

1) SISTEMAS NUMÉRICOS

São formados por um conjunto de símbolos, utilizados para a representação de quantidades, e as regras que definem a forma de representação.

1.1) SISTEMAS NUMÉRICOS NÃO POSICIONAIS:

Nesses sistemas os símbolos sempre representam **valores absolutos**, independentemente da posição que ocupam no número representado.

Ex.: Sistema numérico romano

M = Mil unidades.

MM = Duas mil unidades.

Pode-se observar que ao deslocarmos o símbolo “M” uma casa à esquerda, seu valor (valor absoluto) permanece o mesmo (1000).

1.2) SISTEMAS NUMÉRICOS POSICIONAIS:

Nesses sistemas, os símbolos possuem dois valores: um valor absoluto (Valor associado ao símbolo quando este aparece isolado) e um valor relativo que é determinado pelo valor absoluto do símbolo, pelo valor da base do sistema em uso e pela “distância” da vírgula na qual o símbolo aparece.

Ex.: 1 = Uma unidade.

10 = Dez unidades.

Pode-se observar que ao deslocarmos o símbolo “1” uma casa à esquerda, seu valor modificou-se (O valor relativo passou a ser 10 unidades). Esse valor decorre da base utilizada (base 10 – utilizada no sistema decimal) .

Para determinarmos o valor relativo representado por um ou mais símbolos, devemos multiplicar o valor absoluto do símbolo pela base do sistema, elevada ao expoente de sua posição e então somar os produtos.

2) CARACTERÍSTICAS DOS SISTEMAS NUMÉRICOS POSICIONAIS:

- a) A quantidade de símbolos utilizados corresponde ao valor da base do sistema.
- b) o valor do maior símbolo corresponde ao valor da base subtraído de uma unidade e o menor é sempre zero.
- c) Os expoentes da base iniciam em zero na posição imediatamente à esquerda da vírgula e são acrescidos de uma unidade a cada casa deslocada para a esquerda e subtraídos de uma unidade a cada casa deslocada para a direita.

3) ESTRUTURA DOS SISTEMAS NUMÉRICOS POSICIONAIS:

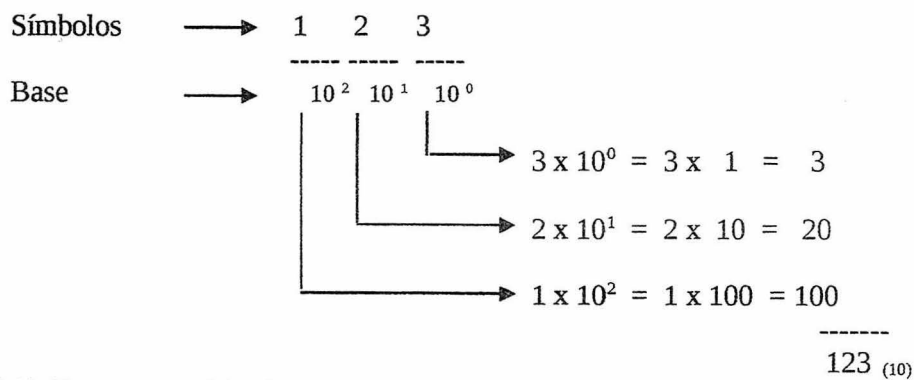
3.1) Sistema numérico decimal.

Qtde. de símbolos = 10

Base = 10

Estrutura :

Quando representamos 123 unidades, na base 10, simplesmente escrevemos 123, porém se observamos a estrutura do número temos:



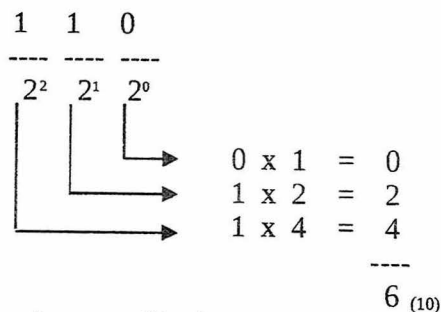
3.2) Sistema numérico binário:

Qtde. de símbolos: 2 (0 e 1)

Base = 2.

Esse sistema numérico é o único viável em um computador digital.





















Estrutura :














Essa estrutura pode ser utilizada para transformar em decimal, qualquer valor representado, em qualquer sistema numérico posicional, independentemente de sua base. O valor entre parênteses, à direita do número, indica a base utilizada.

3.3) Sistema numérico Maia

Símbolos e valores absolutos:

0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19
				

Símbolos e valores relativos:

					
20	21	22	23	24	25
					
26	27	28	29	30	

4) CONVERSÕES ENTRE BASES:

4.1) Qualquer base para decimal:

Multiplicando cada símbolo do número a converter, pela base do sistema, elevada ao expoente correspondente e somando-se os produtos obtidos temos o valor correspondente em decimal.

4.2) Decimal para qualquer base:

Divide-se o número decimal e sucessivamente os quocientes obtidos, pelo valor da base do sistema alvo, até obter o quociente zero.

Tomando-se os restos das divisões da direita para a esquerda temos o valor equivalente ao decimal na base desejada, como descrito acima.

Exemplo: Converter $26_{(10)}$ para hexadecimal:

$$\begin{array}{r}
 26 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 -16 \quad \quad 1 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 10(A) \quad -0 \quad 0 \\
 \quad \quad \quad 1
 \end{array}
 \longrightarrow 26_{(10)} = 1A_{(16)}$$

4.3) Hexadecimal para binário:

Substitui-se cada símbolo hexadecimal por 4 símbolos binários, conforme a tabela :

HEXA	BINÁRIO
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A (10)	1010
B (11)	1011
C (12)	1100
D (13)	1101
E (14)	1110
F (15)	1111

Um bom método para essa conversão é utilizar a estrutura do sistema binário, colocando em "1" cada posição que, multiplicada pela base elevada ao expoente, até que a soma desses produtos resulte no valor de cada símbolo hexadecimal.

Exemplo: Converter o valor $C7_{(16)}$ para binário:

$$C7_{(16)} = 11000111_{(2)} \longrightarrow 1100_{(2)} = C_{(16)} = 12_{(10)} ; 0111_{(2)} = 7_{(10)}$$

4.4) Binário para hexadecimal:

Procedimento inverso ao anterior. Agrupam-se os dígitos binários de 4 em 4, da direita para a esquerda. Substituindo cada grupo de 4 dígitos binários por seu correspondente em hexadecimal.

Exemplo: $10100101_{(2)} = A5_{(16)}$

$1010 = A$ e $0101 = 5$

4.5) Octal para binário:

Substitui-se cada dígito octal por 3 dígitos binários correspondentes:

OCTAL	BINÁRIO
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Lembrando que $101_{(2)}$ resulta em 5; vindo de $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

4.6) Binário para octal:

Agrupam-se os dígitos binários de 3 em 3, da direita para a esquerda e substitui-se cada grupo de 3 dígitos binários pelo correspondente símbolo octal.

4.7) Octal para hexadecimal:

O procedimento é feito em 2 etapas :

- Converte-se o octal em binário
- Converte-se o binário em hexadecimal.

4.8) Hexadecimal para octal:

O procedimento é feito em 2 etapas:

- Converte-se o hexadecimal em binário
- Converte-se o binário em octal

Exercícios propostos:

Converter para as bases indicadas.

$$a) 1100101011010_{(2)} = \quad (8) = \quad (10) = \quad (16)$$

$$a) 4673_{(8)} = \quad (2) = \quad (10) = \quad (16)$$

$$b) AC9E_{(16)} = \quad (8) = \quad (10) = \quad (2)$$

5) OPERAÇÕES ARITMÉTICAS EM SISTEMAS NUMÉRICOS POSICIONAIS:

As regras utilizadas para operações aritméticas com sistemas numéricos posicionais aplicam-se a qualquer base utilizada, devendo-se observar que a única diferença refere-se ao valor da base em uso.

5.1) Adição:

Procede-se somando os símbolos de cada coluna, da direita para a esquerda. Uma vez encontrado o resultado, se o mesmo for inferior ao valor da base utilizada, colocamos o resultado na própria coluna. Se o resultado for igual ou superior ao valor da base em uso, verificamos quantas vezes a base pode ser extraída desse resultado (Dividindo-se o resultado pela base utilizada, expresso em decimal, o quociente da divisão indica essa quantidade). Essa quantidade é transportada para a coluna imediatamente à esquerda e o restante (resto da divisão) é colocado na própria coluna.

$$\begin{array}{r} \text{ex.:} \quad 1 \ 1 \\ \quad 1 \ 1 \\ + \quad 1 \ 1_{(2)} \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 1_{(2)} \end{array}$$

- Na coluna mais à direita temos: $1 + 1 + 1 = 3_{(10)}$.
- Dividindo-se 3 por 2 temos o quociente = 1 e o resto = 1.
- Colocando os valores nas colunas, como indicado acima, temos:

$$\begin{array}{r} 1 \longrightarrow \text{quociente da divisão.} \\ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \\ - 1 \ 1_{(2)} \\ \hline 1 \longrightarrow \text{resto da 1ª. divisão} \end{array}$$

- Prosseguindo a soma na segunda coluna à esquerda temos: $1 + 1 + 1 + 1 = 4$
- Dividindo-se 4 por 2 (base em uso) temos o quociente = 2 e resto = 0.
- Colocando-se o quociente na coluna à esquerda e o resto na própria coluna, temos:

$$\begin{array}{r}
 21 \longrightarrow \text{quocientes das divisões.} \\
 11 \\
 11 \\
 \hline 11_{(2)} \\
 01 \longrightarrow \text{resto da 2ª. divisão}
 \end{array}$$

g) Prosseguindo a soma na terceira coluna à esquerda temos: $2 + 0 + 0 + 0 = 2$

h) Dividindo-se 2 por 2 (base em uso) temos o quociente = 1 e resto = 0.

$$\begin{array}{r}
 121 \longrightarrow \text{quocientes das divisões.} \\
 11 \\
 11 \\
 \hline 11_{(2)} \\
 001 \longrightarrow \text{resto da 3ª. divisão}
 \end{array}$$

i) Prosseguindo a soma na quarta coluna à esquerda temos: $1 + 0 + 0 + 0 = 1$

j) Como a soma da coluna é inferior à base 2, colocamos o resultado na própria coluna, obtendo o resultado da adição:

$$\begin{array}{r}
 121 \longrightarrow \text{quocientes das divisões.} \\
 11 \\
 11 \\
 \hline 11_{(2)} \\
 \hline 1001 \longrightarrow \text{resto da 3ª. divisão}
 \end{array}$$

k) Portanto temos que $11_{(2)} + 11_{(2)} + 11_{(2)} = 1001_{(2)}$

Esse procedimento resolve adições em qualquer base, devendo-se observar que o divisor utilizado deve ser o valor da base em uso.

5.2) Multiplicação:

Na multiplicação usa-se o mesmo método de extração da base.

$$\begin{array}{r}
 \text{Ex.:} \quad 1F \\
 \times E_{(16)} \\
 \hline
 \end{array}$$

- Multiplicando $E \times F_{(16)} = 14 \times 15_{(10)} = 210_{(10)}$
- Dividindo 210 por 16 (base em uso), temos quociente igual a 13 (D) e resto igual a 2.
- Deslocando o quociente (D) para a coluna à esquerda e mantendo o resto (2) na própria coluna temos:

$$\begin{array}{r}
 D \\
 1F \\
 \times E_{(16)} \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

- d) Multiplicando E por 1 e somando o transporte (D) temos $E \times 1 + D = 27_{(10)}$
 e) Dividindo 27 por 16 (base) temos quociente igual a 1 e resto igual a $11_{(10)}$ (B).

$$\begin{array}{r} 1 \text{ D} \longrightarrow \text{quocientes das divisões.} \\ 0 \text{ 1 F} \\ \underline{\times \text{ E}_{(16)}} \\ \text{B 2} \end{array}$$

- f) Multiplicando E por 0 e somando 1 temos: $E \times 0 + 1 = 14_{(10)} \times 0 + 1 = 1_{(10)} = 1_{(16)}$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ D} \longrightarrow \text{quocientes das divisões.} \\ 0 \text{ 1 F} \\ \underline{\times \text{ E}_{(16)}} \\ 1 \text{ B } 2_{(16)} \end{array}$$

5.3) Subtração.

Sempre que o subtraendo for menor ou igual ao minuendo calculamos a diferença entre ambos, utilizando apenas os símbolos da própria coluna. Quando o subtraendo for maior que o minuendo, pedimos 1 “emprestado” à coluna imediatamente à esquerda e aumentamos o valor do minuendo o correspondente a uma vez à base utilizada.

Ex.:
$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad \text{D} \\ - 2 \quad 1 \quad \text{F}_{(16)} \\ \hline 0 \quad \text{E} \quad \text{E}_{(16)} \end{array}$$

- a) Como não podemos subtrair F ($15_{(10)}$) de D ($13_{(10)}$), pedimos 1 para a casa imediatamente à esquerda. Como essa casa possui 0, pedimos 1 para a casa mais à esquerda (3) que é subtraída de 1, e aumentamos uma base (16) na casa à sua direita (0). Portanto teremos:

$$\begin{array}{r} \quad \quad 2 \quad +16 \\ \nearrow \quad \nearrow \\ 3 \quad 0 \quad \text{D} \\ - 2 \quad 1 \quad \text{F}_{(16)} \\ \hline \end{array}$$

- b) Como agora a casa à esquerda da primeira à direita, possui 16 ($0 + 16_{(10)}$), esta pode emprestar um para a casa à sua direita (ficando com F ou $15_{(10)}$), sendo então a casa mais à direita aumentada de uma base, $13_{(10)}$ (D) + 16 = $29_{(10)}$. Portanto teremos:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 29_{(10)} \\ \nearrow \\ 2 \quad \text{F} \quad \text{D} \\ \quad \quad +16(\text{uma base}) \end{array}$$

c) Agora podemos prosseguir a subtração:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ F } (29_{(10)}) \\ - 2 \text{ 1 F } (16) \\ \hline 0 \text{ E E} \end{array}$$

6) Exercícios propostos:

a)
$$\begin{array}{r} \text{FD9F} \\ + \text{8FB9}_{(16)} \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \text{E9C} \\ \times \text{D9}_{(16)} \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \text{C00E} \\ - \text{D8F}_{(16)} \\ \hline \end{array}$$

d) $1024_{(10)} = \quad (16) = \quad (2)$