

# MÔ HÌNH VẬT LÝ DỰA TRÊN PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP 1

*Tác giả: Wolfgang Hohenauer*

Lê Phú Trường    Lý Quang Thắng

Khoa Toán - Tin học  
Trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG TP.HCM

Ngày 3 tháng 3 năm 2024

# Nội dung đề tài

## 1 Mở đầu và khái quát

- Mở đầu
- Khái quát

## 2 Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

- Mô hình toán học
- Nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất
- Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

## 3 Ứng dụng

- Công thức khí áp
- Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC
- Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.
- Những tác động với các yếu tố tăng trưởng  $a(t)$  khác nhau

# Mở đầu và khái quát

# I. Mở đầu và khái quát

## 1. Mở đầu

Giới thiệu các phương pháp giải phương trình vi phân thông thường cấp 1. Các nội dung liên quan đến công thức khí áp, quá trình nạp và phóng điện của tụ điện bao gồm cả ứng dụng của nó đối với AMV, cảm ứng từ và hiệu ứng tăng trưởng sẽ được bàn luận. Vật lý cảm ứng từ thúc đẩy mở rộng khả năng mô hình hóa các hiện tượng dao động.

# 1. Mở đầu và khái quát

## 2. Khái quát

Rất nhiều sự việc xảy ra hàng ngày đều xuất phát từ một nguyên tắc hoạt động đơn giản: “sự thay đổi của hiệu ứng tỷ lệ với mức độ thực tế của hiệu ứng”. Một số ví dụ minh họa là:

- Tốc độ phản ứng của một phản ứng hóa học (hay sự thay đổi nồng độ của chất sinh ra) thường phụ thuộc vào nồng độ của chất sinh ra.
- Số lượng quá trình phân rã phóng xạ của một đồng vị không ổn định phụ thuộc rất nhiều vào số lượng hạt của đồng vị đó.
- Sự sinh sản của một quần thể phụ thuộc vào số lượng cá thể của nó.

Các hiện tượng như vậy sẽ được biểu diễn bằng công thức toán học dưới dạng phương trình vi phân thông thường bậc nhất. Trong trường hợp các phương trình vi phân tuyến tính, nghiệm của chúng có thể được giải ngay cả khi chúng không thuần nhất (xem mục 2.1). Nhưng công thức phân tích lại phụ thuộc vào tính không thuần nhất và phải tìm ra nguyên hàm của chúng.

# I. Mở đầu và khái quát

## 2. Khái quát

Tuy nhiên, kiến thức về cấu trúc nghiệm của phương trình vi phân thông thường cấp 1 mô tả cho phép kiểm tra bằng số của nó trong mọi trường hợp.

Trong đề tài này, chúng tôi đưa ra một cái nhìn tổng quan về cách giải các phương trình vi phân tuyến tính thông thường cấp 1, không thuần nhất với hệ số không cố định. Một số ví dụ từ vật lý được đưa ra: công thức khí áp, điện tích và phóng điện của tụ điện, dòng điện trong cuộn dây vào lúc bật hoặc tắt nó, và một số nghiên cứu điển hình về các bài toán tăng trưởng tự nhiên.

**Phương trình vi phân tuyến  
tính bậc nhất, không thuần  
nhất với hệ số thay đổi**

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 1. Mô hình toán học

Nguyên lý hoạt động: “*Sự thay đổi của một vật quan sát được tỷ lệ với độ lớn thực tế của nó*” có thể dễ dàng được hình thành bằng một phương trình toán học. Hầu hết các hiệu ứng theo nguyên tắc này đều phụ thuộc vào biến thời gian hoặc biến không gian. Gọi biến đó là  $q$  và hàm mô tả hiện tượng cần quát sát là  $f(q)$ . Độ biến thiên của vật thể ấy được mô tả bằng phương trình đạo hàm đầu tiên của  $f(q)$ , tức là  $\frac{df(q)}{dq}$ . Tỷ lệ giữa hai đại lượng này được xác định bởi hàm số  $a(q)$ . Ngoài ra, hiện tượng quan sát được có thể bị ảnh hưởng bởi các hiện tượng không liên quan tới hiện tượng đang xét. Những ảnh hưởng như thế này được hợp thành một hàm số gọi là  $g(q)$ . Về mặt toán học,  $g(q)$  định nghĩa tính không thuần nhất của bài toán và cần phải chú ý một lần nữa rằng  $f(q)$  và  $g(q)$  hoàn toàn độc lập với nhau!



## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 1. Mô hình toán học

Với các hàm số cho trước phụ thuộc vào biến  $q$  được định nghĩa ở trên, ta xây dựng hệ tác động được mô tả bằng phương trình:

$$\frac{df(q)}{dq} = a(q)f(q) + g(q)^1 \quad (2.1-1)$$

$$\Longleftrightarrow \left[ \frac{d}{dq} - a(q) \right] f(q) = g(q) \quad (2.1-2)$$

---

<sup>1</sup>Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với  $g(q) \neq 0$ .

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 1. Mô hình toán học

Toán tử vi phân  $\left[ \frac{d}{dq} - a(q) \right]$  xác định cấu trúc nghiệm của bài toán.

Đại số tuyến tính cung cấp tính độc lập cơ bản của cấu trúc này từ tính không thuần nhất  $g(q)$ . Điều này dẫn đến phương pháp toán học để tìm hàm giải  $f(q)$  của phương trình (2.1 – 1).

- Thứ nhất, bỏ qua tính không thuần nhất – nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất  $f^{(h)}(q)$  được xét đến.
- Thứ hai, tính không đồng nhất được sử dụng để xây dựng một nghiệm cụ thể  $f^{(p)}(q)$  dựa vào đặc trưng của cấu trúc hàm số  $g(q)$ . Toán học chứng minh rằng nghiệm hoàn chỉnh của phương trình vi phân là tổng của cả hai nghiệm thuần nhất và nghiệm riêng.

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 1. Mô hình toán học

Một cách đơn giản rằng để tìm nghiệm của phương trình vi phân bậc nhất ta chỉ cần lấy tích phân phương trình. Do đó, hằng số tích phân  $C$  trở thành một phần của hàm giải  $f(q)$ . Hằng số  $C$  được xác định từ điều kiện ban đầu (bài toán phụ thuộc thời gian) hoặc điều kiện biên (bài toán không gian) được xác định, tức là dựa vào phương trình nghiệm tổng quát và các điều kiện kể trên để xác định cụ thể hằng số  $C$ .

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 2. Nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất

Với  $g(q) = 0$ , đó là đặc trưng của phương trình vi phân thuần nhất và nghiệm thuần nhất của nó là  $f^{(h)}(q)$  nắm bắt cấu trúc của toán tử vi phân thuần nhất. Điều này dẫn tới giá trị 0 ở vế phải của phương trình (2.1 – 2). Đây là một phần của bước kế tiếp trong việc tìm ra nghiệm hoàn chỉnh của bài toán nhằm xây dựng nghiệm riêng  $f^{(p)}(q)$  có xét đến độ lệch với giá trị 0.

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 2. Nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất

Với  $f^{(h)}(q)$  là nghiệm phương trình thuần nhất, ta xét

$$\left[ \frac{d}{dq} - a(q) \right] f^{(h)}(q) = 0 \quad (2.2-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{df^{(h)}(q)}{f^{(h)}(q)} = a(q) dq \quad (2.2-2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \ln \left| f^{(h)}(q) \right| &= \int a(q) dq + C_1 \\ \Leftrightarrow f^{(h)}(q) &= C e^{\int a(q) dq} \end{aligned} \quad (2.2-3)$$

Điều kiện:  $f^{(h)}(q)$  xác định dương,  $C = e^{C_1} \in \mathbb{R}$ .

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 2. Nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất

Như đã đề cập trước đó  $f^{(h)}(q)$  chỉ nắm bắt được cấu trúc chính của nguyên lý hoạt động, cho đến nay vẫn không cần thiết phải có tính không thuần nhất để hình thành hiệu ứng quan sát được (để tính công thức khí áp kế có thể rút ra cho một bài toán như thế này) thì nghiệm chính của bài toán  $\left[\frac{d}{dq} - a(q)\right] f^{(h)}(q) = 0$  vẫn được tìm thấy. Chỉ cần xác định hằng số tích phân  $C$ . Trong mọi trường hợp khác, hàm số  $g(q)$  phải được sử dụng để xây dựng một nghiệm riêng  $f^{(p)}(q)$ . Ý tưởng là tìm một hàm cụ thể  $f^{(p)}(q)$  thỏa mãn  $\left[\frac{d}{dq} - a(q)\right] f^{(p)}(q) = g(q)$ . Toán học chứng tỏ rằng tổng của  $f^{(h)}(q) + f^{(p)}(q)$  biểu thị nghiệm  $f(q)$  hoàn chỉnh của bài toán được xác định bởi phương trình  $\left[\frac{d}{dq} - a(q)\right] f(q) = g(q)$ .

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 2. Nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất

Một lần nữa: việc xác định hằng số tích phân  $C$  sẽ được thực hiện bằng cách đáp ứng điều kiện ban đầu hoặc điều kiện biên. Điều này được mô tả trong các chương sau.

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

Để xây dựng một nghiệm riêng  $f^{(p)}(q)$  cụ thể cho hàm  $g(q)$ , ta sử dụng hai yếu tố sau: nghiệm thuần nhất  $f^{(h)}(q)$  dựa trên cấu trúc toán học của bài toán và sự không thuần nhất cụ thể  $g(q)$  mô tả các ảnh hưởng bên ngoài cho bài toán, cái mà không được ghi nhận bởi nguyên lý hoạt động của nó. Cấu trúc toán học chính của bài toán được xem xét bằng sự tổng quát hóa nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất (2.2 – 3), rằng hằng số tích phân của chính phương trình thuần nhất được khái quát hóa thành một hàm của  $q$  trong bài toán không thuần nhất  $C \rightarrow C(q)$ .



## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

Đây là cách duy nhất cho phép áp dụng cấu trúc của nghiệm thuần nhất và cung cấp một khả năng bổ sung để thay đổi nghiệm này thành một nghiệm tổng quát hơn một – xem xét các chi tiết cụ thể của thuật ngữ nguồn  $g(q)$ . Vì thế phương pháp được gọi là “sự biến thiên của hằng số”. Phương trình (2.2 – 3) sẽ biến đổi thành phương trình (2.3 – 1). Từ đó ta có được phương trình (2.3 – 2).

Với lập luận trên và việc áp dụng toán tử vi phân (2.1 – 2) tại (2.3 – 1) sẽ đưa ra phương trình vi phân cho  $C(q)$  tại (2.3 – 3).

$$f(q) = C(q) \cdot e^{\int a(q) dq} \quad (2.3-1)$$

$$\implies \frac{df(q)}{dq} = \frac{dC(q)}{dq} \cdot e^{\int a(q) dq} + C(q) \cdot a(q) \cdot e^{\int a(q) dq} \quad (2.3-2)$$

$$\implies \frac{dC(q)}{dq} \cdot e^{\int a(q) dq} = g(q) \quad (2.3-3)$$

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

Ta nhân phương trình (2.3 – 3) cho  $e^{-\int a(q)dq}$  thu được phương trình (2.3 – 4) sau đó tích phân hai vế thu được phương trình (2.3 – 5) và hằng số tích phân  $K$ . Với hàm  $C(q)$  là nghiệm hoàn chỉnh của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất đã được tìm.

$$dC(q) = [g(q) \cdot e^{-\int a(q)dq}] \quad (2.3-4)$$

$$\implies C(q) = \int [g(q) \cdot e^{\int a(q)dq}]dq + K \quad (2.3-5)$$

$$\implies f(q) = K \cdot e^{\int a(q)dq} + \left[ \int (g(q) \cdot e^{-\int a(q)dq})dq \right] \cdot e^{\int a(q)dq} \quad (2.3-6)$$

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

Phương trình (2.3 – 6) tóm tắt nghiệm thuần nhất  $f^{(h)}(q) = K \cdot e^{\int a(q) dq}$  với hằng số tích phân được đặt tên lại là  $K$  và nghiệm riêng  $f^{(p)}(q) = \int g(q) \cdot e^{[-\int a(q) dq]} dq \cdot e^{\int a(q) dq}$ . Hàm tích phân tổng quát  $\int g(q) \cdot e^{-\int a(q) dq} dq$  là hằng số tổng quát cho tính không thuần nhất của  $g(q)$ . Biểu thức tích phân của  $f^{(p)}(q)$  không thể tính được bằng phương pháp giải tích thông thường. Cho đến nay chưa có phương pháp số nào tồn tại để áp dụng nguyên hàm. Để xác định hằng số tích phân  $K$ , cần làm thỏa mãn điều kiện ban đầu và điều kiện biên. Để làm điều này, với một đối số  $q_i$  tùy ý thì giá trị của hàm  $f(q_i)$  phải được biết. Hầu hết các giá trị được cho bởi  $q_i = q_0 = 0$ .

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

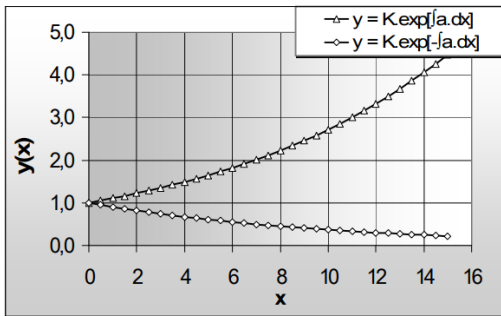
Trong *Hình 1* và *Hình 2*, có các ví dụ về một bài toán thuần nhất và một bài toán không thuần nhất với sự nhiễu loạn có tính chu kỳ. Từ bài toán thuần nhất, mô tả một hệ thống phụ thuộc vào không gian, ta thấy được rằng một tỷ lệ tăng ngặt sẽ gây ra sự tăng trưởng theo cấp số nhân của hàm nghiệm. Điều này cho thấy rõ rằng bất kỳ đáng điệu nào như thế này sẽ dẫn đến sự sụp đổ của hệ thống. Những tỷ lệ nghịch giảm ngặt sẽ làm giảm hàm nghiệm tiến về không. Ví dụ được trình bày trong *Hình 2*, mô tả một hệ thống phụ thuộc vào thời gian, làm rõ rằng một tỷ lệ nghịch kết hợp với một sự không thuần nhất khác không có thể gây ra một hàm nghiệm của hệ thống không bằng không và hữu hạn. Điều này được hiểu là một đáng điệu “bền vững” của hệ thống, đảm bảo sự “sống sót” của hệ thống trong một khoảng thời gian.

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

$$f' = a \cdot f(t); \quad a = \text{const.}$$

$K = y_0$	1,00	1,00
$a$	0,10	-0,10



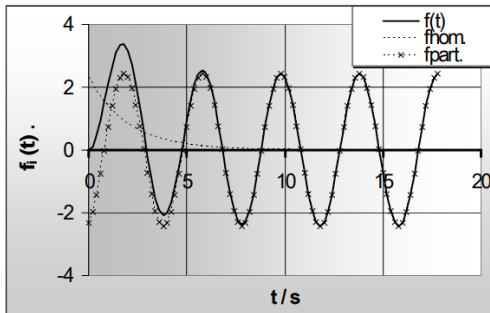
Hình 1: Nghiệm của bài toán thuần nhất liên hệ với dữ liệu được cung cấp trong bảng biểu.

## II. Phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, không thuần nhất với hệ số thay đổi

### 3. Nghiệm của phương trình vi phân cấp 1 không thuần nhất

$$f' = a.f(t) + g_0.\sin(\omega t); \quad a = \text{const.}$$

$a$	-0,50		
$\pi / \text{Hz}$	0,25	$\pi$	1,57
$g_0$	8,00		
$K; f_0=0$	2,31		



**Hình 2:** Nghiệm của bài toán thuần nhất liên hệ với dữ liệu được cung cấp trong bảng biểu.

# Ứng dụng

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khi áp

Áp suất  $p$  được định nghĩa là thương số của lực  $F$  và bề mặt  $A$  như cho trong phương trình (3.1 – 1).

$$p = \frac{F}{A} \quad (3.1-1)$$

Lực liên quan trong bài toán hiện tại là trọng lượng  $F_g$  của một lớp khí phía trên bề mặt ở một độ cao cụ thể  $y$  như trong *Hình 4*. Bản chất của trọng lượng là tích của khối lượng  $m$  và gia tốc trọng trường  $g$ . Khối lượng có thể được tính từ tích của thể tích  $V$  đang xét và mật độ  $\rho$  chứa trong nó. Thật hữu ích khi nhận thấy rằng mật độ của chất khí thay đổi theo độ cao dựa vào khả năng nén của các loại chất khí - trái ngược với chất lỏng và chất rắn. Do đó, việc tính toán sự phụ thuộc của mật độ  $\rho(y)$  của một lớp khí từ độ cao của nó khá quan trọng.



# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp

Nhiệt động lực học đã minh chứng về sự phụ thuộc chặt chẽ lẫn nhau của các biến trạng thái nhiệt động: áp suất  $p$ , thể tích  $V$ , và nhiệt độ  $T$ . Để việc ước tính đơn giản, ta sẽ sử dụng phương trình trạng thái của khí lý tưởng (3.1 – 2).

$$p \cdot V_m = R \cdot T \quad (3.1-2)$$

Nó bỏ qua cả thể tích của các phân tử khí và mọi tương tác kết dính giữa các phân tử này. Các đại lượng vật lý được sử dụng là:

- Hằng số khí  $R$ , với  $R = 8,314 \frac{JK}{mol}$ .
- Áp suất của môi trường xung quanh  $p_0$ , với  $p_0 = 1,013 \text{ bar}$ .
- Thể tích của 1 mol khí bất kỳ ở điều kiện môi trường  $V_m$ , với  $V_m = 22,4 \text{ ltr}$  hoặc  $22,4 \cdot 10^{-3} m^3$ .

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khi áp

Trạng thái này được minh họa trong *Hình 3*. Lưu ý rằng định nghĩa của  $dp$  là:  $dp = p(y + dy) - p(y)$ . Do  $p(y)$  lớn hơn  $p(y + dy)$  nên hiệu này trở thành số âm! Đây là hệ quả toán học thực tế,  $p(y)$  giảm khi chiều cao tăng lên. Sử dụng (3.1 – 1) và cơ sở lập luận  $F_g = dm \cdot g$ ;  $dm = \rho \cdot dV$ ; và  $dV = A \cdot dy$ , áp suất  $dp$  gây ra bởi tầng mỏng vô cùng bé giữa độ cao  $y$  và  $y + dy$  được tính bằng (3.1 – 3)

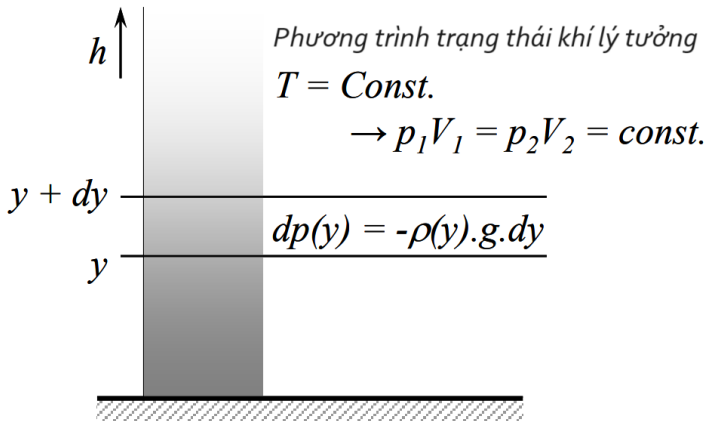
$$-dp = \frac{F_g}{A} = \rho(y) \cdot g \cdot dy \quad ^2 \quad (3.1-3)$$

---

<sup>2</sup>Phương trình vi phân cấp 1 dạng tách biến:  $g(y)y' = f(p)$ , ở mục (3.1 – 3) thì  $g(y) = \rho(y) \cdot g$ .

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp



Hình 3: Sự giảm của áp suất phụ thuộc vào độ cao.

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp

Hình 3 chứng minh việc tìm ra biểu thức toán học cho mật độ  $\rho(y)$  của một lớp khí là cần thiết. Để rút ra một mô hình đơn giản từ phương trình khí lý tưởng (3.1 – 2), giả sử nhiệt độ không đổi trên toàn bộ lớp khí (điều kiện đẳng nhiệt:  $T = const$ ). Với phương trình giả định (3.1 – 2) đơn giản hóa định luật Boyle-Mariotte (3.1 – 4).

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = const \quad (3.1-4)$$

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp

Định nghĩa mật độ  $\rho := \frac{m}{V}$  và sử dụng các điều kiện môi trường xung quanh  $p_0$  và  $\rho_0$  làm trạng thái tham chiếu dẫn đến phương trình (3.1 – 5). Nó tính toán mật độ ở một độ cao tùy ý  $\rho(y)$  như là hàm số áp suất  $p(y)$  ở độ cao này (3.1 – 6).

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (3.1-5)$$

$$\frac{p(y)}{p_0} = \frac{\rho(y)}{\rho_0} \rightarrow \rho(y) = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p(y) \quad (3.1-6)$$

$$(3.1 - 3) \rightarrow dp(y) = -\frac{\rho_0 \cdot p(y) \cdot g \cdot dy}{p_0}$$

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khi áp

Với (3.1 – 6) và *Hình 4* ta xây dựng phương trình (3.1 – 7). Đây là một phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 thuần nhất với hệ số không đổi và nghiệm được cho trong (2.2 – 3) hoặc (2.3 – 6) với tính không thuần nhất triệt tiêu. Để đơn giản, ta định nghĩa như sau:

- $q \rightarrow y$
- $f(q) \rightarrow p(y)$
- $a(y) = \frac{-\rho_0 \cdot g}{p_0}$
- $g(y) = 0$

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp

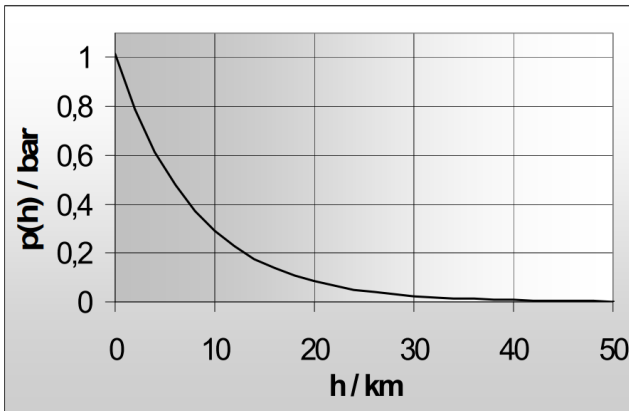
Các phương trình (2.2 – 3) hoặc (2.3 – 6) xác định cho (3.1 – 8). Điều kiện biên  $p(y = 0) = p_0$  xác định  $K = p_0$ . Mật độ không khí trong điều kiện môi trường xung quanh là  $\rho_0 = 1,29 \text{ kg/m}^3$ .

$$-dp(y) = \frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot p(y) \cdot dy \quad (3.1-7)$$

$$p(h) = p_0 \cdot e^{\frac{-\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h} \quad (3.1-8)$$

# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp



Hình 4: Sự giảm của áp suất phụ thuộc vào độ cao trong điều kiện đẳng nhiệt.



# III. Ứng dụng

## 1. Công thức khí áp

Giả thuyết đẳng nhiệt và điều kiện khí lý tưởng dẫn tới việc hình thành phương trình vi phân tuyến tính cấp 1. Kết quả là đường cong  $p(h)$  như trong *Hình 4* có dạng giảm dần theo hàm mũ điển hình. Những cân nhắc thực tế hơn vì chúng cần thiết trong đo lường phải thực hiện đầy đủ nhiệt động lực học và biểu đồ nhiệt độ thực tế của khí quyển trong mô hình của chúng – điều này làm cho vấn đề trở nên phức tạp hơn nhiều.

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Điện tích được lưu trữ trong một tụ điện tỷ lệ thuận với điện áp được đo tại các liên kết của nó. Hệ số tỷ lệ thuận này được gọi là điện dung  $C$ . Mỗi tương quan giữa chúng được đưa ra trong công thức (3.2 – 1).

$$Q(t) = C \cdot U_C(t) \quad (3.2-1)$$

Điện tích là tích phân theo thời gian của dòng điện chảy trong mạch. Cho đến nay, tụ điện không được tích điện hoàn toàn tại thời điểm  $t_0$ , tích phân trong phương trình (3.2 – 2) tính toán sự biến thiên của điện tích  $\Delta Q = Q(t_x) - Q(t_0)$  trong thời gian quan sát  $\Delta t = t_x - t_0$  mô tả tổng điện tích được lưu trữ trong tụ điện sau khoảng thời gian  $t_x$ .

$$\Delta Q \Big|_{t_0}^{t_x} = \int_{t_0}^{t_x} I(t) dt \quad (3.2-2)$$

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Kết hợp hai phương trình này ta được (3.2 – 3) và sau phép vi phân  $\frac{d}{dt}$  ta được (3.2 – 4).

$$U_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_{t_0}^{t_x} I(t)dt \quad (3.2-6)$$

$$I(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} \quad (3.2-4)$$

---

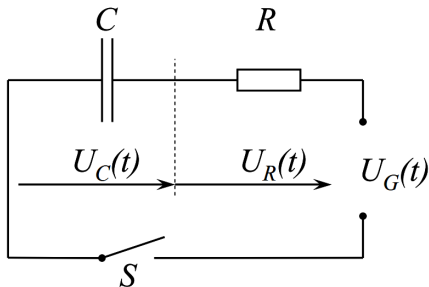
<sup>3</sup>Phương trình vi phân cấp 1 dạng tách biến :  $g(y)y' = f(x)$ , ở mục (3.2 – 4) thì  $g(y)$  là hằng số  $C$ ,  $y'$  là  $\frac{dU_C(t)}{dt}$ ,  $f(x)$  là  $I(t)$ .

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Mọi mạch điện đều có một điện trở suất không triệt tiêu  $R$ . Vì vậy, một sơ đồ kết nối điện hình thức như được hiển thị trong *Hình 5* mô tả hệ thống hoạt động. Định luật Ohm (3.2 – 5) được sử dụng để tính toán sự sụt áp trên điện trở suất.

$$U(t) = I(t) \cdot R \quad (3.2-5)$$



**Hình 5:** Kết nối tuần tự của điện trở suất và tụ điện.

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Định luật cơ bản để xây dựng mô hình mô tả điện áp biến thiên của tụ điện như được hiển thị trong sơ đồ kết nối của *Hình 6* là định luật Kirchhoff (3.2 – 6): tổng của tất cả các điện áp giảm trong một mạch  $U_i$  bằng với điện áp ngoài (phát điện)  $U_G$ .

$$\sum_{i=1}^n U_i(t) = U_G(t) \quad (3.2-6)$$

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Điều này có nghĩa là điện áp giảm trên tụ điện  $U_C$  và điện trở suất  $U_R$  bù cho điện áp phát sinh  $U_G$ . Bất cứ khi nào dòng điện tích hoặc phóng điện thì điện tích của tụ điện sẽ thay đổi. Từ (3.2 – 1) điều này gây ra một điện áp phụ thuộc vào thời gian qua tụ điện trong quá trình tích hoặc phóng điện. Do đó,  $U_C$  phải được đặt là một hàm phụ thuộc vào thời gian - ngay cả khi điện áp bên ngoài điều khiển là điện áp  $D_C$ . Điều này làm rõ rằng  $U_R$  cũng phải được coi là một hàm phụ thuộc vào thời gian. Điều này được xem xét trong phương trình cân bằng - được suy ra từ luật Kirchhoff - được đưa ra trong (3.2 – 7).

$$U_C(t) + U_R(t) = U_G(t) \quad (3.2-7)$$

# III. Ứng dụng

## 2. Tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC và AC

Áp dụng định luật Ohm (3.2 – 5) và biểu thức (3.2 – 4) để biểu diễn dòng điện  $I(t)$  trong mạch, ta có thể viết (3.2 – 7) thành (3.2 – 8)

$$U_C(t) + RC \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} = U_G(t) \quad (3.2-8)$$

Phép biến đổi đại số trong biểu diễn chuẩn như ở (2.1 – 1) dẫn đến (3.2 – 9)

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}U_C(t) + \frac{1}{RC}U_G(t) \quad (3.2-9)$$

Với phép đồng nhất:  $q \rightarrow t$ ,  $f(q) \rightarrow U_C(t)$ ,  $a(q) \rightarrow a(t) = -\frac{1}{RC}$  và  $g(t) = U_G(t)$  ta thu được (3.2 – 10):

$$U_C(t) = K \cdot e^{-\int \frac{1}{RC}} + \left[ \int \left( \frac{U_G(t)}{RC} \cdot e^{\int \frac{dt}{RC}} \right) dt \right] \cdot e^{-\int \frac{1}{RC}} \quad (3.2-10)$$

---

<sup>4</sup>Phương trình (3.2 – 8) có dạng là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1. ▶

# III. Ứng dụng

## 2.1. Nguồn điện 1 chiều

Dưới điều kiện tích điện 1 chiều,  $U_G(t)$  là một hằng số, ví dụ như biểu diễn điện áp pin  $U_B$ . Phương trình (3.2 – 10) đơn giản hóa thành (3.2 – 11) và dẫn đến phương trình (3.2 – 12).

$$U_C(t) = K \cdot e^{-\int \frac{dt}{RC}} + \frac{U_B}{RC} \cdot \left[ \int \left( e^{\int \frac{dt}{RC}} \right) dt \right] \cdot e^{-\int \frac{dt}{RC}} \quad (3.2-11)$$

$$\Rightarrow U_C = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_B \quad (3.2-12)$$

Giả sử một tụ điện hoàn toàn phóng điện vào thời điểm  $t_0 = 0$  thì điều kiện ban đầu  $U_C(t = 0) = 0$  là hợp lệ. Ta thu được phương trình kết quả  $K = -U_B$  và (3.2 – 13)

$$U_C(t) = U_B \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right] \quad (3.2-13)$$



# III. Ứng dụng

## 2.2. Phóng điện của tụ điện

Để phóng điện tụ điện, nguồn điện được thay thế bằng một công tắc đóng cho phép dòng phóng điện. Cấu trúc này được mô tả về mặt toán học bằng cách đặt  $U_B = 0$ . Với phương trình (3.2 – 12) có thể được sử dụng để tính toán nghiệm. Theo điều kiện ban đầu, người ta xây dựng công thức  $U_C(t = 0) = U_{C,0}$ . Nghiệm của bài toán là (3.2 – 14)

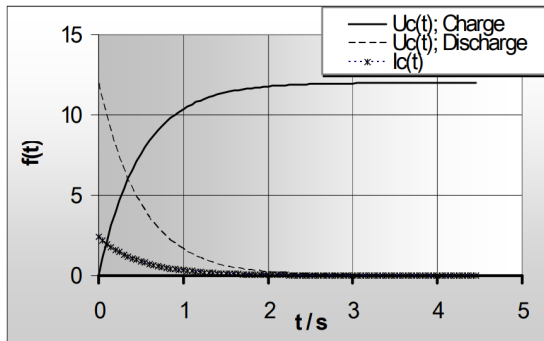
$$U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.2-14)$$

# III. Ứng dụng

## 2.2. Phóng điện của tụ điện

$$f' = a \cdot f(t); a = \text{const.}$$

$a := -1/RC$	-2,00000
$R$	5,00
$C$	0,10000
$U_B$	12,00



Hình 6: Dáng điệu tích và phóng điện của tụ điện trong điều kiện DC.

# III. Ứng dụng

## 2.2. Phóng điện của tụ điện

Từ định luật Ohm (3.2 – 5) và các phương trình (3.2 – 13), (3.2 – 15), ta thu được dòng điện phụ thuộc vào thời gian  $|I_C(t)|$  cho quá trình tích và phóng điện (3.2 – 15). Kết quả cũng được thể hiện trong *Hình 6*.

$$|I_C(t)| = \frac{U_C}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.2-15)$$

# III. Ứng dụng

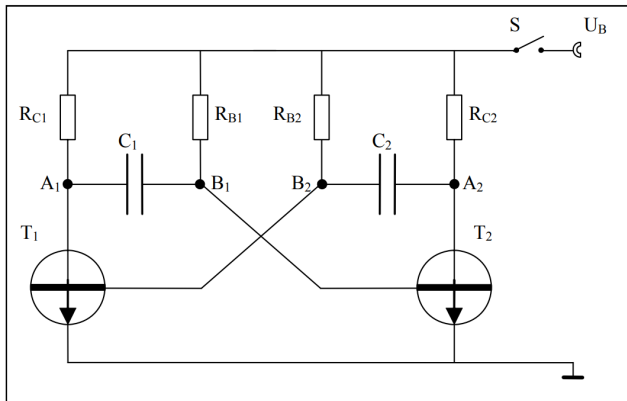
## 2.3 Bộ dao động đa trạng thái ổn định - AMV

Từ vật lý, mô tả về sự chuyển đổi của một bộ dao động đa trạng thái ổn định (AMV), như được thể hiện trong *Hình 7*, cần đặt  $U_C(t_{i,0} = 0) = -U_B$  cho tất cả các sự chuyển đổi sau sự chuyển đổi đầu tiên. Từ (3.2 – 12) và cho  $K = -2U_B$  sau đó ta được phương trình (3.2 – 16). Một thiết bị bán dẫn thường chuyển từ trạng thái mở sang trạng thái đóng khi điện áp Basis – Emitter  $U_{BE}$  tăng từ 0 lên khoảng 0,6V. Để ước lượng tần suất chuyển đổi của một AMV, giả sử rằng điện tụ được kết nối với thiết bị bán dẫn ở trạng thái tắt đầy đủ (được khóa) đạt đến một điện áp  $U_C = U_{BE} = 0V$ . Thời gian cần để đạt được điện áp này là  $t_S$ . Giải (3.2 – 16) dẫn đến một thời gian mạch  $t_S = R.C.ln2$  và một tần số của AMV  $v = \frac{2}{[R.C.ln2]}$ .

$$U_C(t) = U_B \cdot \left[ 1 - 2e^{-\frac{t}{RC}} \right] \quad (3.2-16)$$

# III. Ứng dụng

## 2.3 Bộ dao động đa trạng thái ổn định - AMV



Hình 7: Sơ đồ kết nối của mạch bập bênh không ổn định.

# III. Ứng dụng

## 2.4. Cung cấp điện áp theo hàm Sin của tụ điện

Giả sử  $U_G(t)$  là một hàm sin:  $U_G(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ . Phương trình (3.2 – 10) được biến đổi thành (3.2 – 13).

$$U_C(t) = K \cdot e^{-\int \frac{dt}{RC}} + \frac{U_0}{RC} \left[ \int \left( \sin(\omega t) \cdot e^{\int \frac{dt}{RC}} \right) dt \right] \cdot e^{-\int \frac{dt}{RC}} \quad (3.2-18)$$

Tích phân  $\int \left( \sin(\omega t) \cdot e^{\int \frac{dt}{RC}} \right) dt$  có thể được tìm thấy trong các sách toán học - ví dụ như trong "Bronstein's Taschenbuch der Mathematik". Với một số phép biến đổi đại số dễ dàng, người ta sẽ tìm được (3.2 – 19).

$$\int \left( \sin(\omega t) \cdot e^{\int \frac{dt}{RC}} \right) dt = RC \cdot e^{\frac{t}{RC}} \cdot \frac{[\sin(\omega t) - \omega RC \cos(\omega t)]}{1 + (\omega RC)^2} \quad (3.2-19)$$

# III. Ứng dụng

## 2.4. Cung cấp điện áp theo hàm Sin của tụ điện

Thay (3.2 – 19) vào (3.2 – 18) và tính các tích phân đơn giản ta thu được phương trình (3.2 – 20). Với điều kiện ban đầu  $U_C(t = 0) = 0$ , ta có được  $K$  như mô tả trong phương trình (3.2 – 21). Kết quả được thể hiện trong Hình 8.

$$U_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_0 \frac{[\sin(\omega t) - \omega RC \cos(\omega t)]}{1 + (\omega RC)^2} \quad (3.2-20)$$

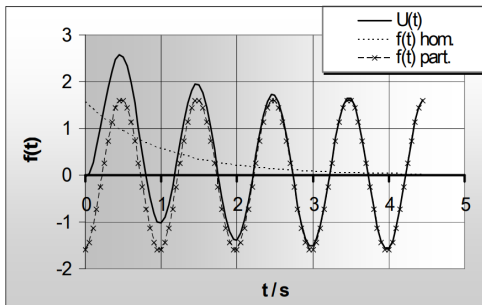
$$K = \frac{U_0 \cdot \omega RC}{1 + (\omega RC)^2} \quad (3.2-21)$$

# III. Ứng dụng

## 2.4. Cung cấp điện áp theo hàm Sin của tụ điện

$$f' = a.f(t) + g_0.\sin(\omega t); a = \text{const.}$$

$a:=-1/RC$			
$R$	1000		
$C$	0,001	$a = -1/RC$	-1,00000
$\omega$	1		6,28
$g_0 = U_0$	10,00		
$K$	1,55223		



Hình 8: R-C nối tiếp được điều khiển bởi điện áp hình sin.



# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

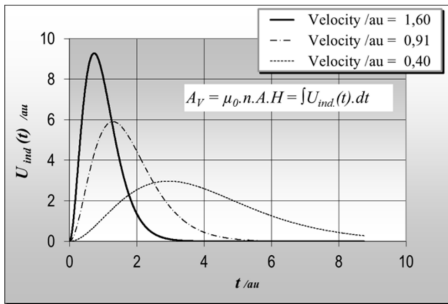
Hiện tượng từ học cho thấy rằng bất kỳ sự biến đổi nào của từ trường mà cuộn dây "cảm nhận" được đều gây ra bởi cảm ứng điện áp. Nguồn của từ trường có thể là một nam châm vĩnh cửu hoặc một cuộn dây khác. Để hiểu đơn giản về hiện tượng này, ta xét một nam châm vĩnh cửu được chuyển động qua một cuộn dây với các vận tốc khác nhau. Trong *Hình 9*, điện áp cảm ứng từ ba thí nghiệm được thể hiện. Một sự nghiên cứu chi tiết cho thấy diện tích giữa đường cong điện áp đo được và trục là một đại lượng không đổi chỉ phụ thuộc vào:

- Từ trường của nam châm vĩnh cửu  $H$ .
- Tiết diện của cuộn dây  $A$ .
- Số vòng  $n$ .
- Đối với đơn vị vật lý – một số  $\mu_0$ , được gọi là độ thấm từ.

# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

Diện tích giữa đường cong điện áp đo được và trục có thể được tính bằng tích phân thời gian của điện áp cảm ứng  $\int U_{ind}(t)dt$  - như thể hiện trên hình. Diện tích này được gọi là “sự tăng vọt điện áp”.



Hình 9: Điện áp cảm ứng và điện áp tăng vọt; số lượng tính bằng đơn vị tùy ý.

# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

Cho đến nay, từ trường từ hóa  $H$  đến từ một cuộn dây khác chạy từ dòng điện  $I$ ,  $H$  phụ thuộc trực tiếp vào chính dòng điện đó và một hàm hình học  $f_G$  tóm tắt các chi tiết hình học như số vòng, chiều dài và tiết diện, ... Với điều này và sự giới thiệu các đại lượng từ: từ trường  $B$  và từ thông  $\Phi$ , có thể đưa ra tập hợp các phương trình mô tả (3.3 – 1). Ngoài ra, có thể đưa ra một công thức khác cho sự tăng điện áp, sử dụng dòng điện trong cuộn dây từ để mô tả hiệu ứng cảm ứng (3.3 – 2). Về nguyên tắc, sẽ không có vấn đề gì nếu một cuộn dây “bên ngoài” gây ra cảm ứng từ hoặc nếu dòng điện trong một cuộn dây cụ thể gây ra từ trường của chúng. Sự khác biệt duy nhất là điện áp cảm ứng gây ra từ nguồn bên ngoài sẽ điều khiển dòng điện trong cuộn dây kia chịu trách nhiệm tạo ra phản ứng từ tính làm suy yếu tác dụng của nguồn bên ngoài. Điều này được xem xét bằng dấu hiệu của sự tăng điện áp.

# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

$$\begin{aligned}H(t) &= f_G \cdot I(t) \\B(t) &= \mu_0 \cdot H(t)\end{aligned}\tag{3.3-1}$$

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= B(t) \cdot A \\A_V &= \mu_0 \cdot A \cdot n \cdot \left[ f_G \cdot \int \frac{dI(t)}{dt} dt \right] = \int U_{ind}(t) \cdot dt\end{aligned}\tag{3.3-2}$$

# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

Tích  $\mu_0 \cdot A \cdot n \cdot f_G$  định nghĩa “độ tự cảm từ”  $L$  của cuộn dây (3.3 – 3). Sử dụng cả ba phương trình này, có thể đưa ra định luật cảm ứng từ (3.3 – 4) và độ sụt điện áp từ của cuộn dây (3.3 – 5). Dấu âm trong (3.3 – 4) xét đến sự suy yếu của nguồn bên ngoài như đã đề cập trước đó.

$$L = \mu_0 \cdot A \cdot n \cdot f_G \quad (3.3-3)$$

$$U_{ind}(t) = -n \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (3.3-4)$$

$$U_L(t) = U_{ind}(t) = A_V = L \cdot \frac{dI(t)}{dt} \quad (3.3-5)$$

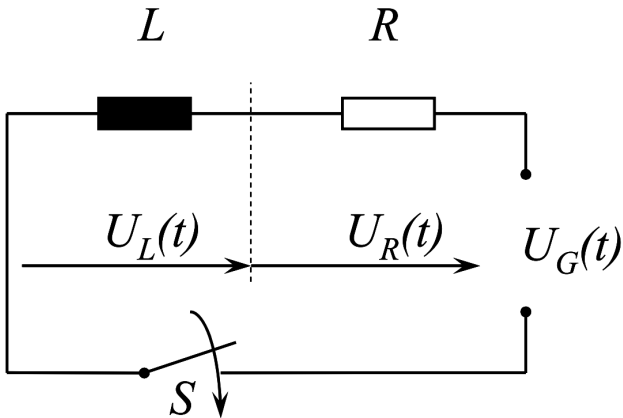
# III. Ứng dụng

## 3. Dòng điện nhất thời của cuộn dây từ dưới điều kiện DC và AC.

Bất kỳ cuộn dây nào cũng có thể được xem như một cuộn dây có độ tự cảm lý tưởng  $L$  nối tiếp với một điện trở  $R$ . Vì vậy, sơ đồ kết nối chính thức như trong *Hình 10* thể hiện sự vận động của hệ thống. Định luật Kirchhoff (3.2 – 6) được sử dụng để cân bằng độ giảm điện áp của cuộn cảm và điện trở với điện áp (tạo ra) bên ngoài  $U_G$ . Điều này có nghĩa là độ điện áp trên độ tự cảm  $L$  đặt là  $U_L$  và điện trở suất  $R$  đặt là  $U_R$  bù cho điện áp tạo ra  $U_G$ . Bất cứ khi nào có dòng điện chạy qua cuộn dây sẽ xảy ra phản ứng từ. Từ phương trình (3.3 – 5), điều này gây ra điện áp phụ thuộc thời gian trên cuộn dây. Do đó,  $U_L$  phải được đặt làm hàm phụ thuộc vào thời gian – ngay cả khi điện áp bên ngoài dẫn động là điện áp DC. Điều này làm rõ rằng  $U_R$  cũng được coi là hàm phụ thuộc thời gian. Điều này được xem xét trong phương trình cân bằng – rút ra từ định luật Kirchhoff – được cho trong (3.3 – 6) và (3.3 – 7).

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ



Hình 10: Sơ đồ kết nối để bật cuộn dây từ có điện trở nối tiếp.

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

Bằng cách sử dụng công thức  $U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$  và định luật Kirchhoff (3.2 – 1), phương trình vi phân cho dòng thay đổi theo thời gian có thể được công thức hóa như phương trình (3.3 – 1).

$$L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + R \cdot I(t) = U_G(t)^5 \quad (3.3-6)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot I(t) + \frac{U_G(t)}{L} \quad (3.3-7)$$

---

<sup>5</sup>Phương trình (3.3 – 6) có dạng là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1. ▶



# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

Ta đồng nhất hóa các biến sau:

$$q \rightarrow t,$$

$$f(q) \rightarrow I(t),$$

$$a(q) \rightarrow a(t) = -R/L,$$

$$g(t) = U_G(t)/L,$$

$$U_G(t) = \text{const.}$$

Phương trình (2.3 – 6) dẫn đến (3.3 – 8). Vì không có dòng điện trước khi công tắc được đóng tại  $t = 0$  như điều kiện ban đầu  $I(t = 0) = 0$ . Dòng điện nhất thời được cho bởi công thức (3.3 – 10), biểu đồ được thể hiện trong *Hình 11*.

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

$$I(t) = K \cdot e^{-\int \frac{R}{L} dt} + \left[ \int \left( \frac{U_G}{L} \cdot e^{\int \frac{R}{L} dt} \right) dt \right] \cdot e^{-\int \frac{R}{L} dt} \quad (3.3-8)$$

$$I(t) = \frac{U_G(t)}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (3.3-9)$$

Trong trường hợp của một điện áp ngoài theo hàm sin  $U_G(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ , phương trình (3.3 – 8) được đổi thành (3.3 – 10). Dòng điện nhất thời được định bởi (3.3 – 11). Một lần nữa từ vật lý, điều kiện ban đầu  $I(t = 0) = 0$  lại được thiết lập.

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

Điều này chỉ ra rằng hằng số tích phân  $K$  được mô tả trong (3.3 – 12). Biểu đồ được thể hiện trong *Hình 12*.

$$I(t) = K \cdot e^{-\int \frac{R}{L} dt} + \frac{U_0}{L} \left[ \int \left( \sin(\omega t) \cdot e^{\int \frac{R}{L} dt} \right) dt \right] \cdot e^{-\int \frac{R}{L} dt} \quad (3.3-10)$$

$$I(t) = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U_0}{R} \cdot \frac{[\sin(\omega t) - \omega \frac{L}{R} \cos(\omega t)]}{1 + (\omega \frac{L}{R})^2} \quad (3.3-11)$$

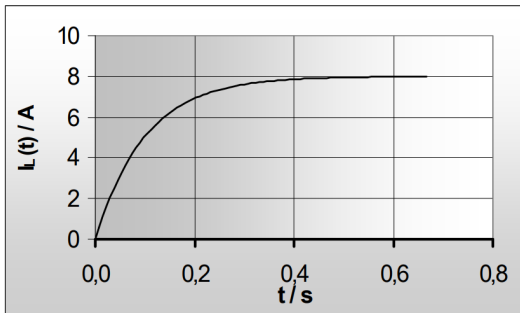
$$K = \frac{U_0 \cdot \omega \frac{L}{R}}{1 + (\omega \frac{L}{R})^2} \quad (3.3-12)$$

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

$$f' = a \cdot f(t) ; a = \text{const.}$$

$a = -R/L$	-0,1
$R$	10
$L$	100
$U_B$	8



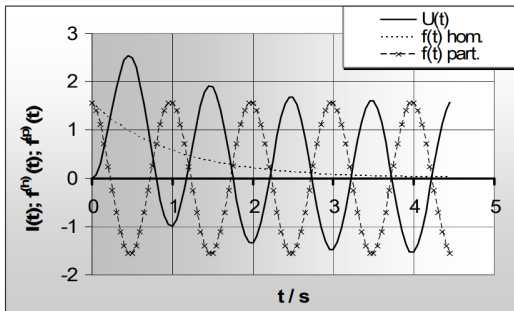
Hình 11: Dòng R-L trong điều kiện DC khi đóng công tắc.

# III. Ứng dụng

## 3.1. Bật một cuộn dây cảm từ

$$f' = a \cdot f(t) + g_0 \cdot \sin(\omega t); a = \text{const.}$$

$a := -L/R$			
$R$	1000		
$L$	1000	$a$	-1,00000
$f$	1	$\hat{f}$	6,28
$g_0 := U_0$	10,00		
$K$	1,55223		



Hình 12: Dòng điện nhất thời đi qua cuộn dây từ có điện trở nối tiếp trong điều kiện dòng điện xoay chiều hình sin (AC) sau khi bật công tắc.

# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ

Tắt tính tự cảm sẽ làm cho cường độ dòng điện trong mạch giảm đột ngột. Về mặt lý thuyết nó có nghĩa là sự biến thiên của dòng điện

$\frac{dI(t)}{dt} \uparrow^{\infty}$  (Hình 13). Nhưng điều này sẽ không xảy ra trong tự nhiên.

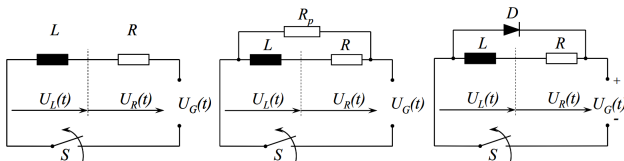
Trong thời gian mạch hữu hạn, toàn bộ năng lượng được lưu trữ trong từ trường phải được loại bỏ bằng dòng điện chạy qua các tiếp điểm của công tắc trong quá trình mở. Trong thời gian ngắn, năng lượng này cao hơn nhiều so với “công phát xạ điện từ” của vật liệu tiếp xúc của công tắc. Do đó dòng điện giữa các tiếp điểm mở xuất hiện. Nó i-on hóa tất cả các khí giữa các tiếp điểm và tạo ra một ống plasma với nhiệt độ cực kỳ cao.

Những điều kiện năng lượng và nhiệt độ này phá hủy bất kỳ công tắc nào. Do đó, các giải pháp kỹ thuật được thực hiện để tránh điều này được hiển thị trong Hình 13b, c.

# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ

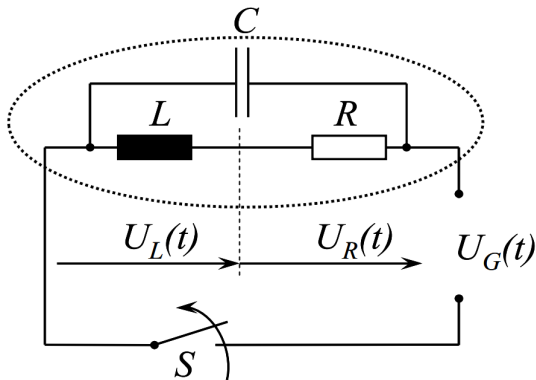
Một giải pháp kỹ thuật khác là kết nối một tụ song song với  $R - C$  mắc nối tiếp như được hiển thị trong *Hình 14*. Khi mở công tắc, tụ điện sẽ lưu trữ năng lượng theo một cách cụ thể. Để hiểu rõ hơn về sự tương tác giữa điện trở, cuộn dây và tụ điện, định luật Kirchhoff (3.2 – 6) được sử dụng. Lưu ý rằng không có điện áp ngoại vi  $U_G(t)$  được ấn vào khi mở công tắc. Điều này dẫn đến phương trình (3.3 – 13).



**Hình 13:** Sơ đồ kết nối: Để tắt cuộn dây từ: a) Không có gì can thiệp, b) Với điện trở song song  $R_p$ , c) Với một diode hoạt động ở chế độ phân cực ngược.

# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ



Hình 14: Sơ đồ kết nối: Để tắt cuộn dây từ có tụ điện song song.



# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ

$$\sum_{i=1}^n U_i(t) = U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = 0 \quad (3.3-13)$$

Từ các phương trình (3.2 – 3), (3.2 – 5) và (3.3 – 5) ta được phương trình (3.3 – 14)

$$L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + R \cdot I(t) + \frac{1}{C} \int I(t)dt = 0 \quad (3.3-14)$$


# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ

Sau khi chia cho  $L$  và vi phân theo  $t$ , một loại phương trình vi phân mới xuất hiện. Nó nằm ở bậc 2 theo  $t$  và biểu thị một hành vi hoàn toàn khác của hệ thống được mô tả như đã thảo luận trong chủ đề này. Nguyên tắc hoạt động như đã đề cập ở đầu: “sự thay đổi của hiệu suất tỷ lệ với độ lớn thực tế của hiệu suất” không hợp lệ cho hệ thống hoạt động như được hiển thị trong *Hình 14* và được mô tả bằng phương trình toán học (3.3 – 15).

$$\frac{dI^2(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot I(t) = 0^6 \quad (3.3-15)$$

---

<sup>6</sup>Phương trình (3.3 – 15) có dạng là phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 thuần nhất  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ . Trong đó  $p(x) = R/L$ ,  $q(x) = 1/LC$ . 

# III. Ứng dụng

## 3.2. Tắt cuộn dây cảm từ

Kết nối một tụ song song với  $R - L$  mắc nối tiếp tạo ra một hệ thống hoạt động mới cho thấy sự dao động. Điều này sẽ được thảo luận chi tiết theo hướng riêng biệt. Cần lưu ý rằng phương trình vi phân mới này cũng không đồng nhất khi có một lực tác động. Vì lý do vật lý, các hệ số có thể thay đổi. Nhưng để hiểu các nguyên lý dao động và mô tả chúng với các phương pháp toán học ít nhiều dễ dàng, những sự xem xét sau sẽ hạn chế các hệ số không đổi.

# III. Ứng dụng

## 4. Những tác động với các yếu tố tăng trưởng $a(t)$ khác nhau

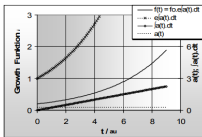
Ở phần này, chúng ta sẽ đưa ra các giả định cụ thể về các yếu tố tăng trưởng  $a(t)$ . Hành vi tăng giảm tuyến tính và các yếu tố tăng trưởng định kỳ được nghiên cứu. Nhưng những tác động được xem xét được giả định là không phụ thuộc vào bất kỳ sự không đồng nhất nào. Không có giải pháp giải tích nào được đưa ra vì đối với một số tích phân mô tả, không thể tìm thấy nguyên hàm bằng giải tích. Do đó, chỉ có cách tiếp cận số được thực hiện bằng phần mềm / bảng tính thông thường (Excel<sup>®</sup>). Đối với bài toán cụ thể, các giả định được thể hiện trong các bảng bên trái của bất kỳ biểu đồ nào trong *Hình 15*.

# III. Ứng dụng

## 4. Những tác động với các yếu tố tăng trưởng $a(t)$ khác nhau

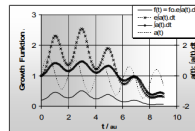
$$f' = a \cdot f(t); a = (k \cdot t + d) + \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

k	0,00
d	0,25
$\nu \cdot R_2$	0,00
$\omega$	0,00
$\varphi$	0,00
g	2,00



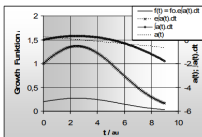
$$f' = a \cdot f(t); a = (k \cdot t + d) + \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

k	-0,10
d	0,25
$\nu \cdot R_2$	0,50
$\omega$	3,14
$\varphi$	0,00
g	2,00



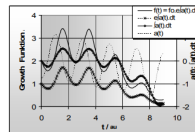
$$f' = a \cdot f(t); a = (k \cdot t + d) + \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

k	-0,10
d	0,25
$\nu \cdot R_2$	0,00
$\omega$	0,00
$\varphi$	0,00
g	2,00



$$f' = a \cdot f(t); a = (k \cdot t + d) + \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

k	-0,10
d	0,25
$\nu \cdot R_2$	0,50
$\omega$	3,14
$\varphi$	-8,00
g	2,00



Hình 15: Ví dụ về hiệu ứng tăng trưởng dựa trên các yếu tố tăng trưởng  $a(t)$  khác nhau.

$$f' = a \cdot f(t); a = (k \cdot t + d) + \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

k	0,00
d	0,00
$\nu \cdot R_2$	0,50
$\omega$	3,14
$\varphi$	-8,00
g	2,00

