva      | Sim       | Índice $Gini_{Atr} =$ | = Índic | e Gini | i(Exs) —   | $\sum \frac{\#}{}$ |
| 6   | Chuva      | Não       | THEORE GUILLALT       | 170000  | o am   | $xe^{-x}$  | P(Atr)             |
| 7   | Nublado    | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 8   | Ensolarado | Não       | Índice $Gini_{Atr} =$ | = 0,459 | 92 - 0 | ,3429 = 0, | 1163               |
| 9   | Ensolarado | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 10  | Chuva      | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 11  | Ensolarado | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 12  | Nublado    | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 13  | Nublado    | Sim       |                       |         |        |            |                    |
| 14  | Chuva      | Não       |                       |         |        |            |                    |

# ÍNDICE GINI (ATRIBUTOS CONTÍNUOS)

O <u>MESMO PROCEDIMENTO</u> PARA O GANHO DE INFORMAÇÃO É REALIZADO PARA <u>ATRIBUTOS NUMÉRICOS</u>.

DEFINIDO O ATRIBUTO COM <u>MAIOR ÍNDICE GINI</u>, REPETE-SE O PROCESSO PARA CADA PARTIÇÃO.

## SDR (STANDARD DEVIATION REDUCTION)

Assuma um conjunto de exemplos. O desvio padrão da variável alvo,
 y, é dada pela expressão

$$sd(Exs) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

O desvio padrão de y em cada partição é sempre menor ou igual ao desvio padrão de y antes da divisão. Podemos estimar essa redução como

$$SDR_{Atr} = sd(Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} sd(Exs_x)$$

P(Atr): conjunto dos valores que Atr pode assumir;

x: elemento deste conjunto;

Exs<sub>x</sub>: subconjunto de Exs formado pelos dados em que Atr = x.

O teste que provoca uma maior redução no desvio padrão é escolhido como teste para o nó.

#### EXEMPLO - SDR

| DIA | APARÊNCIA  | HORAS JOGADAS   |
|-----|------------|---|
| 1   | Ensolarado | $SDR_{Atr} = sd(Exs) - \sum_{x \in P(Atr)} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} sd(Exs_x)$ 52  |
| 2   | Ensolarado | $\sum_{x \in P(Atr)} \#Exs$   |
| 3   | Nublado    | 46  |
| 4   | Chuva      | $ \begin{array}{c c} \hline 1 & \\ \hline \end{array} $   |
| 5   | Chuva      | 30 $sd(Exs) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = 9.32$ $\bar{y} = 39.8$  |
| 6   | Chuva      | 35  |
| 7   | Nublado    | 43 $\sum_{\text{HExs}} \frac{\#Exs_x}{\#Exs} sd (Exs_x) = \frac{\#Exs_c}{\#Exs} sd (Exs_c) + \frac{\#Exs_n}{\#Exs} sd (Exs_n) + \frac{\#Exs_s}{\#Exs} sd (Exs_s)$ |
| 8   | Ensolarado | 23 $x \in P(Atr)$ #Exs #Exs #Exs #Exs   |
| 9   | Ensolarado | $= \frac{5}{14} sd (Exs_c) + \frac{4}{14} sd (Exs_n) + \frac{5}{14} sd (Exs_s) = 7,66$  |
| 10  | Chuva      | 38  |
| 11  | Ensolarado | 30  |
| 12  | Nublado    | $SDR_{Atr} = 9,32 - 7,66 = 1,66$  |
| 13  | Nublado    | 44  |
| 14  | Chuva      | 48  |

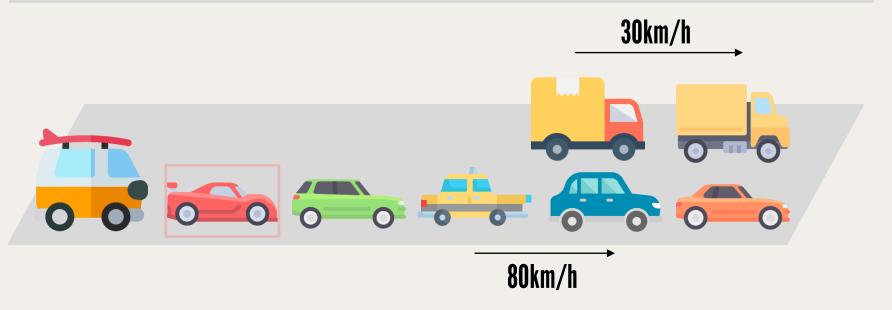
- NÚMERO MÍNIMO DE OBSERVAÇÕES EM UM NÓ A SER CONSIDERADO PARA DIVISÃO
- NÚMERO MÍNIMO DE OBSERVAÇÕES EM UM NÓ TERMINAL (FOLHA)
- PROFUNDIDADE MÁXIMA DA ÁRVORE (PROFUNDIDADE VERTICAL)
- NÚMERO MÁXIMO DE NÓS TERMINAIS (pode ser definido no lugar da profundidade)
- MEDIDA DE PARTIÇÃO MENOR QUE UM VALOR PRÉ-DEFINIDO

# CRITÉRIOS DE PARADA



#### **PODA**

Relembrando: algoritmo guloso → verifica a melhor divisão instantaneamente e avançará até que uma das condições de parada especificadas seja atingida.



Uma árvore de decisão com critérios de parada não verá o caminhão à frente e adotará uma abordagem gananciosa ao virar à esquerda. Por outro lado, se usarmos a poda, olhamos alguns passos à frente e fazemos uma escolha.

#### PODA



- Métodos de poda da árvore são utilizados para <u>detectar e</u> <u>excluir ramos e sub-árvores</u> com o objetivo de <u>melhorar a</u> <u>taxa de acerto</u> do modelo para novos exemplos.
- A árvore podada se torna mais simples, facilitando a sua interpretabilidade por parte do usuário.
- Pré-poda (critério de parada);
  - A pré-poda é mais rápida, porém menos eficiente que a póspoda pelo fato do risco de interromper o crescimento da árvore ao selecionar uma árvore sub-ótima.
- Pós-poda.

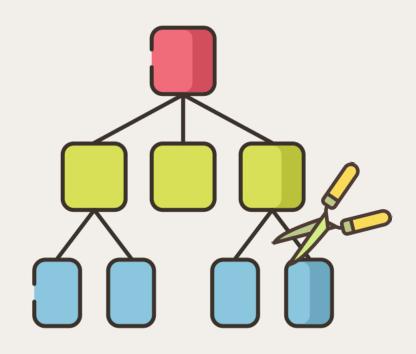
## PÓS-PODA

- A pós-poda busca <u>encontrar o tamanho adequado</u> de uma árvore após a árvore ser induzida completamente.
  - É avaliada a confiabilidade de cada uma de suas sub-árvores, podando os ramos considerados não confiáveis.
- Dentre os métodos de pós-poda existentes, destacam-se:
  - Redução de erros (Reduced Error Pruning);
  - Custo-complexidade (Cost-Complexity Pruning);
  - Erro pessimista (Pessimistic Error Pruning);
  - Valor crítico (Critical Value Pruning);
  - Erro mínimo (Minimum Error Pruning);
  - Poda por estimativa de erro (Error-Based Pruning).

MÉTODO SIMPLES E RÁPIDO

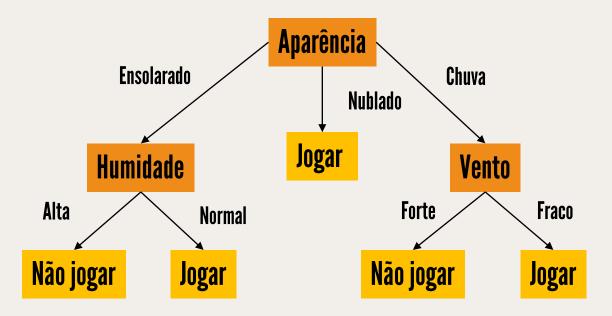
SEGUE A ORIENTAÇÃO

BOTTOM-UP E NECESSITA DE
UM CONJUNTO DE
VALIDAÇÃO PARA O
PROCESSO DE PODA



Particione os dados de treinamento em conjuntos "crescimento" e "validação".

Construa uma árvore completa a partir dos dados de "crescimento".



Para cada nó não-folha, n, na árvore, faça:

Remova temporariamente a sub-árvore abaixo de n e substitua-a por uma folha rotulada com a classe majoritária atual nesse nó.

Meça e registre a acurácia da árvore podada no conjunto de validação.



Remova permanentemente o nó que resulta no maior aumento da acurácia no conjunto de validação.

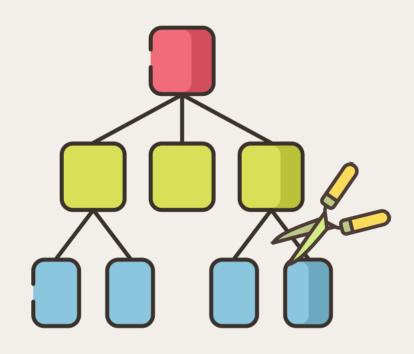
Continue este processo até que a poda reduza a acurácia no conjunto de validação.



## CUSTO-COMPLEXIDADE (COST-COMPLEXITY PRUNING)

MÉTODO COMPOSTO POR DUAS ETAPAS

MAIS COMPLEXO QUE O DE REDUÇÃO DE ERROS



#### CUSTO-COMPLEXIDADE (COST-COMPLEXITY PRUNING)

- 1. Uma sequência de árvores  $T_0, T_1, ..., T_K$  é construída com os dados de treinamento.  $T_0$  é a árvore original antes da poda e  $T_K$  é a árvore raiz (só com o nó raiz).
- 2. É selecionada a melhor árvore dessa sequência, levando-se em consideração o custo estimado dos erros/desvios de classificação/regressão e a complexidade (medida em número de folhas) de cada uma dessas árvores.

#### CUSTO-COMPLEXIDADE (COST-COMPLEXITY PRUNING)

- O primeiro passo é construir uma árvore suficientemente grande  $T_{max}$ .
  - T<sub>max</sub> não precisa ser expandida de forma exaustiva, basta ser suficientemente grande. Para isso, basta estabelecer um número mínimo de exemplos por folha e adotá-lo como critério de parada.
- Para qualquer sub-árvore  $T \leq T_{max}$ , defina sua complexidade como  $|\bar{T}|$ , o número de folhas em T. Seja  $\alpha>0$  um número real denominado parâmetro de complexidade e defina a medida de custo-complexidade  $R_{\alpha}(T)$  como

$$R_{\alpha}(T) = R(T) + \alpha |\overline{T}|$$

CUSTO DE ERRO COMPLEXIDADE

• O problema central do método é encontrar, para cada valor de  $\alpha$ , a sub-árvore  $T(\alpha) \leq T_{max}$  que minimiza  $R_{\alpha}(T)$ .

### **ALGORITMOS**

Dependendo do problema, um algoritmo pode ser mais eficiente que outro.

Dentre os algoritmos, tem-se:

- ID3;
- C4.5;
- **■** C5;
- CART Classification and Regression Trees;

...

### ID3

- Algoritmo pioneiro em indução de árvores de decisão >
   recursivo e baseado em busca gulosa.
- Limitações:
  - Só lida com <u>atributos categóricos não-ordinais</u>.
    - Os atributos contínuos devem ser previamente discretizados.
  - Não apresenta nenhuma forma para <u>tratar valores</u> desconhecidos.
    - Necessário gastar um bom tempo com pré-processamento dos dados.
  - Não apresenta nenhum método de pós-poda.
- Utiliza o ganho de informação para selecionar a melhor divisão.
- Apenas problemas de <u>classificação</u>.

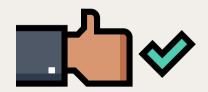
#### C4.5

- Evolução do ID3.
- Lida com <u>atributos categóricos (ordinais ou não-ordinais) e</u> atributos contínuos.
  - Atributos contínuos: define um limiar e então divide os exemplos de forma binária.
- Trata valores desconhecidos.
  - Permite que os valores desconhecidos para um determinado atributo sejam representados como '?', e o algoritmo trata esses valores de forma especial. Esses valores não são utilizados nos cálculos de ganho e entropia.
- Utiliza a medida de <u>razão de ganho</u> (ganho ponderado) para selecionar o atributo.
- Apresenta um método de <u>pós-poda</u> das árvores geradas.
- Algoritmo <u>guloso</u>, com estratégia "dividir para conquistar".
- Apenas problemas de <u>classificação</u>.

#### CART (CLASSIFICATION AND REGRESSION TREES)

- Classificação e regressão.
- As árvores são <u>sempre binárias</u>, questões simples do tipo "sim" ou "não".
  - Os nós que correspondem a atributos contínuos são representados por agrupamento de valores em dois conjuntos.
  - Dispõe de um tratamento especial para atributos ordenados e também permite a utilização de combinações lineares entre atributos (agrupamento de valores em vários conjuntos).
- Expande a árvore exaustivamente, realizando <u>pós-poda</u> por meio da redução do fator <u>custo-complexidade</u>.
- Utiliza o <u>índice Gini</u>.

## **VANTAGENS**



FÁCIL DE <u>ENTENDER</u>

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA INTUITIVA

ÚTIL EM <u>EXPLORAÇÃO DE</u>

<u>DADOS</u>

SELEÇÃO DE VARIÁVEIS

SENSIBILIDADE REDUZIDA A
OUTLIERS

PODE MANIPULAR <u>VARIÁVEIS</u> <u>NUMÉRICAS E CATEGÓRICAS</u>

MÉTODO <u>NÃO PARAMÉTRICO</u>

#### **DESVANTAGENS**



<u>OVERFITTING</u>: RESTRIÇÕES SOBRE OS PARÂMETROS DO MODELO E PODA

INSTABILIDADE: PEQUENA MUDANÇA NOS DADOS PODE CAUSAR UMA GRANDE MUDANÇA NA ESTIMATIVA FINAL DA ÁRVORE

MENOR ACURÁCIA

# RESUMO



- ALGORITMO DE APRENDIZADO SUPERVISIONADO USADO PRINCIPALMENTE EM PROBLEMAS DE CLASSIFICAÇÃO.
- FUNCIONA PARA VARIÁVEIS DE ENTRADA E SAÍDA CATEGÓRICAS E CONTÍNUAS.
- DIVISÃO DA AMOSTRA EM DOIS
   OU MAIS CONJUNTOS
   HOMOGÊNEOS COM BASE NO
   DIVISOR MAIS SIGNIFICATIVO
   DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA.
- TIPO DE ÁRVORE MAIS COMUM: CART.