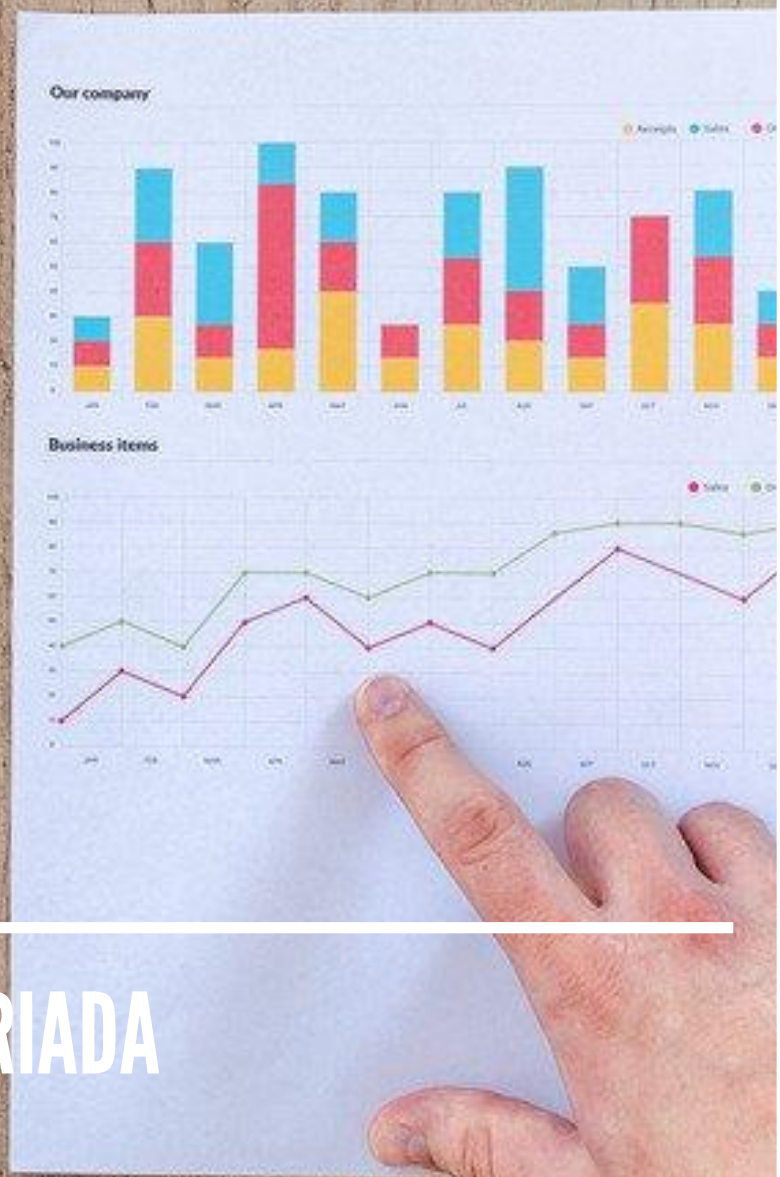


BIOLOGIA/BIOMEDICINA

BIOESTATÍSTICA

Prof^a. Letícia Raposo
profleticiaraposo@gmail.com

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA BIVARIADA



OBJETIVOS DA AULA

- Compreender os principais conceitos de estatística descritiva bivariada;
 - Escolher o(s) método(s) adequado(s), incluindo tabelas, gráficos e/ou medidas-resumo, para descrever o comportamento das variáveis;
 - Estudar as associações entre duas variáveis qualitativas por meio de tabelas de contingência e medidas de associação;
-



OBJETIVOS DA AULA

- Estudar as correlações entre duas variáveis quantitativas por meio de tabelas de distribuição conjunta de frequências, gráficos e medidas de correlação;
- Gerar tabelas, gráficos e medidas-resumo por meio do R.



ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Univariada

Estuda uma única variável

Bivariada

Estuda duas variáveis

Multivariada

Estuda mais de duas variáveis

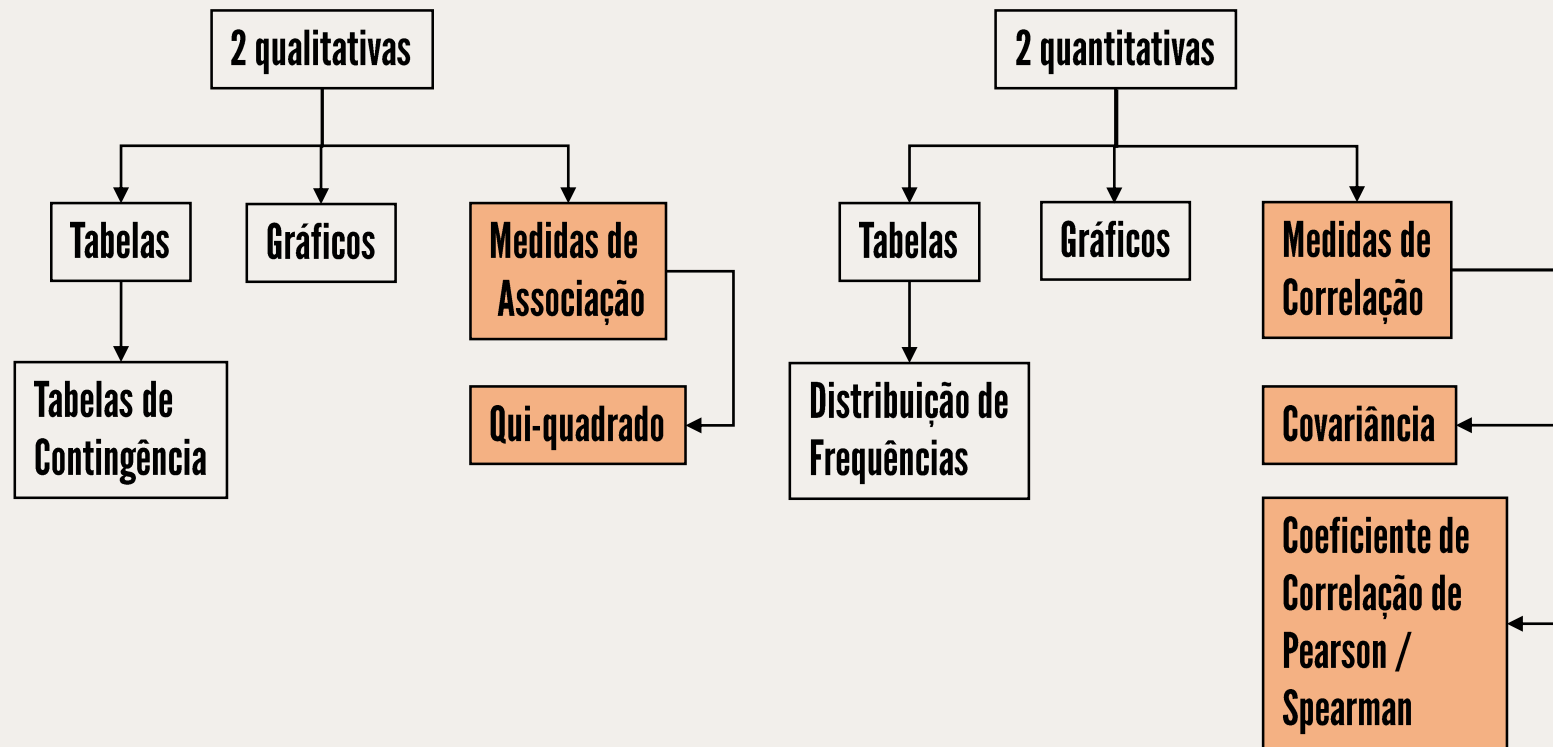
A análise bivariada tem como objetivo estudar as relações (associações para variáveis qualitativas e correlações para variáveis quantitativas) entre duas variáveis.

**Distribuição conjunta de frequências
(tabelas de contingência ou de
classificação cruzada)**

Representações gráficas

Medidas-resumo

ANÁLISE BIVARIADA



*Serão vistas (com mais detalhes) mais a frente no curso.

ASSOCIAÇÃO ENTRE DUAS VARIÁVEIS QUALITATIVAS



TABELAS DE DISTRIBUIÇÃO CONJUNTA DE FREQUÊNCIAS

Tabelas de contingência ou tabelas de dupla entrada

Dados		
Família	Nível de instrução	Uso de programas*
1	Nenhum	Não
2	Segundo grau	Não
3	Primeiro grau	Sim
4	Primeiro grau	Sim
5	Segundo grau	Sim
⋮	⋮	⋮

Uso de programas	Nível de instrução		
	Nenhum	Primeiro grau	Segundo grau
Sim			
Não			

* Programas alimentares

Tabelas de Distribuição Conjunta de Frequências

Uso de programas	Nível de instrução do chefe da casa			Total
	Nenhum	Fundamental	Médio	
Sim	31	22	25	78
Não	7	16	19	42
Total	38	38	44	120

Tabelas de Distribuição Conjunta de Frequências

Uso de programas	Nível de instrução do chefe da casa			Total
	nenhum	fundamental	médio	
Sim	31 (39,7)	22 (28,2)	25 (32,1)	78 (100,0)
Não	7 (16,7)	16 (38,1)	19 (45,2)	42 (100,0)
Total	38 (31,7)	38 (31,7)	44 (36,7)	120 (100,0)

Nota: os números entre parênteses são porcentagens em relação aos totais das linhas.

Uso de programas	Nível de instrução do chefe da casa			Total
	nenhum	fundamental	médio	
Sim	31 (81,6)	22 (57,9)	25 (56,8)	78 (65,0)
Não	7 (18,4)	16 (42,1)	19 (43,2)	42 (35,0)
Total	38 (100,0)	38 (100,0)	44 (100,0)	120 (100)

Nota: os números entre parênteses são porcentagens em relação aos totais das colunas.

PERFIL LINHA

PERFIL COLUMNA

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

GRÁFICO DE BARRAS
MÚLTIPLAS



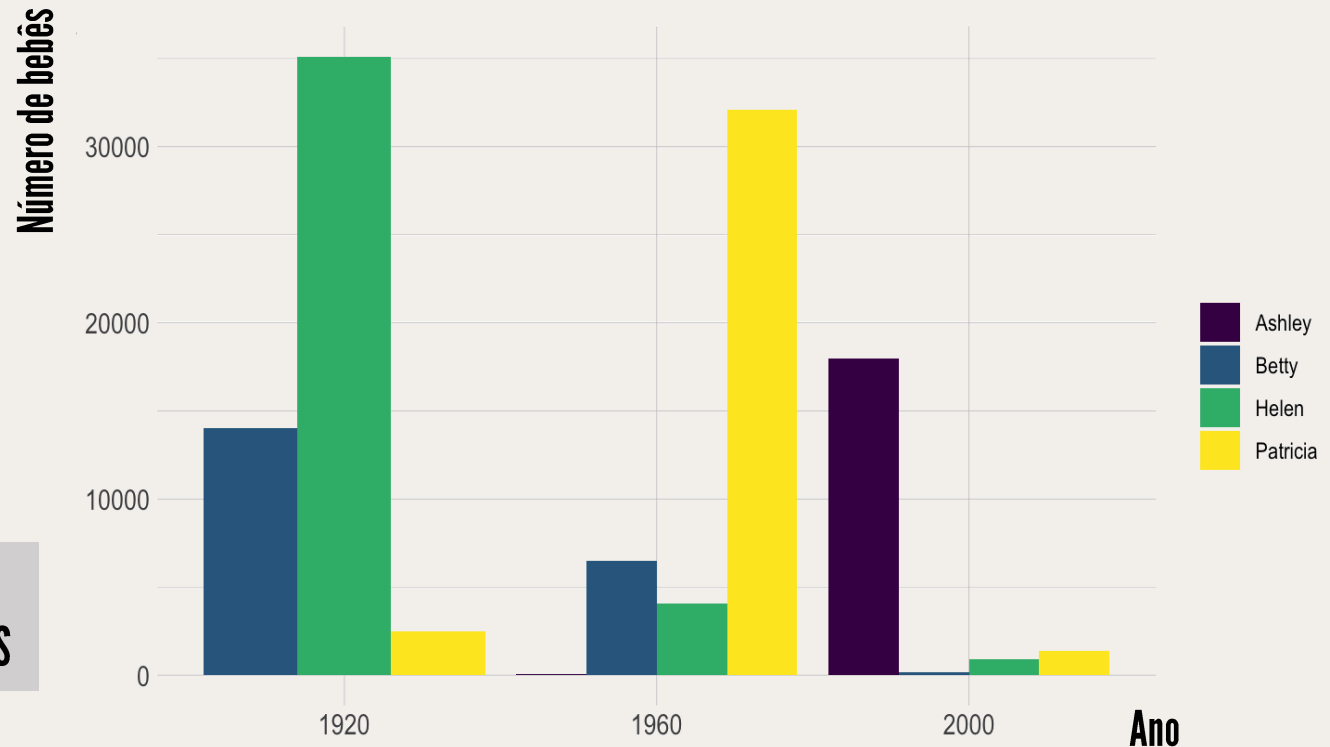
GRÁFICO DE
BARRAS EMPILHADAS



GRÁFICO DE BARRAS MÚLTIPLAS



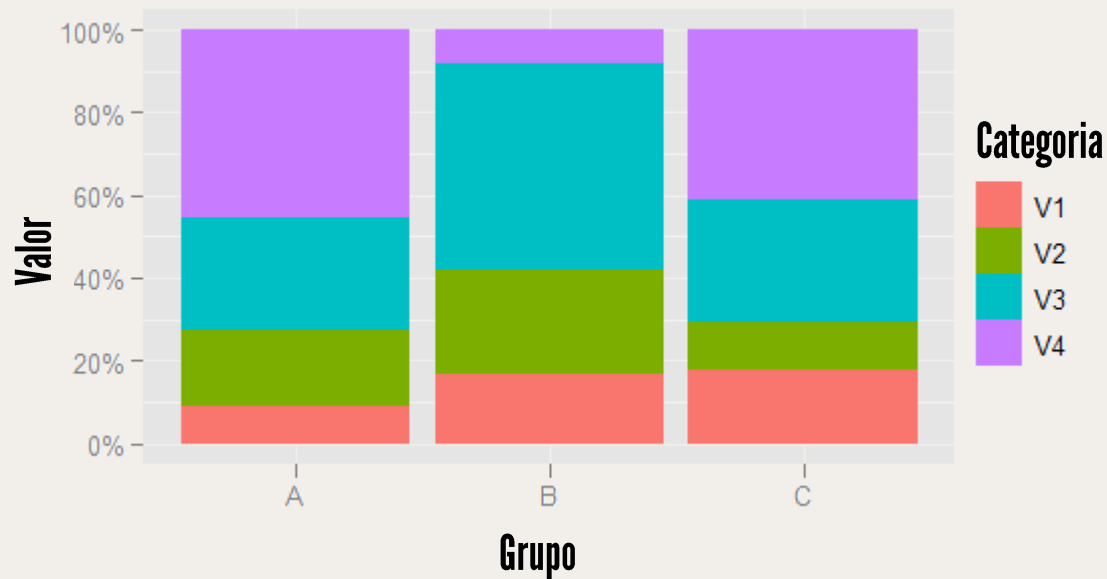
Representam mais de uma distribuição de frequências, ou distribuições de frequências conjuntas de duas variáveis qualitativas.



ÚTIL PARA COMPARAR
SUBGRUPOS DE GRUPOS

<https://www.data-to-viz.com/graph/barplot.html>

GRÁFICO DE BARRAS EMPILHADAS



ÚTIL PARA ESTUDAR A EVOLUÇÃO DOS SUBGRUPOS

ESTATÍSTICA QUI-QUADRADO

- Mede a discrepância entre uma tabela de contingência observada e uma tabela de contingência esperada, partindo da hipótese de que não há associação entre as variáveis estudadas.
- Se a distribuição de frequências observadas for exatamente igual à distribuição de frequências esperadas, o resultado da estatística qui-quadrado é zero.
- Um valor baixo de χ^2 indica independência entre as variáveis.

ESTATÍSTICA QUI-QUADRADO

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

- O_{ij} : quantidade de observações na i -ésima categoria da variável X e na j -ésima categoria da variável Y;
- E_{ij} : frequência esperada de observações na i -ésima categoria da variável X e na j -ésima categoria da variável Y;
- I : quantidade de categorias (linhas) da variável X;
- J : quantidade de categorias (colunas) da variável Y.

$$O_{ij} = 51$$

$$E_{ij} = \frac{56 \times 80}{100} = 44,8$$

Gênero X Acidente de carro

	Sem acidente	Acidente	Total
Mulheres	51	5	56
Homens	29	15	44
Total	80	20	100

ASSOCIAÇÃO ENTRE DUAS VARIÁVEIS QUANTITATIVAS



ASSOCIAÇÃO ENTRE DUAS VARIÁVEIS QUANTITATIVAS

Avaliar se existe relação entre as variáveis quantitativas estudadas, além do grau de correlação entre elas.

Tabela de distribuição conjunta de frequências: mesmo procedimento das variáveis qualitativas.

- Variáveis discretas;
- Variáveis contínuas agrupadas em intervalos de classe.

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

GRÁFICO DE DISPERSÃO

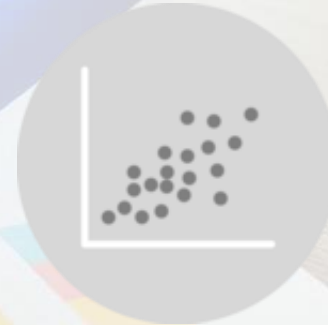


GRÁFICO DE LINHAS

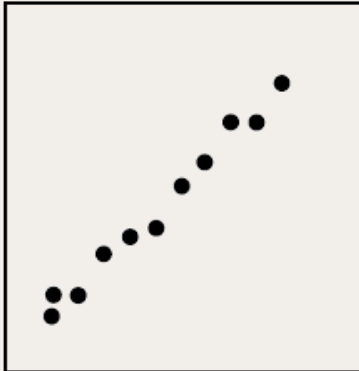


GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



- Representa os valores das variáveis X e Y em um plano cartesiano.
- Permite avaliar:
 - Se existe ou não alguma relação entre as variáveis em estudo;
 - O tipo de relação entre as duas variáveis, isto é, a direção em que a variável Y aumenta ou diminui em função da variável de X;
 - O grau de relação entre as variáveis;
 - A natureza da relação (linear, exponencial, etc).

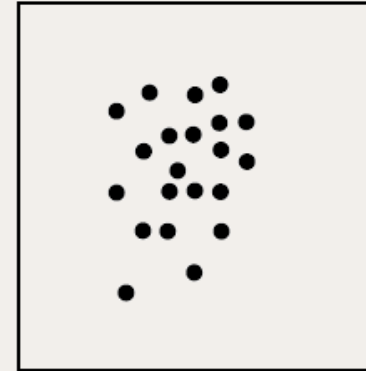
GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



Forte correlação positiva



Moderada correlação positiva



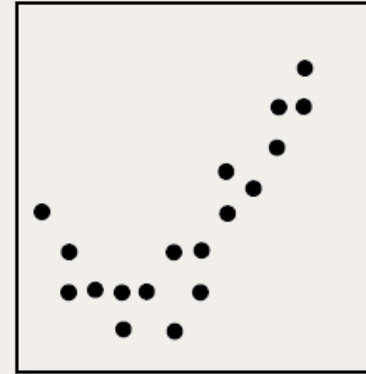
Nenhuma correlação



Moderada correlação negativa



Forte correlação negativa

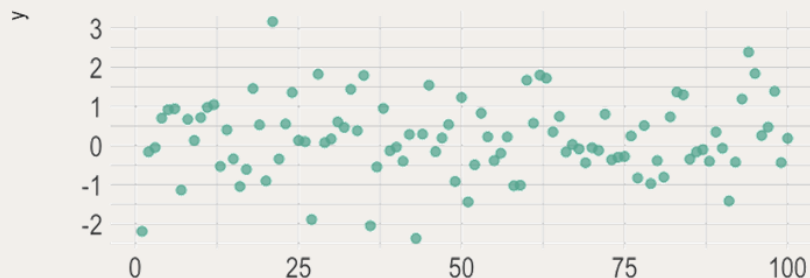


Correlação curvilínea

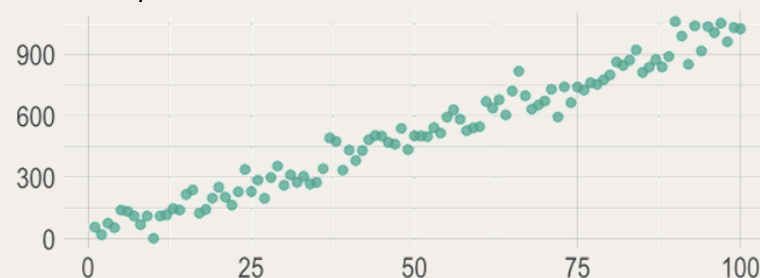
GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



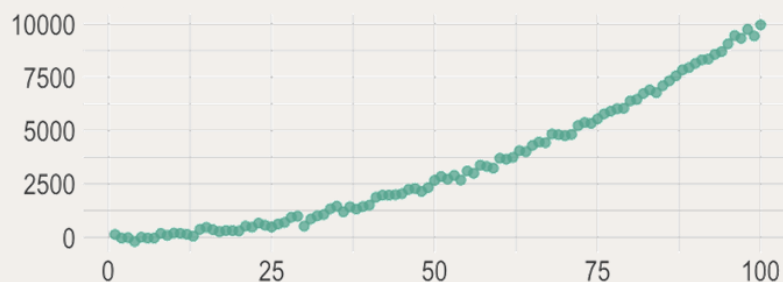
Nenhuma tendência



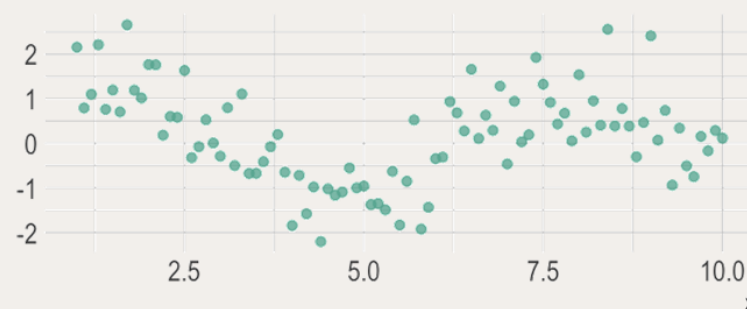
Relação linear



Quadrática



Seno



<https://www.data-to-viz.com/graph/scatter.html>

GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



Dicas:

Evite o *overplotting*;

- Reduza o tamanho dos pontos;
- Usar transparência;
- Densidade 2D;
- Amostrar apenas 5% dos dados;
- Destacar algum grupo;
- Colorir os grupos.

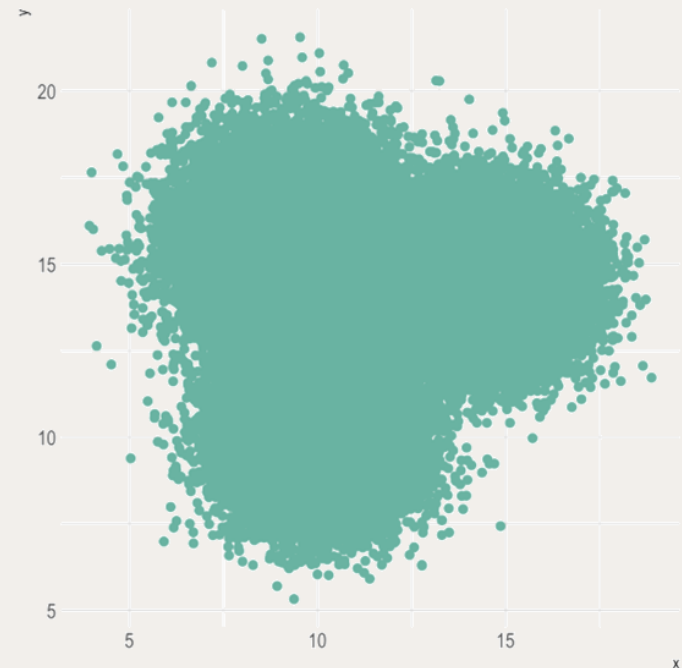
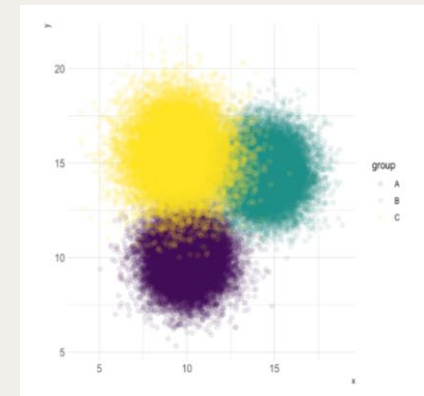
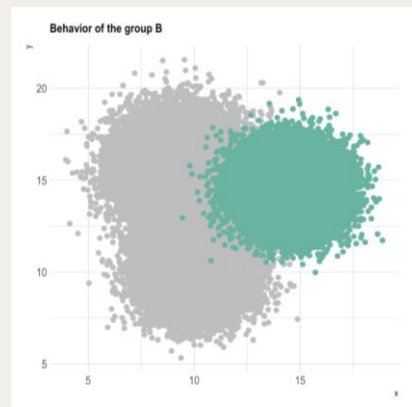
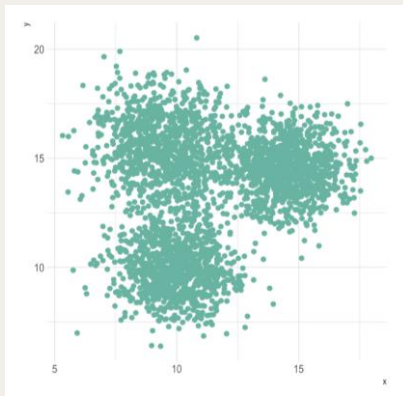
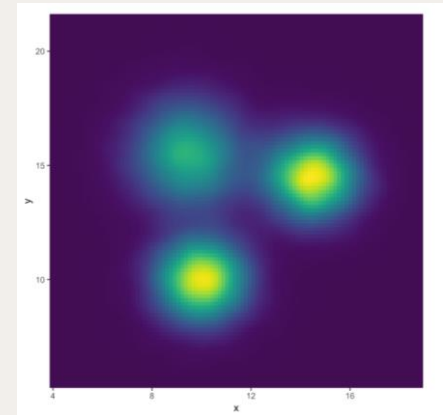
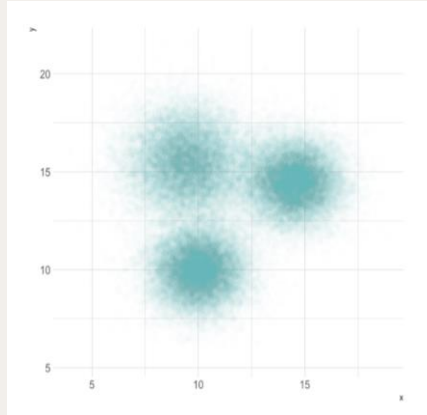
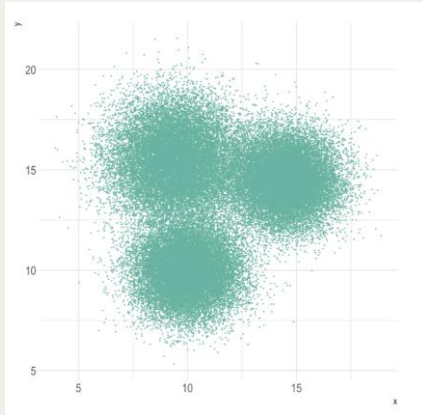


GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



<https://www.data-to-viz.com/caveat/overplotting.html>

GRÁFICO DE PONTOS OU DISPERSÃO



Dicas:

Não se esqueça de mostrar subgrupos se existirem. De fato, eles podem revelar padrões ocultos importantes em seus dados, como no caso do paradoxo de Simpson.

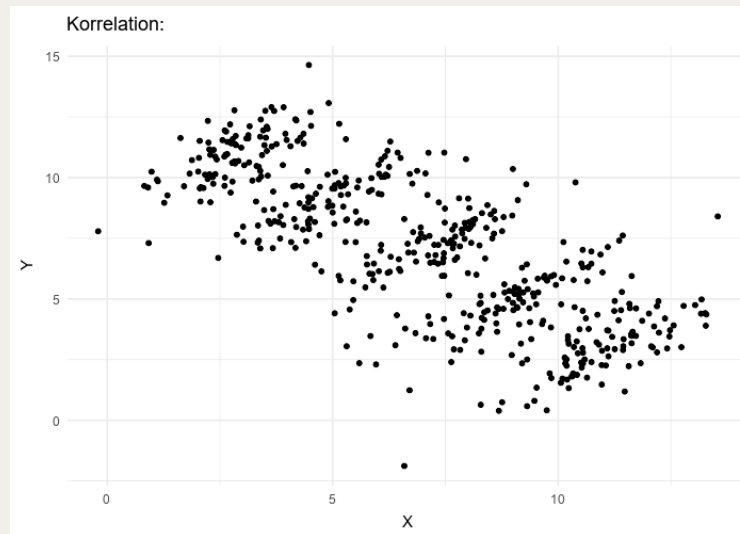


GRÁFICO DE LINHAS

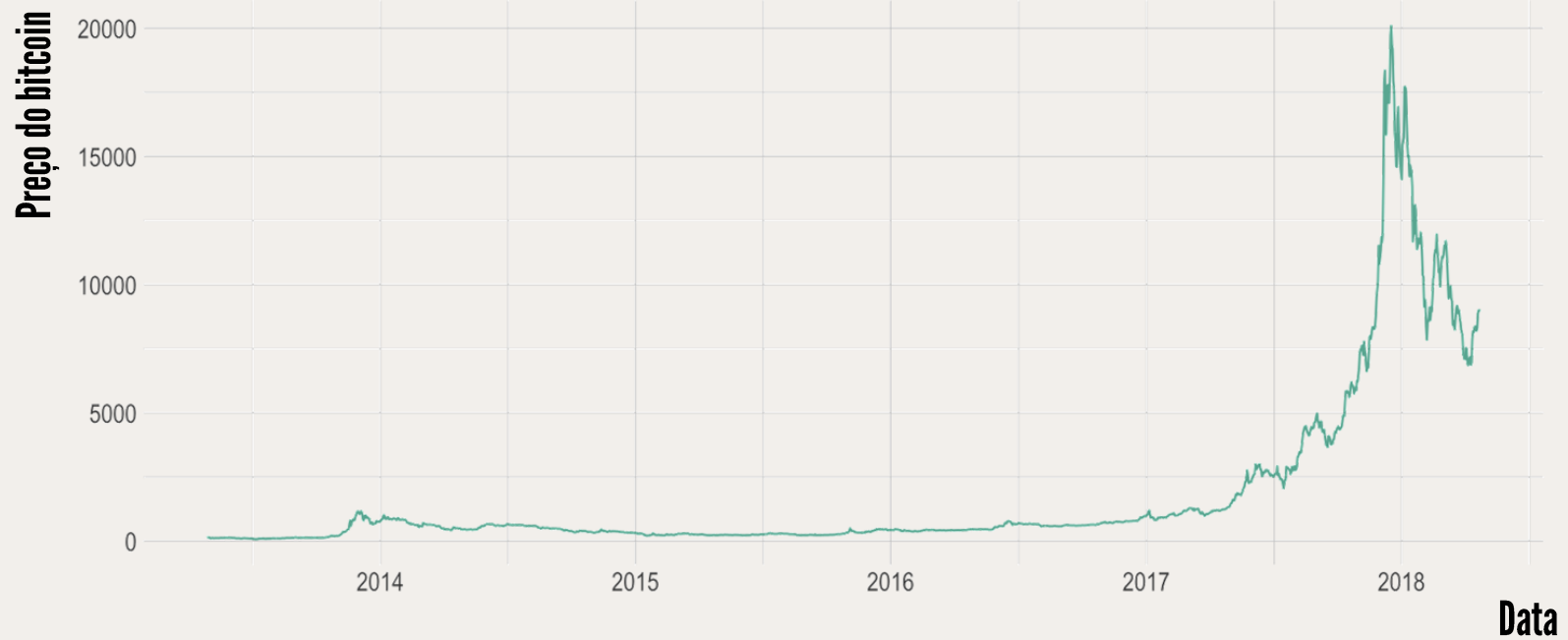


- Pontos são representados pela intersecção das variáveis envolvidas no eixo das abscissas (X) e das ordenadas (Y), e os mesmos são ligados por segmentos de reta.
- É semelhante a um gráfico de dispersão, exceto que os pontos de medição são ordenados (normalmente pelo seu valor do eixo x) e unidos com segmentos de linha reta.
- O gráfico mostra a evolução ou tendência dos dados de uma variável quantitativa, geralmente contínua, em intervalos regulares.
- Muito comum em análises de séries temporais.

GRÁFICO DE LINHAS



Evolução do preço do bitcoin

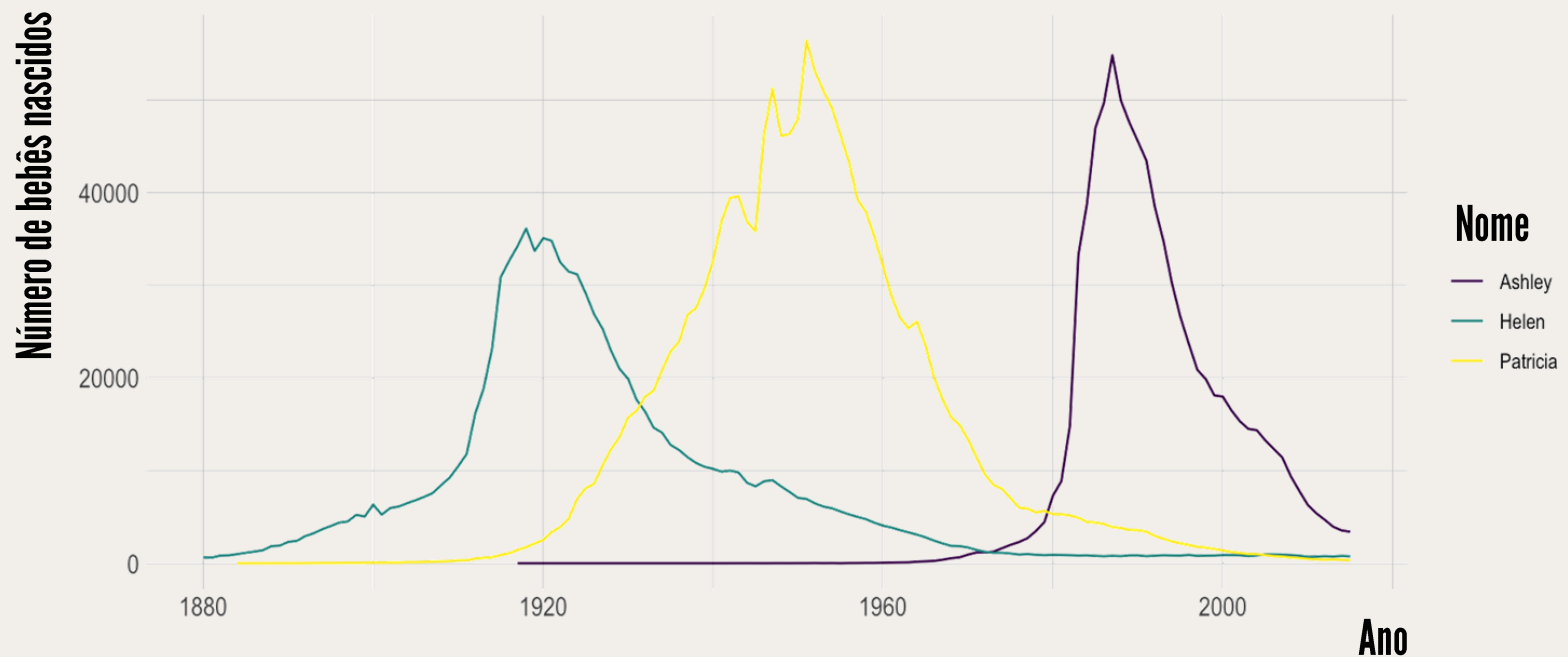


<https://www.data-to-viz.com/graph/line.html>

GRÁFICO DE LINHAS



Popularidade de nomes americanos nos últimos 30 anos



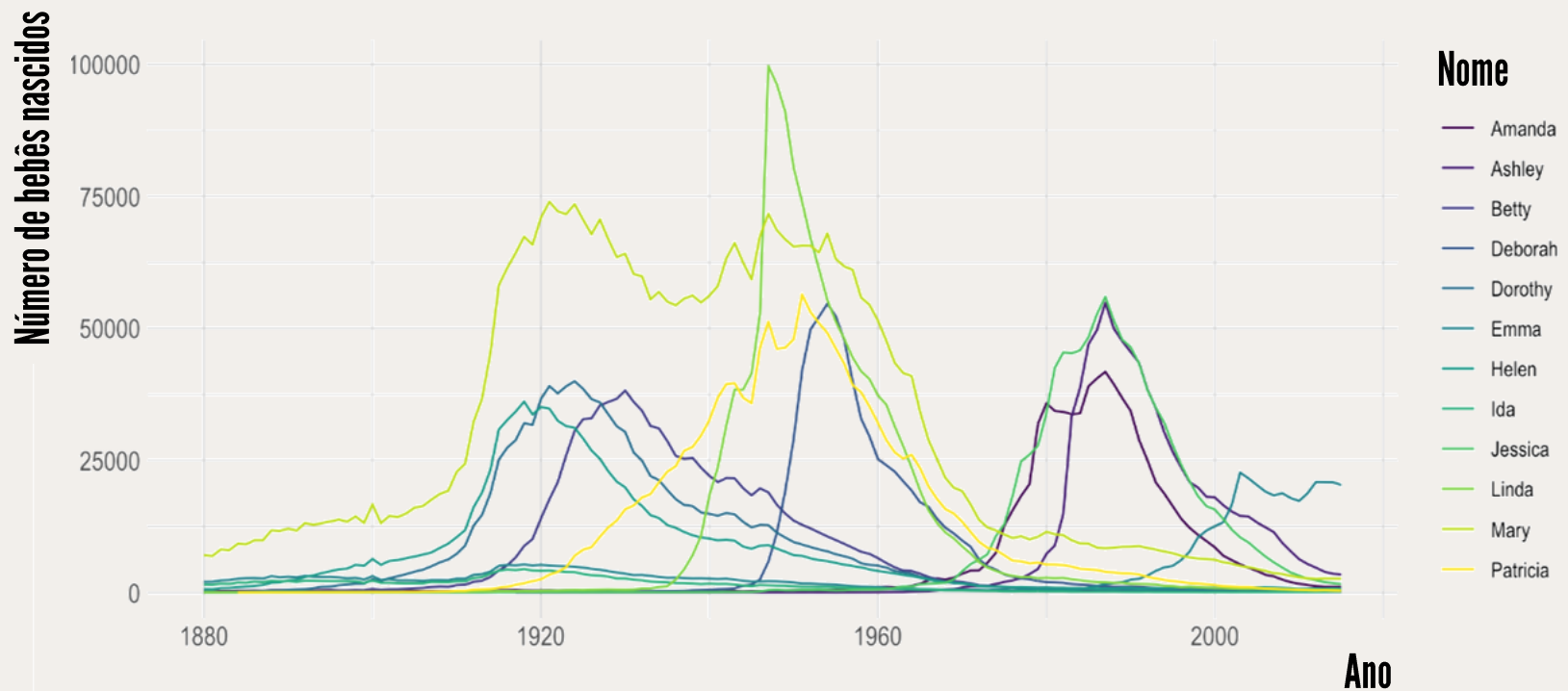
<https://www.data-to-viz.com/graph/line.html>

OBSERVAR A EVOLUÇÃO DE UMA OU MAIS VARIÁVEIS

GRÁFICO DE LINHAS

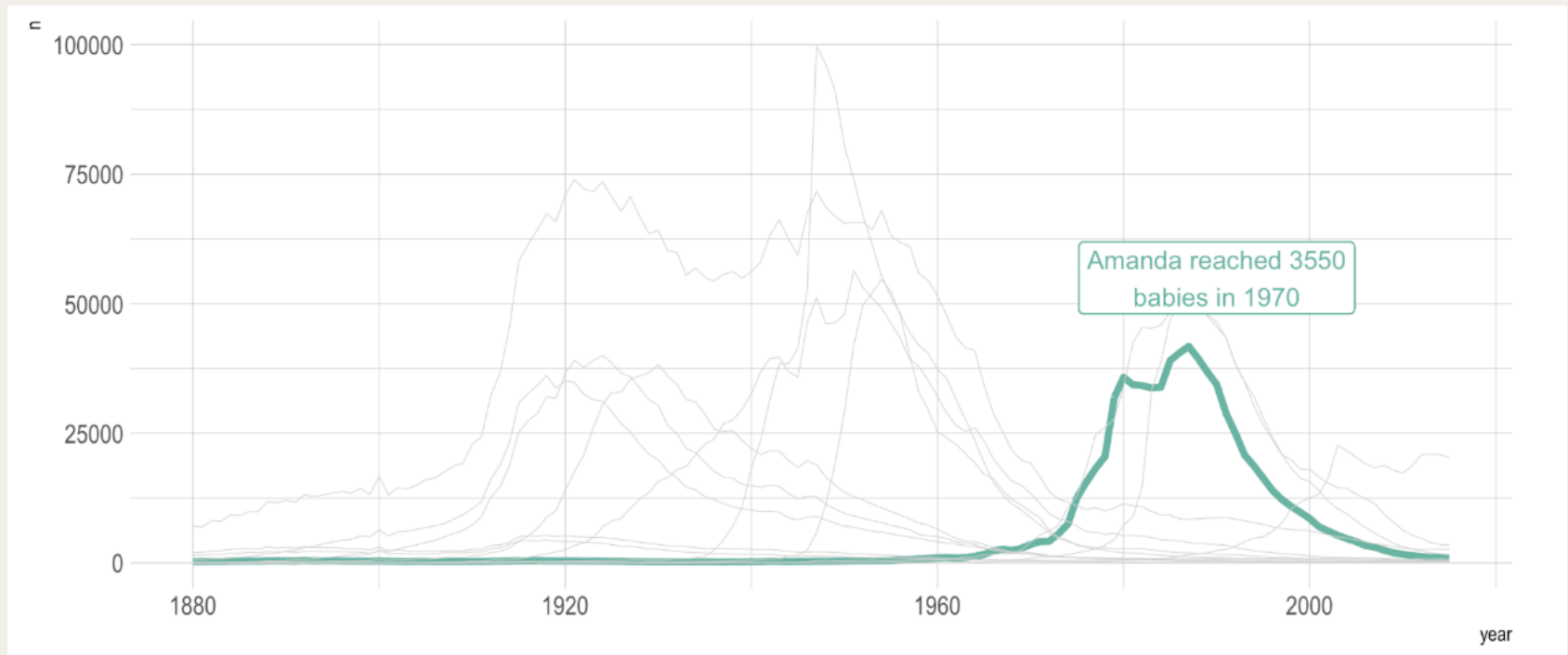


CUIDADO COM OS GRÁFICOS SPAGHETTI!



<https://www.data-to-viz.com/caveat/spaghetti.html>

GRÁFICO DE LINHAS

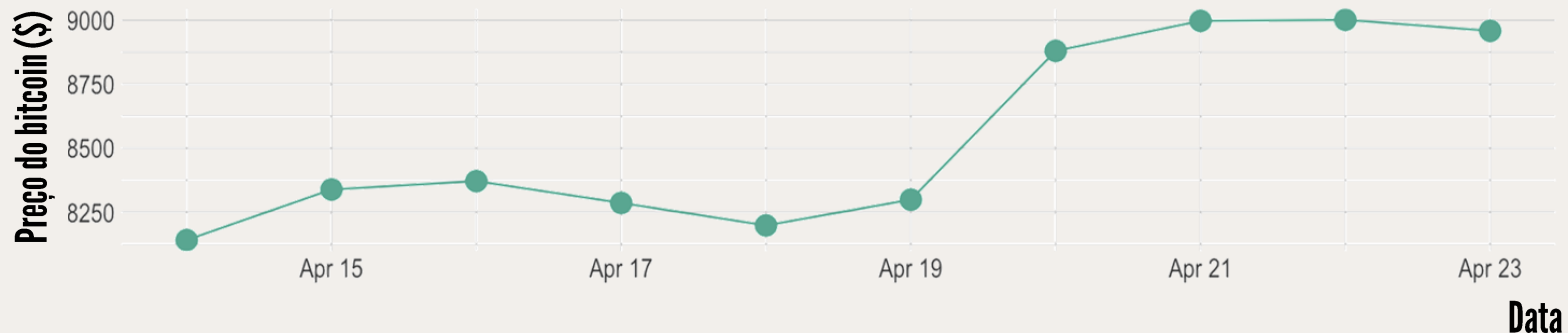


<https://www.data-to-viz.com/caveat/spaghetti.html>

GRÁFICO DE LINHAS



Se o número de pontos de dados for baixo, é aconselhável representar cada observação individual com um ponto. Permite entender quando exatamente a observação foi feita.



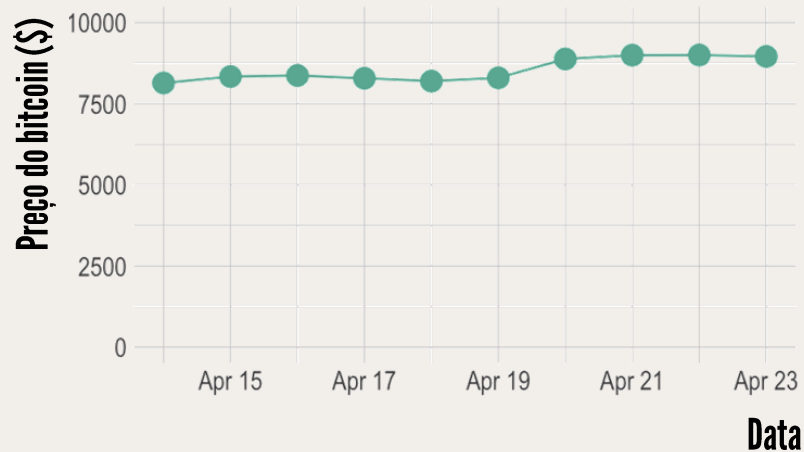
<https://www.data-to-viz.com/graph/line.html>

GRÁFICO DE LINHAS

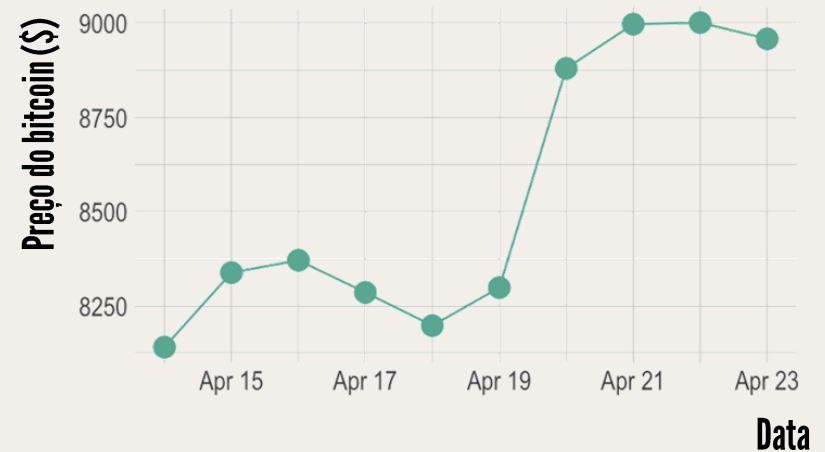


CORTAR OU NÃO CORTAR O EIXO Y? CUIDADO!

Não cortando



Cortando



<https://www.data-to-viz.com/graph/line.html>

MEDIDAS DE CORRELAÇÃO

Covariância: mede a variação conjunta entre duas variáveis quantitativas X e Y.

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n - 1}$$

X_i : i-ésimo valor de X;

Y_i : i-ésimo valor de Y;

\bar{X} : média dos valores de X_i ;

\bar{Y} : média dos valores de Y_i ;

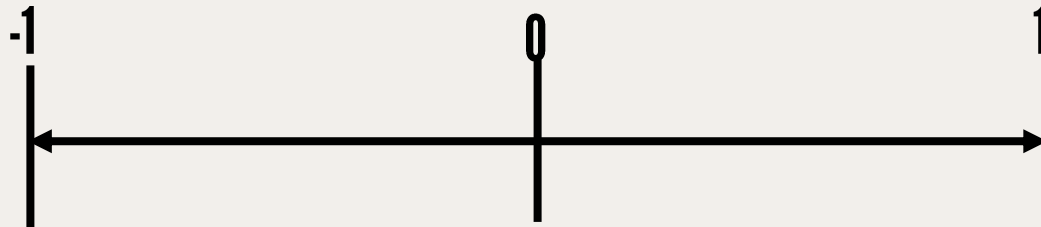
n : tamanho da amostra.

A DEFICIÊNCIA DA COVARIÂNCIA É QUE SEU VALOR CALCULADO DEPENDE DIRETAMENTE DAS UNIDADES DE MEDIDA.

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE PEARSON

$$\rho = \frac{cov(X, Y)}{S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n - 1} \frac{1}{S_X S_Y}$$

SEU VALOR É INDEPENDENTE DA
UNIDADE MEDIDA.



Correlação linear
negativa perfeita entre
as variáveis X e Y

Não existe correlação
linear entre as
variáveis X e Y

Correlação linear
positiva perfeita entre
as variáveis X e Y

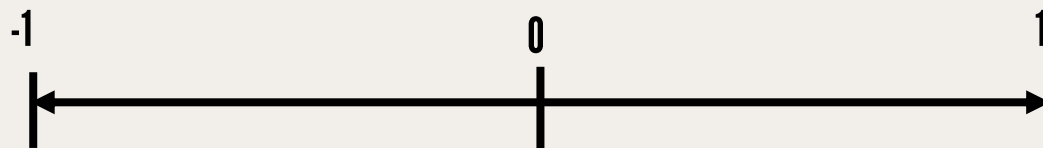
COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE POSTOS DE SPEARMAN

Indicado quando:

- Os dados não formam uma nuvem comportada, com alguns pontos bem distantes dos demais;
- Parece existir uma relação crescente ou decrescente num formato de curva;
- Existe uma ordenação clara, por exemplo, escores numa escala de 1 a 20.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{(n^3 - n)}$$

$d_i = (\text{posto de } x_i \text{ dentre os valores de } x) - (\text{posto de } y_i \text{ nos valores de } y)$



**Correlação negativa perfeita
entre as variáveis X e Y**

**Não existe correlação entre
as variáveis X e Y**

**Correlação positiva perfeita
entre as variáveis X e Y**

ASSOCIAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS QUALITATIVAS E QUANTITATIVAS



ASSOCIAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS QUALITATIVAS E QUANTITATIVAS

- É comum analisar o que acontece com a variável quantitativa dentro de cada categoria da variável qualitativa.
- As medidas-resumo podem ser calculadas para a variável quantitativa em cada categoria da variável qualitativa.

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

HISTOGRAMA



GRÁFICO DE DENSIDADES



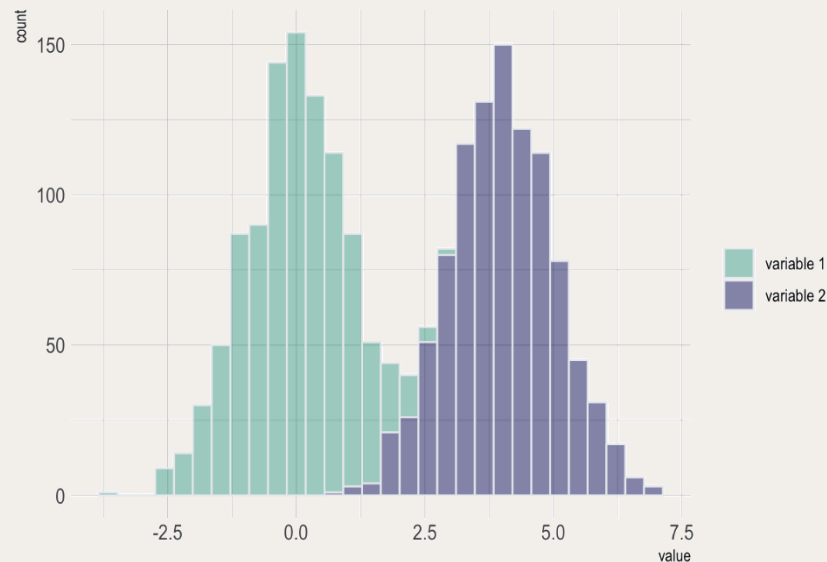
BOXPLOT



HISTOGRAMA

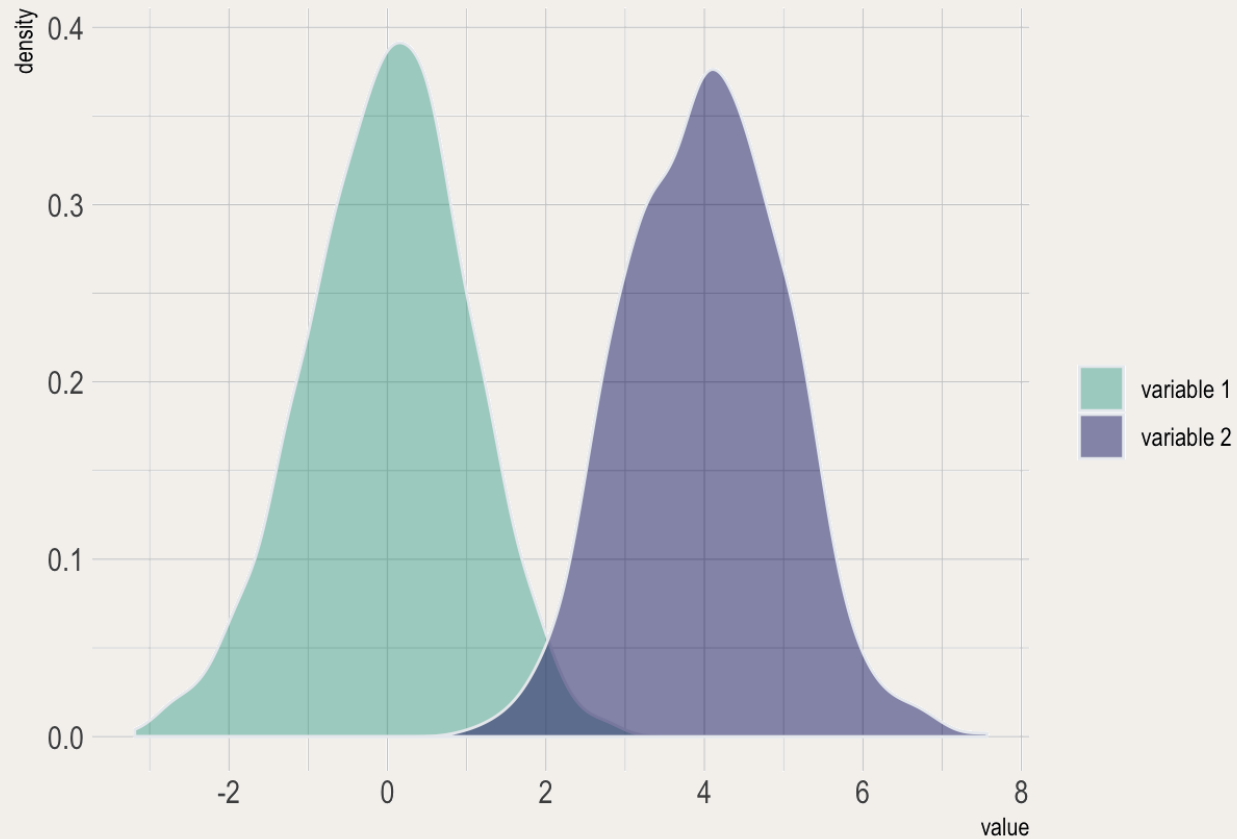


- O histograma permite comparar a distribuição de algumas variáveis.
- Não compare mais de 3 ou 4, isso tornaria a figura desordenada e ilegível. Essa comparação pode ser feita mostrando as duas variáveis no mesmo gráfico.



<https://www.data-to-viz.com/graph/histogram.html>

GRÁFICO DE DENSIDADES



<https://www.data-to-viz.com/graph/density.html>

BOXPLOT



Pode resumir a distribuição de uma variável numérica para vários grupos. O problema é que resumir também significa perder informação, e isso pode ser uma armadilha.

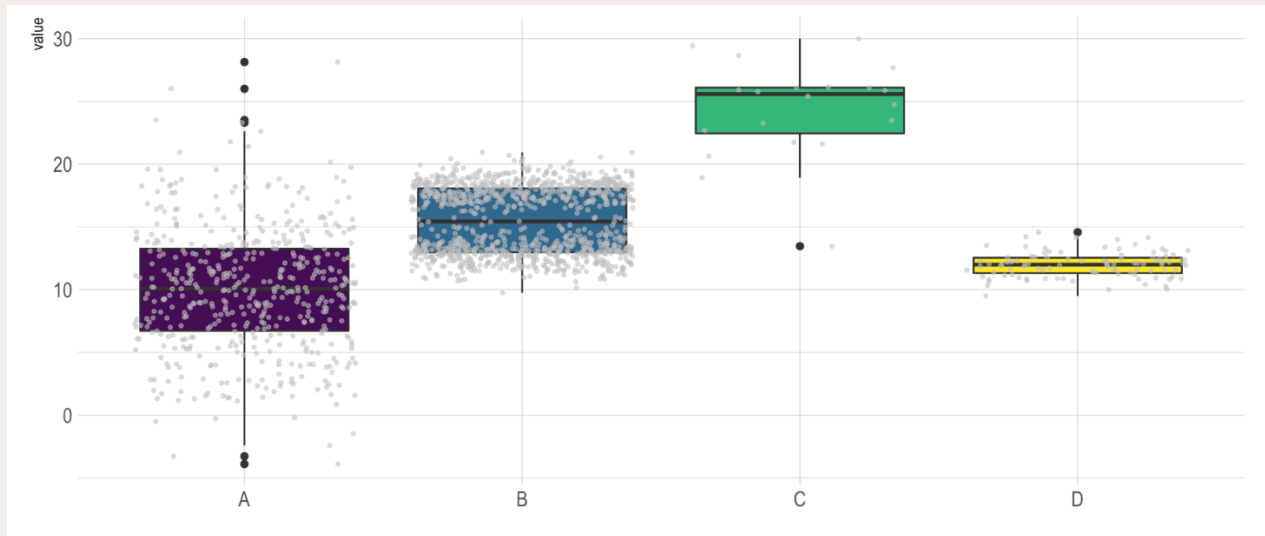


É fácil concluir que o grupo C tem um valor maior que os outros. No entanto, não podemos ver a distribuição de pontos em cada grupo ou seu número de observações.

BOXPLOT

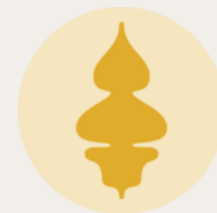


Se a quantidade de dados com a qual você está trabalhando não for muito grande, a adição de tremulação (“*jitter*”) em cima do *boxplot* poderá tornar o gráfico mais interessante.



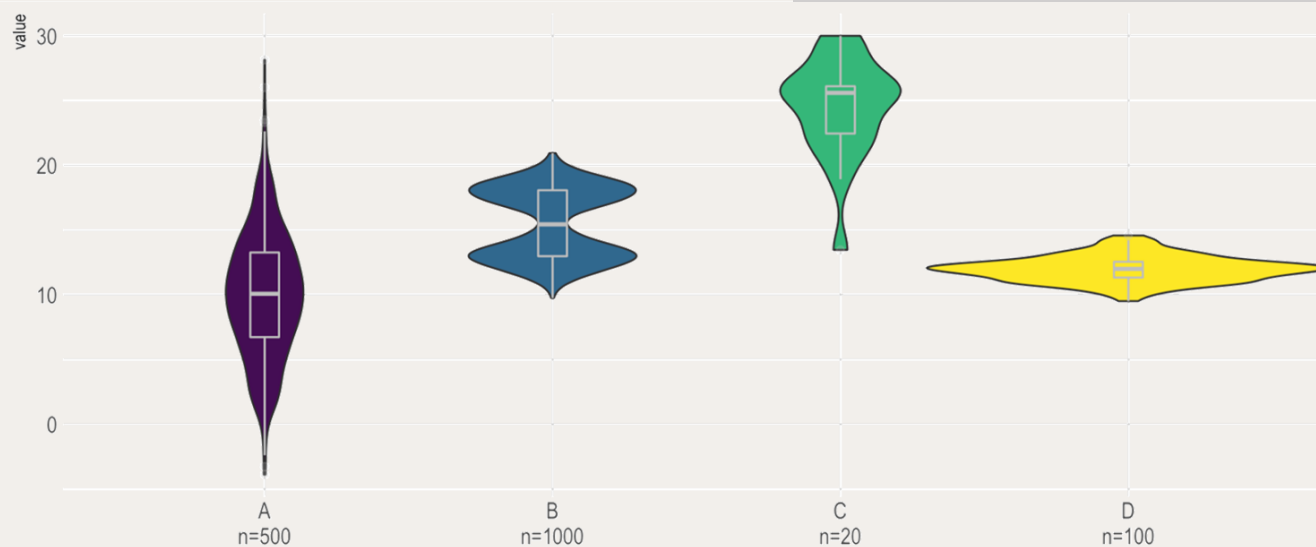
O grupo C tem uma amostra pequena comparada aos outros grupos. Além disso, parece que o grupo B tem uma distribuição bimodal: os pontos são distribuídos em dois grupos: em torno de $y = 18$ e $y = 13$.

GRÁFICO DE VIOLINO



Quando a amostra é grande, usar o “jitter” não é mais uma opção, pois os pontos se sobrepõem, tornando a figura não-interpretável. Uma alternativa é o gráfico do violino, que descreve a distribuição dos dados para cada grupo.

A distribuição bimodal do grupo B torna-se óbvia.



Maneira poderosa de exibir informações, porém são subutilizadas em comparação com os *boxplots*.

SITES LEGAIS PARA GRÁFICOS



THE R GRAPH
GALLERY

<https://www.r-graph-gallery.com/>



from Data to Viz

<https://www.data-to-viz.com/index.html>

ARTE DO DIA FEITA EM R



<https://www.r-graph-gallery.com/portfolio/data-art/>

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBETTA, Pedro Alberto. Estatística aplicada às ciências sociais. Ed. UFSC, 2008.
- DANCEY, Christine P.; REIDY, John G.; ROWE, Richard. Estatística Sem Matemática para as Ciências da Saúde. Penso Editora, 2017.
- MAGNUSSON, Willian E. Estatística [sem] matemática: a ligação entre as questões e a análise. Planta, 2003.