# TRƯỜNG CNTT & TRUYỀN THÔNG KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH

# MẠNG NƠ-RON NHÂN TẠO ARTIFICIAL NEURAL NETWORK

🖎 Giáo viên giảng dạy:

TS. TRẦN NGUYỄN MINH THƯ

tnmthu@cit.ctu.edu.vn

### Giới thiệu

Mạng nơ-ron nhân tạo (Artificial neural network - ANN)

- Mô hình hoá hoạt động của hệ thần kinh con người
- Được nghiên cứu lần đầu vào năm 1943 (McCulloch và Pitts, 1943)
- Perceptron: thế hệ đầu tiên của mạng nơ-ron (Rosenblatt, 1958)
  - Mô phỏng quá trình hoạt động của thị giác con người

### Giới thiệu

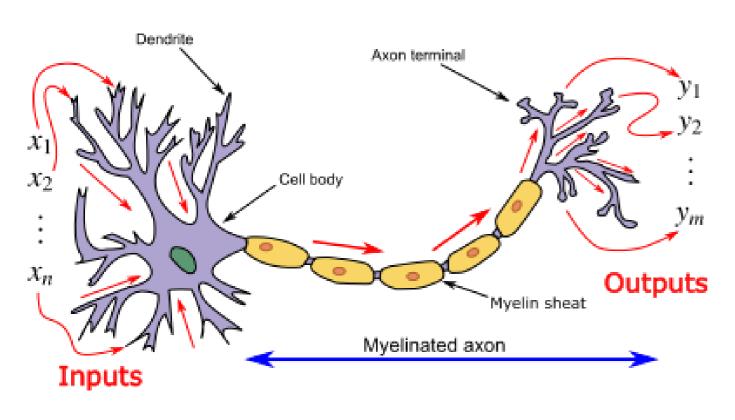
#### Lịch sử

- 1943, McCulloch & Pitts đưa ra mô hình nơ-ron đầu tiên
- 1982, Mô hình mạng nơ-ron hồi tiếp của Hopfield
- 1984, Mạng nơ-ron Kohonen hay còn gọi là Bản đồ tự tổ chức (SOM)
- 1985, Mạng nơ-ron đa tầng (MLP)

#### Mô hình mạng nơ-ron khác

Mạng nơ-ron tích chập (Convolutional NN) của Yan LeCun.

### Giới thiệu nơ ron sinh học

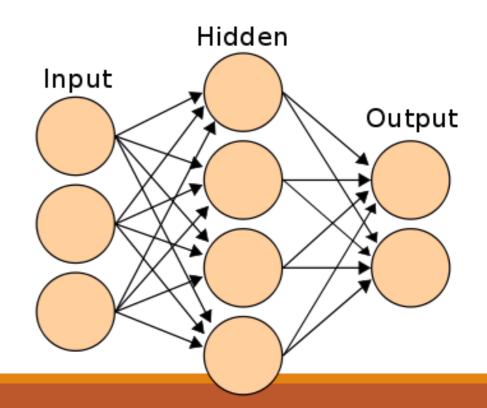


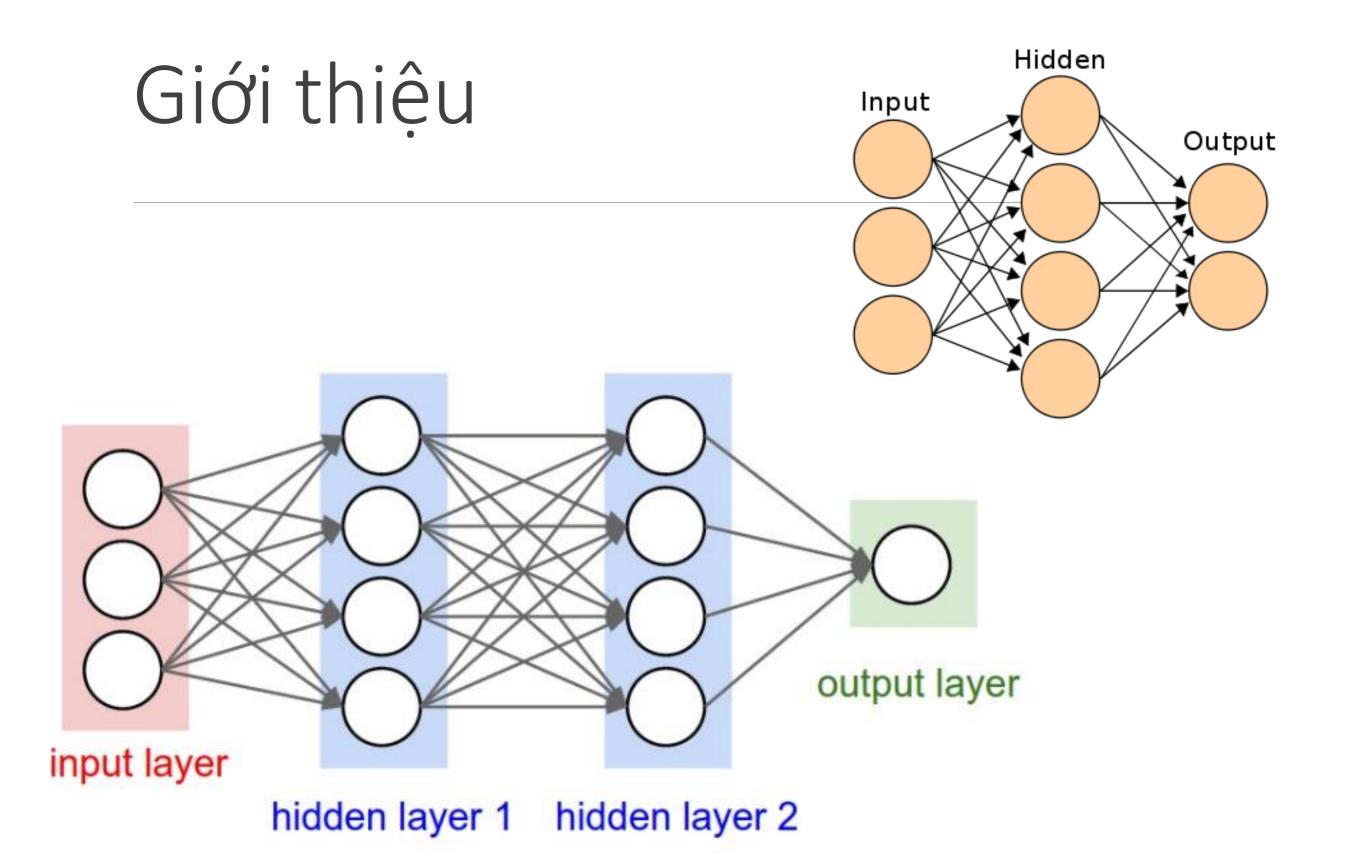
- Thân nơ-ron với nhân bên trong (gọi là soma), là nơi tiếp nhận hay phát ra các xung động thần kinh.
- Một hệ thống dạng cây các dây thần kinh vào (gọi là dendrite) để đưa tín hiệu tới nhân nơ-ron
- Dầu dây thần kinh ra (gọi là sợi trục axon) phân nhánh dạng hình cây. Chúng nối với các dây thần kinh vào hoặc trực tiếp với nhân tế bào của các nơ-ron khác thông qua các khớp nối (gọi là synapse. Có hai loại khớp nối, khớp nối kích thích (excitatory) sẽ cho tín hiệu qua nó để tới nơ-ron còn khớp nối ức chế (inhibitory) có tác dụng làm cản tín hiệu tới nơ-ron.

### Giới thiệu

Mạng nơ-ron nhân tạo hay thường gọi ngắn gọn là mạng nơ-ron là một mô hình toán học hay mô hình tính toán được xây dựng dựa trên các mạng nơ-ron sinh học. Nó gồm có một nhóm các nơ-ron nhân tạo (nút) nối với nhau, và xử lý thông tin bằng cách truyền theo các kết nối và tính giá trị mới tại các nút (cách tiếp cận connectionism đối với tính toán).

Trong nhiều trường hợp, mạng nơ-ron nhân tạo là một hệ thống thích ứng (adaptive system) tự thay đổi cấu trúc của mình dựa trên các thông tin bên ngoài hay bên trong chảy qua mạng trong quá trình học.

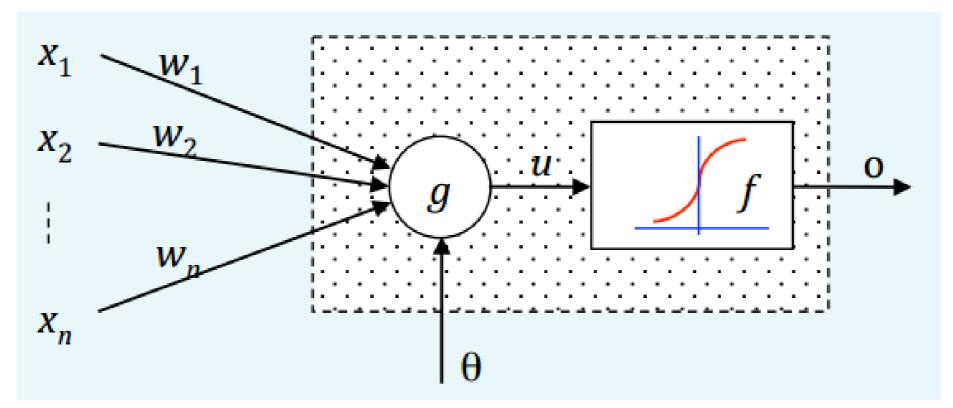




### Mô hình nơ-ron (Warren MuCulloch & Walter Pitts)

Nơ-ron: đơn vị tính toán cơ bản/đơn vị của tất cả các mạng nơ-ron:

- n đầu vào, 1 tham số, 1 đầu ra
- Hàm mạng/hàm kết hợp
- Hàm kích hoạt/hàm truyền



w<sub>i</sub>: trọng số

θ: ngưỡng (threshold), độ lệch (bias)

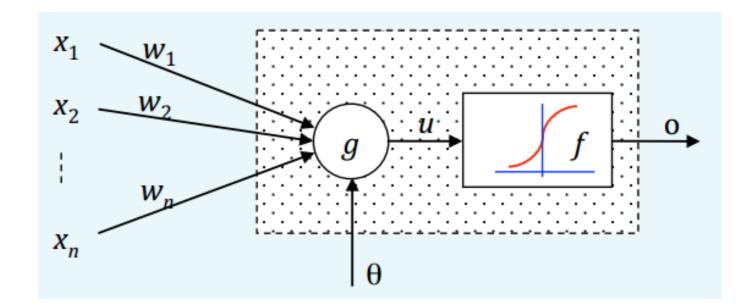
### Mô hình nơ-ron McCulloch & Pitts

Nơ-ron: đơn vị tính toán cơ bản/đơn vị của tất cả các mạng nơ-ron:

- n đầu vào, 1 tham số, 1 đầu ra
- Hàm mạng/hàm kết hợp

$$u = g(x) = \theta + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

- Hàm kích hoạt/hàm truyền



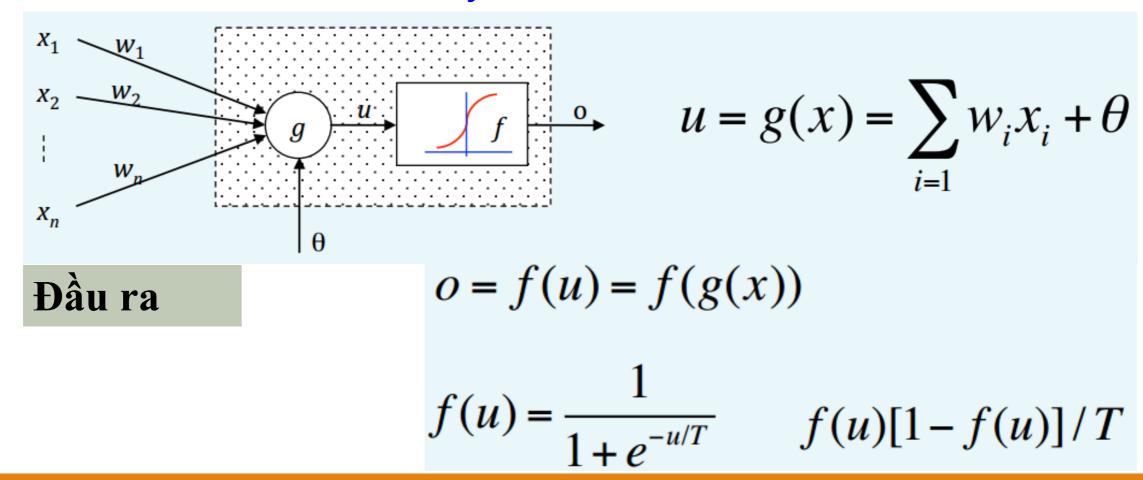
w<sub>i</sub>: trọng số

θ: ngưỡng (threshold), độ lệch (bias)

### Mô hình nơ-ron McCulloch & Pitts

Nơ-ron: đơn vị tính toán cơ bản/đơn vị của tất cả các mạng nơ-ron:

- n đầu vào, 1 tham số, 1 đầu ra
- Hàm mạng/hàm kết hợp
- Hàm kích hoạt/hàm truyền

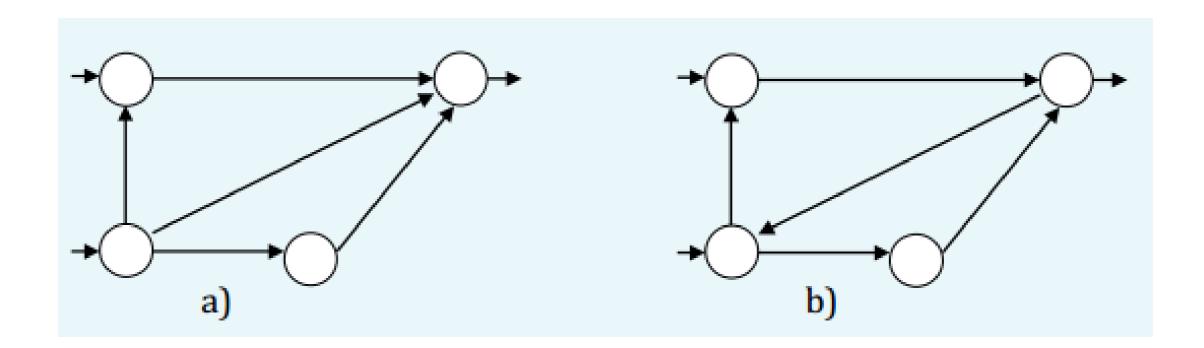


### Hàm kích hoạt/ hàm truyền

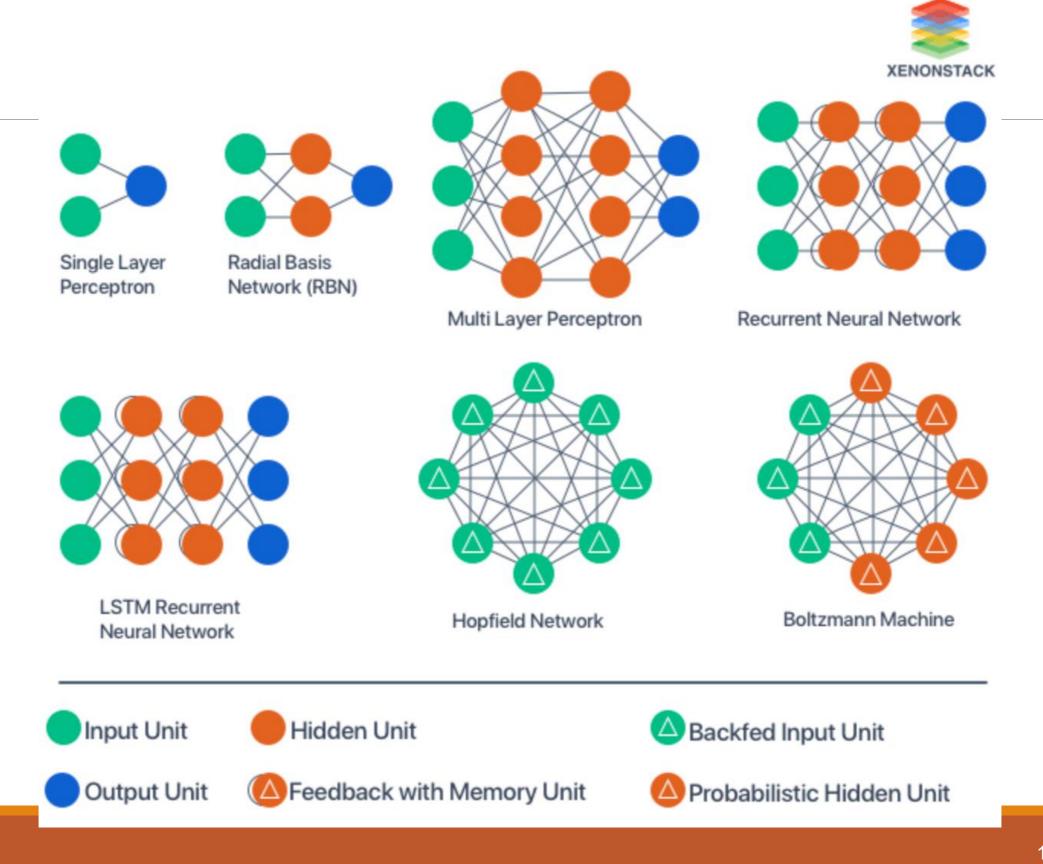
Activation function	Equation	Example	1D Graph
Unit step (Heaviside)	$\phi(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ 0.5, & z = 0, \\ 1, & z > 0, \end{cases}$	Perceptron variant	
Sign (Signum)	$\phi(z) = \begin{cases} -1, & z < 0, \\ 0, & z = 0, \\ 1, & z > 0, \end{cases}$	Perceptron variant	
Linear	$\phi(z)=z$	Adaline, linear regression	
Piece-wise linear	$\phi(z) = \begin{cases} 1, & z \ge \frac{1}{2}, \\ z + \frac{1}{2}, & -\frac{1}{2} < z < \frac{1}{2}, \\ 0, & z \le -\frac{1}{2}, \end{cases}$	Support vector machine	
Logistic (sigmoid)	$\phi(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$	Logistic regression, Multi-layer NN	
Hyperbolic tangent	$\phi(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$	Multi-layer NN	

# Kiến trúc mạng

- ➤ Mạng truyền thẳng (forward)
- ➤ Mạng hồi tiếp (feedback)



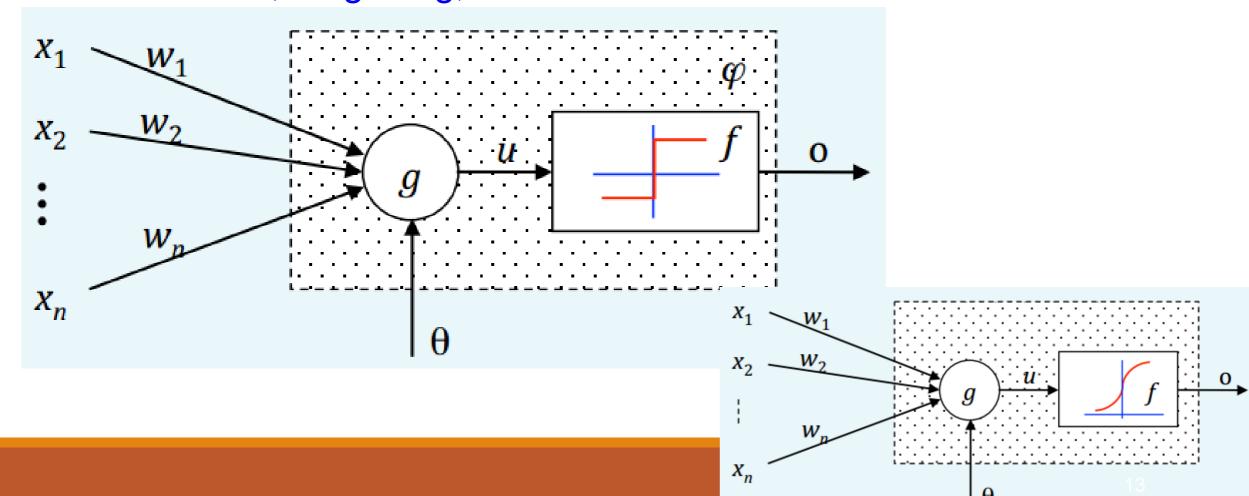
### Kiến trúc mạng



### Mô hình perceptron

#### Mô hình perceptron

- Do Rosenblatt đề xuất năm 1958
- Tương tự như mô hình nơ-ron của McCulloch&Pitts
- Perceptron tuyến tính có ngưỡng
  - n đầu vào, 1 ngưỡng, 1 đầu ra

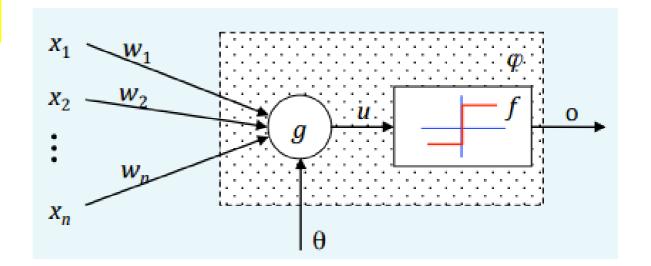


### Mô hình perceptron

#### Perceptron tuyến tính có ngưỡng

- n đầu vào, 1 ngưỡng, 1 đầu ra
- Hàm mạng tuyến tính

$$u = g(x) = \theta + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$



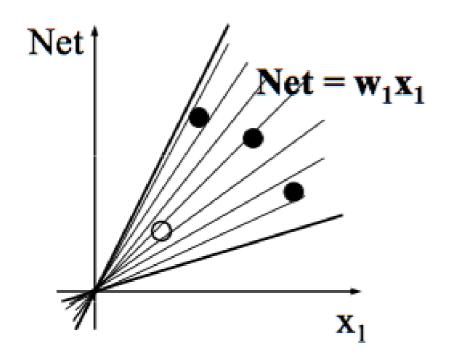
Hàm kích hoạt là hàm ngưỡng

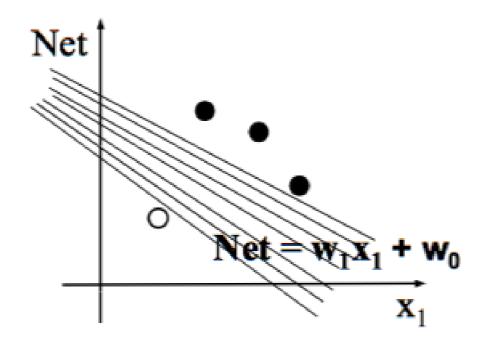
$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ 0 & g(x) < 0 \end{cases}$$

$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ -1 & g(x) < 0 \end{cases}$$

# Ý nghĩa của giá trị theta

$$u = g(x) = \theta + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$



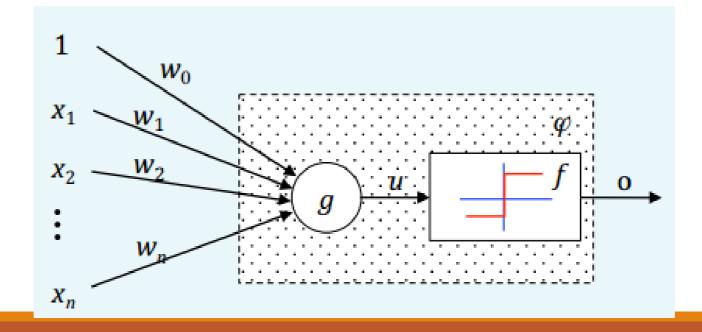


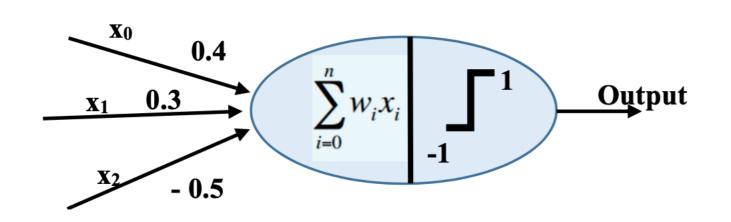
### Mô hình perceptron

#### Perceptron tuyến tính không ngưỡng

- on +1 đầu vào, 1 đầu ra
- Đầu vào giả  $x_0$  luôn có giá trị 1,  $w_0 = \theta$
- Hàm mạng tuyến tính

$$u = g(x) = \sum_{i=0}^{n} w_i x_i$$





$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ 0 & g(x) < 0 \end{cases}$$

$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ -1 & g(x) < 0 \end{cases}$$

Anh/chị hãy sử dụng "perceptron" vừa cho để dự đoán nhãn (có giải thích kết quả dự đoán) cho 2 phần tử mới tới có thông tin  $X_1$  và  $X_2$  cho trong bảng bên dưới.

STT	X1	X2	Lớp
1.	2	-1	?
2.	2.5	4.5	?

- Huấn luyện Dạy cho perceptron
  - Tìm kiếm n+1 tham số:  $w_0, w_1, w_2, ..., w_n$  sao cho đầu ra của nơ-ron phù hợp với giá trị mong muốn của tất cả dữ liệu học nhất.

#### ►Dữ liệu đầu vào:

- Tập các mẫu huấn luyện
- Mỗi mấu huấn luyện gồm: véc-tơ đặc trưng x và nhãn y.

#### ►Tham số:

Tốc độ học: η (đọc là eta)

### ≻Về mặt hình học:

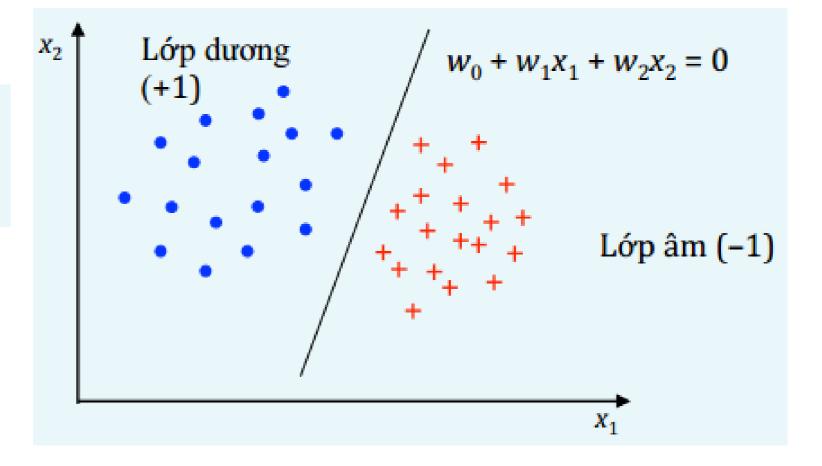
 Tìm siêu phẳng tách dữ liệu thành 2 lớp sao cho mỗi lớp về 1 phía của siêu phẳng này.

### Mô hình perceptron

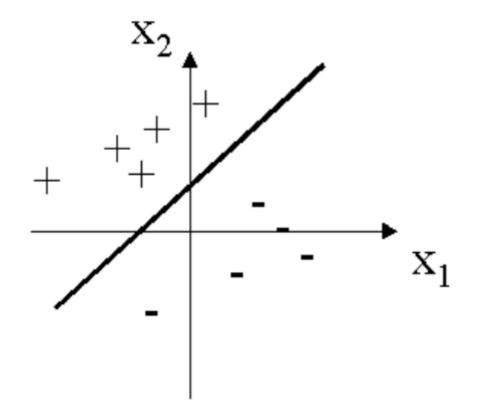
#### Ý nghĩa hình học

 Phương trình u = g(x) = 0 là phương trình của 1 siêu phẳng trong không gian n chiều.

$$u = g(x) = \sum_{i=0}^{n} w_i x_i = 0$$



# Dữ liệu khả tách tuyến tính?



**Linearly Separable** 

+ + - - X<sub>1</sub>
- + + + + + + + +

**Not Linearly Separable** 

#### Trường hợp dữ liệu khả tách tuyến tính

- Khởi tạo ngẫu nhiên các trọng số w<sub>i</sub>
- Đưa từng mẫu học qua perceptron và quan sát giá trị đầu ra
- Nếu giá trị đầu ra khác với giá trị mong muốn, cập nhật lại các trọng số theo công thức:

$$w_j = w_j + \eta \cdot (y_i - o_i) \cdot x_{ij}, \forall j = 0..n$$

- •Nếu giá trị **output bằng giá trị mong muốn:** trọng số không thay đổi do y-o =0
- •Nếu giá trị output nhỏ hơn giá trị mong muốn: các trọng số sẽ được tăng một lượng tỉ lệ thuận với thành phần x<sub>i</sub> của vectơ đặc trưng đang xét
- Nếu giá trị output lớn hơn giá trị mong muốn: các trọng số sẽ giảm đi một lượng tỉ lệ thuận với đầu vào

<b>x1</b>	<b>x2</b>	Υ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Đầu vào: x1, x2

Đầu ra: y – có 2 giá trị 0-1, sử dụng hàm kích hoạt ngưỡng {0,1}

Hàm mạng

$$\varphi(x_i) = g(x_i) = \sum_{j=0}^n w_j.x_{ij}$$

Thiết kế perceptron cho dữ Hàm kích hoạt hay hàm ngưỡng liệu trong bảng

Với các trọng số w0 = -0.2,

w1 = 0.5, w2 = 0.5

Tốc độ học: eta = 0.15

$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ 0 & g(x) < 0 \end{cases}$$

<b>x1</b>	<b>x2</b>	Υ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Đầu vào: x1, x2

Đầu ra: y - có 2 giá trị 0-1,

sử dụng hàm kích hoạt ngưỡng {0,1}

### Xác định dữ liệu có khả tách tuyến tính?

Cập nhật lại các giá trị w khi giá trị đầu ra khác với giá trị mong muốn

$$w_j = w_j + \eta \cdot (y_i - o_i) \cdot x_{ij}, \forall j = 0..n$$

<b>x1</b>	x2	Υ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Lần lặp 1:

Xáo trộn thứ tự tập huấn luyện: 1,3,4,2 Xét phần tử 1 có vector đặc trưng (0,0) –

$$\varphi(x_i) = g(x_i) = \sum_{j=0}^{n} w_j.x_{ij}$$

$$U_1 = W_0 + ...$$

<b>x1</b>	x2	Υ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

#### Lần lặp 1:

Xáo trộn thứ tự tập huấn luyện: 1,3,4,2 Xét phần tử 1 có vector đặc trưng (0,0) –

y1=0  
Hàm mạng 
$$\varphi(x_i) = g(x_i) = \sum_{j=0}^n w_j.x_{ij}$$

$$U_1 = w_0 + w_1 * x_1 + w_2 * x_2 = -0.2 + 0.5 * 0 + 0.5 * 0 = -0.2$$
  
 $0.5 * 0 = -0.2$   
Do  $U_1 < 0 = 0$  output = 0  
Giống với đầu ra thực tế =  $0$  giữ nguyên

<b>x1</b>	<b>x2</b>	Υ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

#### Lần lặp 1:

Xáo trộn thứ tự tập huấn luyện: 1,3,4,2

Xét phần tử 3 có vector đặc trưng (1,0) – y3 = 0

Hàm mạng 
$$\varphi(x_i) = g(x_i) = \sum_{j=0}^{n} w_j.x_{ij}$$

$$U_1 = w_0 + w_1^* x_1 + w_2^* x_2 = -0.2 + 0.5^* 1 + 0.5^* 0 = 0.3$$

Do 
$$U_1>0 => output = 1$$

Khác với đầu ra thực tế (y3=0)=> cập nhật lại trọng số

$$W_0 = W_0 + 0.15 * (0-1)*1=-0.2 - 0.15 = -0.35$$
  
 $W_1 = W_1 + 0.15 * (0-1)*1= 0.5 - 0.15 = 0.35$   
 $W_2 = W_2 + 0.15 * (0-1)*0= 0.5 + 0 = 0.5$ 

$$w_j = w_j + \eta \cdot (y_i - o_i) \cdot x_{ij}, \forall j = 0..n$$

#### Trường hợp dữ liệu không khả tách tuyến tính

- Cố gắng tìm một siêu phẳng "tốt" nhất
  - Tốt = lỗi (trên tập học) nhỏ nhất có thể
- Định nghĩa hàm lỗi E(w) theo các trọng số w<sub>j</sub> trên tất cả các phần tử của tập học:

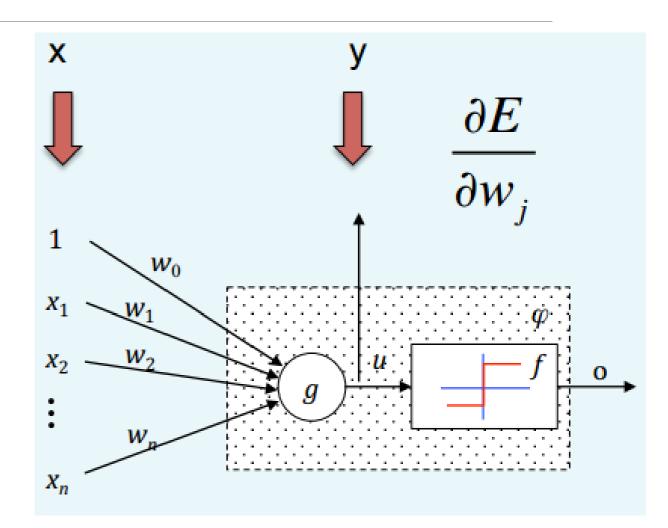
$$E(w) \circ E(w_0, w_1, ..., w_n) = \frac{1}{2} \frac{m}{i=1} (y^{(i)} - g(x^{(i)}))^2$$

Bài toán huấn luyện trở thành tìm w sao cho E(w) nhỏ nhất

#### Chú ý:

 Hàm kích hoạt trong trường hợp này được thay bằng hàm tuyến tính f(u) = u hay:

$$\varphi(x_i) = g(x_i) = \sum_{j=0}^n w_j.x_{ij}$$



## Ta tối ưu E(w) bằng phương pháp gradient descent

$$o = f(u) = f(g(x)) = \begin{cases} 1 & g(x) \ge 0 \\ 0 & g(x) < 0 \end{cases}$$

### Ta tối ưu E(w) bằng phương pháp gradient descent

#### Giải thuật:

- Khởi động ngẫu nhiên w
- Lặp cho đến khi điều kiện dừng thoả mãn:

• 
$$w = w - \eta \Delta E(w)$$
  
=  $w + \Delta w$  (Với  $\Delta w = -\eta \Delta E(w)$ )

#### Gradient của E(w):

$$\frac{\partial E}{\partial w_j} = -\sum_{i=1}^m (y_i - g(x_i)).x_{ij}$$

$$\nabla E(w) = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial w_0} \\ \frac{\partial E}{\partial w_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial E}{\partial w_n} \end{pmatrix}$$

- Trường hợp không khả tách
  - \* Giảm gradient ngẫu nhiên
    - ★ Thay đổi luật cập nhật w<sub>j</sub> (luật Delta)
    - 1. Chọn ngẫu nhiên 1 phần tử  $x^{(i)}$  và cập nhật  $w_i$ :

$$w_{j} = w_{j} - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{j}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = -(y^{(i)} - g(x^{(i)})).x_{j}^{(i)}$$

2. Lặp lại bước 1 cho đến khi hội tụ

$$\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = \frac{\partial}{\partial w_{j}} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} (y_{i} - \varphi(x_{i}))^{2} \right) 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \left\{ \frac{\partial}{\partial w_{j}} (y_{i} - \varphi(x_{i}))^{2} \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \left\{ 2(y_{i} - \varphi(x_{i})) \cdot \frac{\partial}{\partial w_{j}} (y_{i} - \varphi(x_{i})) \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \left\{ 2(y_{i} - \varphi(x_{i})) \cdot \frac{\partial}{\partial w_{j}} (-\varphi(x_{i})) \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = \sum_{i=1}^{m} \left\{ (y_{i} - \varphi(x_{i})) \cdot \frac{\partial}{\partial w_{j}} (f(g(x_{i}))) \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = -\sum_{i=1}^{m} \left\{ (y_{i} - \varphi(x_{i})) \cdot \frac{\partial f(g(x_{i}))}{\partial g(x_{i})} \cdot \frac{\partial g(x_{i})}{\partial w_{j}} \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = -\sum_{i=1}^{m} \left\{ (y_{i} - g(x_{i})) \cdot f'(g(x_{i})) \cdot \frac{\partial}{\partial w_{j}} \left(\sum_{k=0}^{n} w_{k} \cdot x_{ik} \right) \right\} 
\frac{\partial E}{\partial w_{j}} = -\sum_{i=1}^{m} \left\{ (y_{i} - g(x_{i})) \cdot f'(g(x_{i})) \cdot \frac{\partial}{\partial w_{j}} \left(\sum_{k=0}^{n} w_{k} \cdot x_{ik} \right) \right\}$$
(2.14)

ong đó, f' là đạo hàm cấp 1 của f theo g.

$$\frac{\partial E}{\partial w_j} = -\sum_{i=1}^m \left\{ (y_i - g(x_i)) \cdot f'(g(x_i)) \cdot x_{ij} \right\}$$

trong đó, f' là đạo hàm cấp 1 của f theo g.

Từ đây ta có thể suy ra:

$$\Delta w_{j} = \eta \cdot \sum_{i=1}^{m} \left\{ (y_{i} - g(x_{i})) \cdot f'(x_{i}) \cdot x_{ij} \right\}$$
 (2.15)

Vì hàm kích hoạt f là hàm tuyến tính f(u) = u, ta có f'(u) = df | du = 1. Lượng cập nhật cho trọng số  $w_j$  là:

$$\Delta w_{j} = \eta \cdot \sum_{i=1}^{m} \left\{ \left( y_{i} - g(x_{i}) \right) \cdot x_{ij} \right\}$$
 (2.16)

#### Luật cập nhật w:

 Luật gradient chuẩn: cập nhật sau khi xem xét tất cả các phần tử của tập học, cộng dồn Δw

 Luật Delta: cập nhật sau khi xét mỗi phần tử của tập học

### Luật cập nhật w:

 Luật gradient chuẩn: cập nhật sau khi xem xét tất cả các phần tử của tập học, cộng dồn Δw

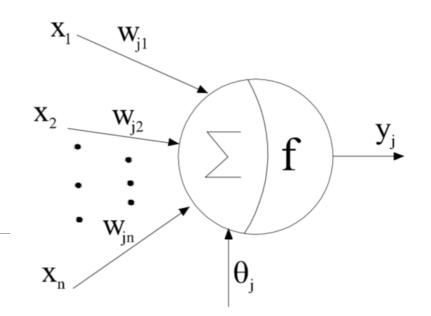
```
Tập mẫu huấn luyện X = \{(x_i, y_i)\}_{i=1,m} với x_i \in \mathbb{R}^n và y_i \in \{1, -1\}
Đầu vào:
       Tốc độ học: η
       Dung sai: ε (lỗi lớn nhất có thể chấp nhận được)
Giải thuật:
       Khởi tạo ngẫu nhiên các trọng số w_i, \forall i = 0..n
       repeat
               E = 0
               for j = 0 to n do
                        \Delta w_i = 0
               end for
               Xáo trộn ngẫu nhiên tập mẫu huấn luyện X
               for i = 1 to m do
                       E = E + (y_i - \varphi(x_i))^2
                     // Tích lũy lượng cần cập nhật \Delta w_i cho w_i
                       for j = 0 to n do
                                \Delta w_i = \Delta w_i + \eta \cdot (y_i - \varphi(x_i)) \cdot x_i
                       end for
               end for
               // Cập nhật trọng số wi
               for j = 0 to n do
                        w_i = w_i + \Delta w_i
               end for
       until E < \varepsilon
```

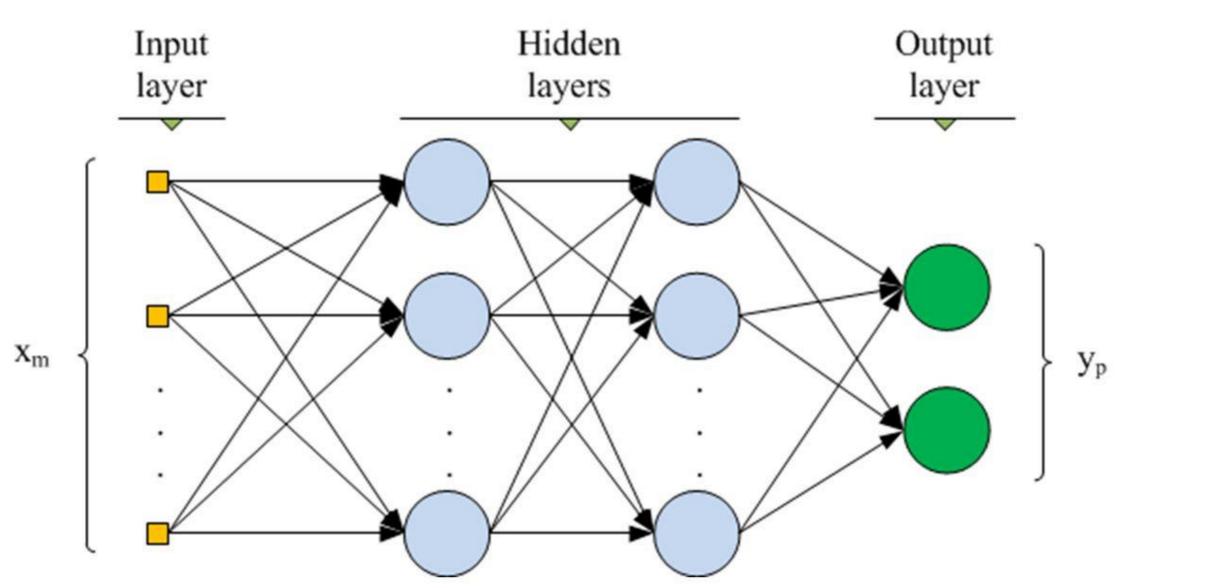
### Luật cập nhật w:

 Luật Delta: cập nhật sau khi xét mỗi phần tử của tập học

```
Đầu vào:
         Tập mẫu huấn luyện X = \{(x_i, y_i)\}_{i=1,m} với x_i \in \mathbb{R}^n và y_i \in \{1, -1\}
        Tốc độ học: η
        Dung sai: ε (lỗi lớn nhất có thể chấp nhận được)
Giải thuật:
      Khởi tạo ngẫu nhiên các trọng số w_i, \forall i = 0...n
      repeat
              Xáo trộn ngẫu nhiên tập mẫu huấn luyện X
              for i = 1 to m do
                      E = E + (y_i - \varphi(x_i))^2
                      // Cập nhật w,
                      for j = 0 to n do
                               w_i = w_i + \eta \cdot (y_i - \varphi(x_i)) \cdot x_i
                      end for
            end for
    until E < \varepsilon
```

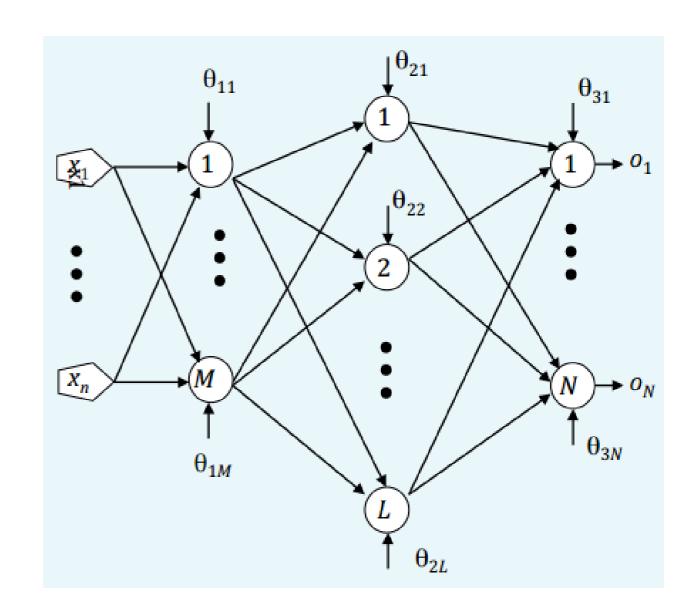
# Mạng Nơron đa tầng





### Mạng nơ-ron đa tầng

- Mạng nơ-ron truyền thẳng
- No'-ron:
  - hàm mạng tuyến tính,
  - hàm kích hoạt phi tuyến, liên tục và khả vi (có thể lấy vi phân được)
    - Sigmoid
    - Hyperpolic tangent

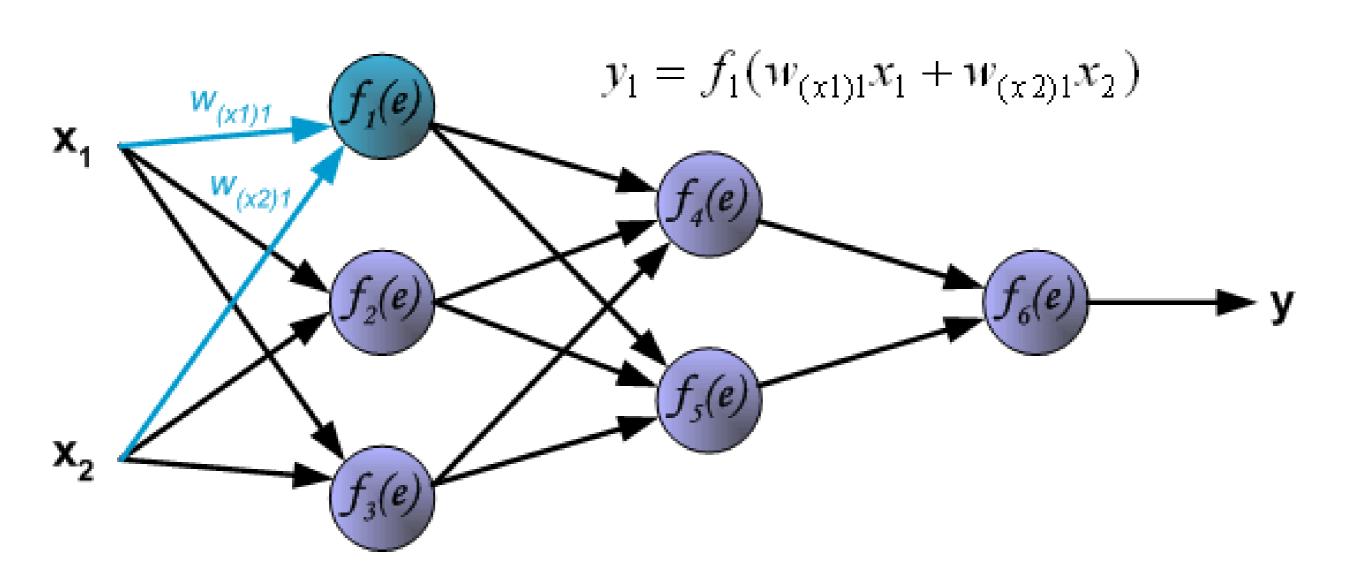


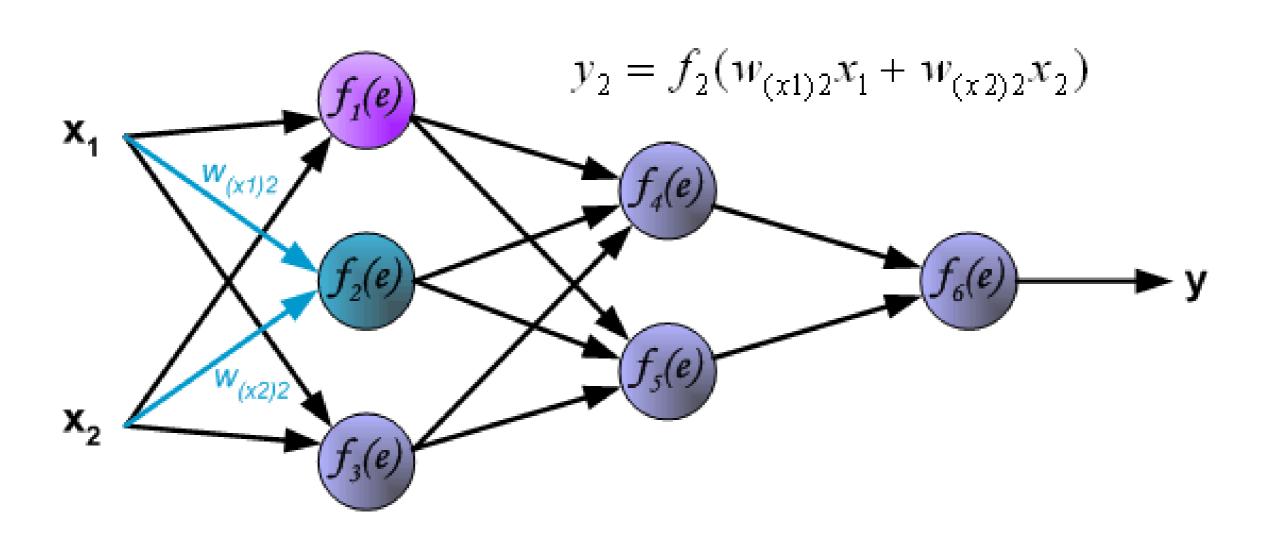
# Mạng nơ-ron đa tầng (MLP)

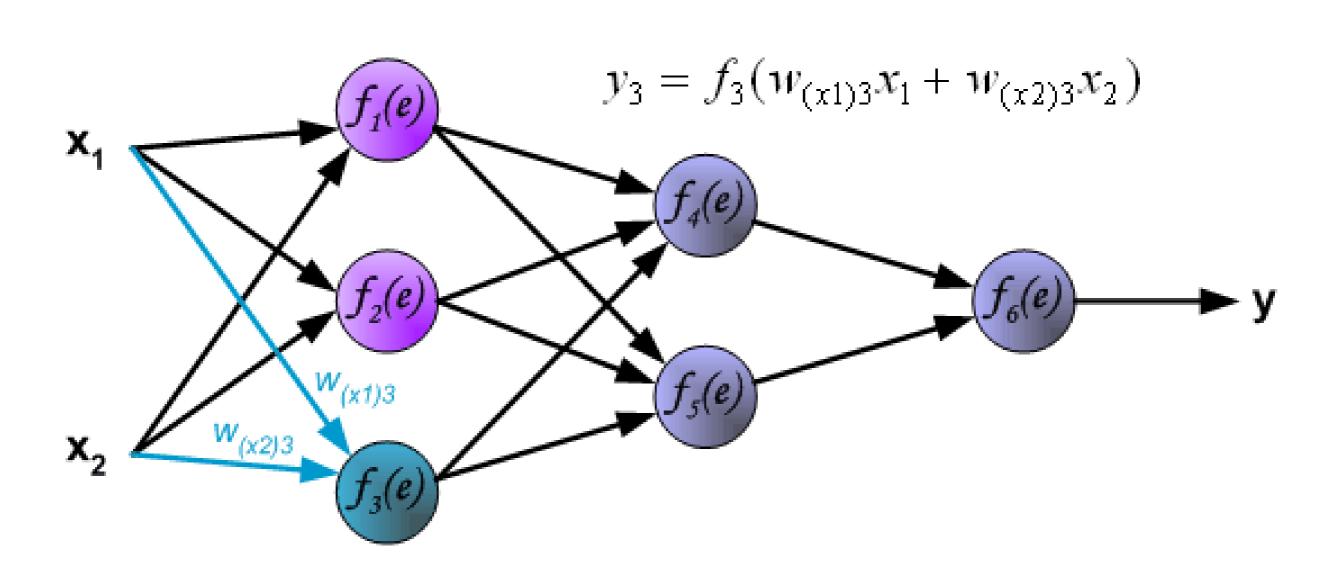
- Giải thuật GD được sử dụng
- Tuy nhiên việc tính toán Gradient của hàm mục tiêu trên tất cả các tầng là rất phức tạp
- Giải thuật Backpropagation cho một giải pháp hiệu quả và đơn giản để tính toán đạo hàm của hàm mục tiêu theo trọng số và bias ở các tầng khác nhau
  - Kỹ thuật này được nghiên cứu đề xuất nhiều lần bởi các nhà khoa học
    - Bryson an Ho [1969]
    - Werbos [1974]
    - Parker [1985]
    - Rumelhart et al. [1986]

# Mạng nơ-ron đa tầng (MLP)

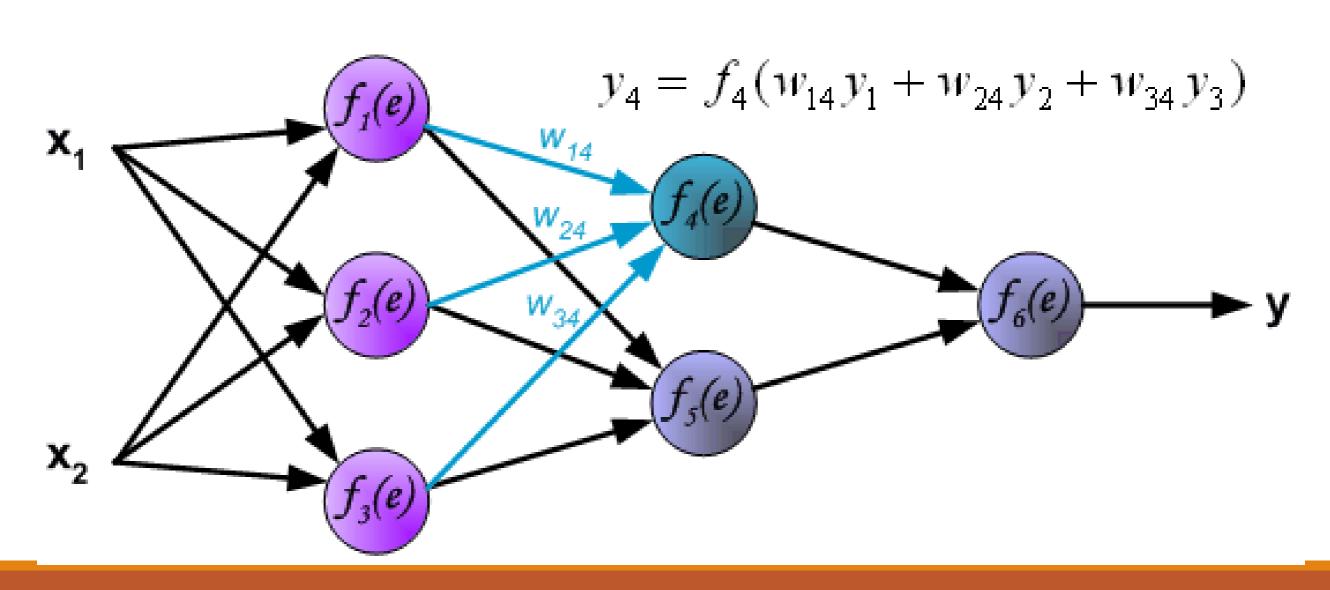
- Giải thuật học lan truyền ngược tìm kiếm một vector các trọng số (weights vector) giúp cực tiểu hóa lỗi tổng thể của hệ thống đối với tập học
- Giải thuật BP bao gồm 2 giai đoạn (bước)
  - Giai đoạn lan truyền tiến tín hiệu (Signal forward). Các tín hiệu đầu vào (vectơ các giá trị đầu vào) được lan truyền tiến từ tầng đầu vào đến tầng đầu ra (đi qua các tầng ẩn)
  - Giai đoạn lan truyền ngược lỗi (Error backward)
    - Căn cứ vào giá trị đầu ra mong muốn của vectơ đầu vào, hệ thống tính toán giá trị lỗi
    - Bắt đầu từ tầng đầu ra, giá trị lỗi được lan truyền ngược qua mạng, từ tầng này qua tầng khác (phía trước), cho đến tầng đầu vào
    - Việc lan truyền ngược lỗi (error back-propagation) được thực hiện thông qua việc tính toán (một cách truy hồi) giá trị gradient cục bộ của mỗi nơ-ron

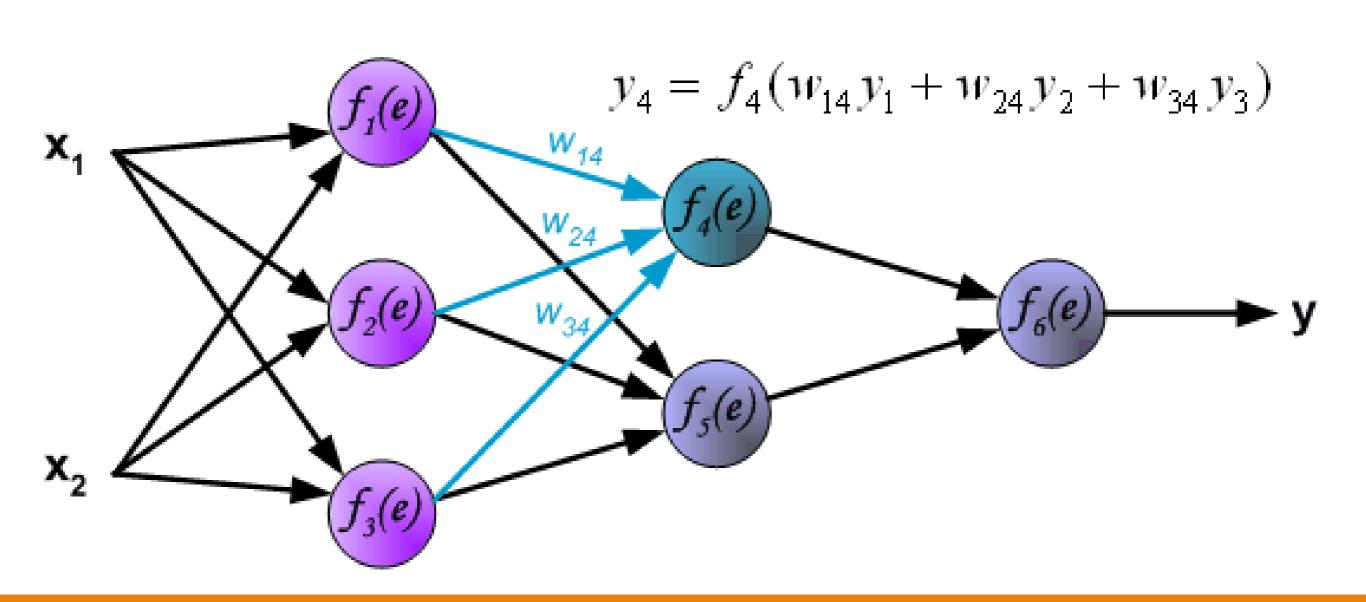


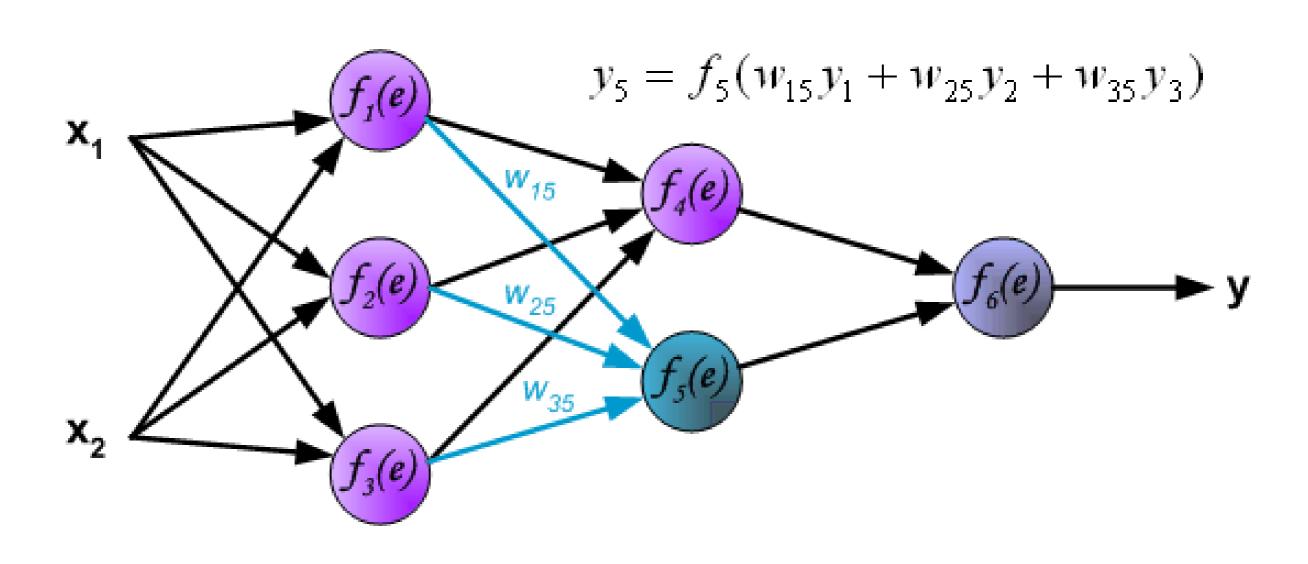




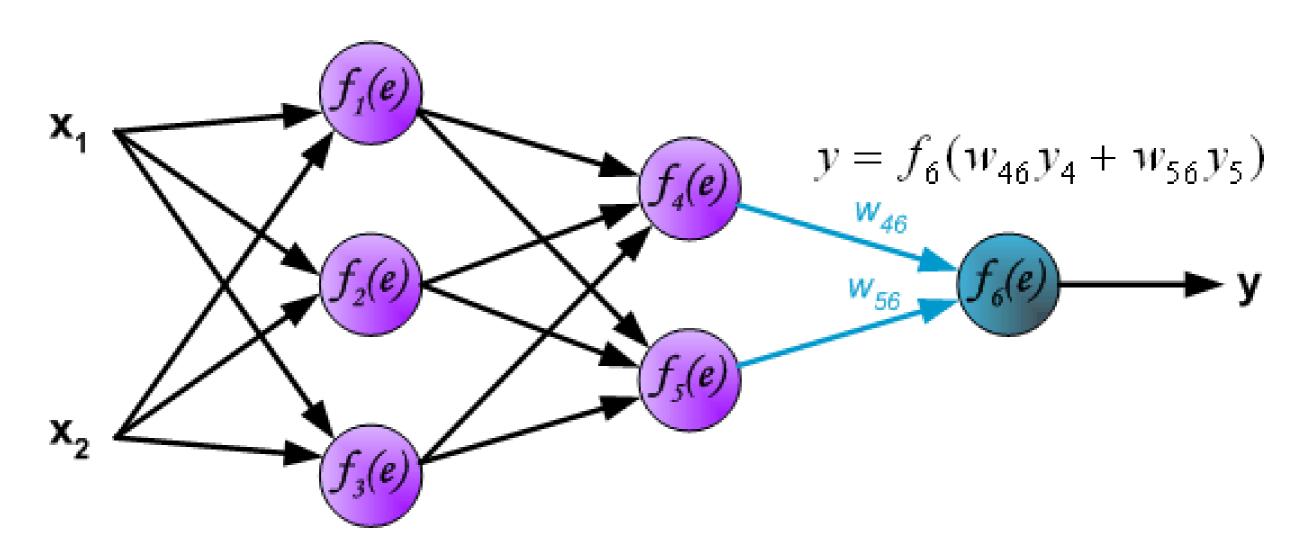
 $w_{mn}$  là trọng số nối kết giữa đầu ra của nơron m và đầu vào của nơron n ở tầng kế tiếp



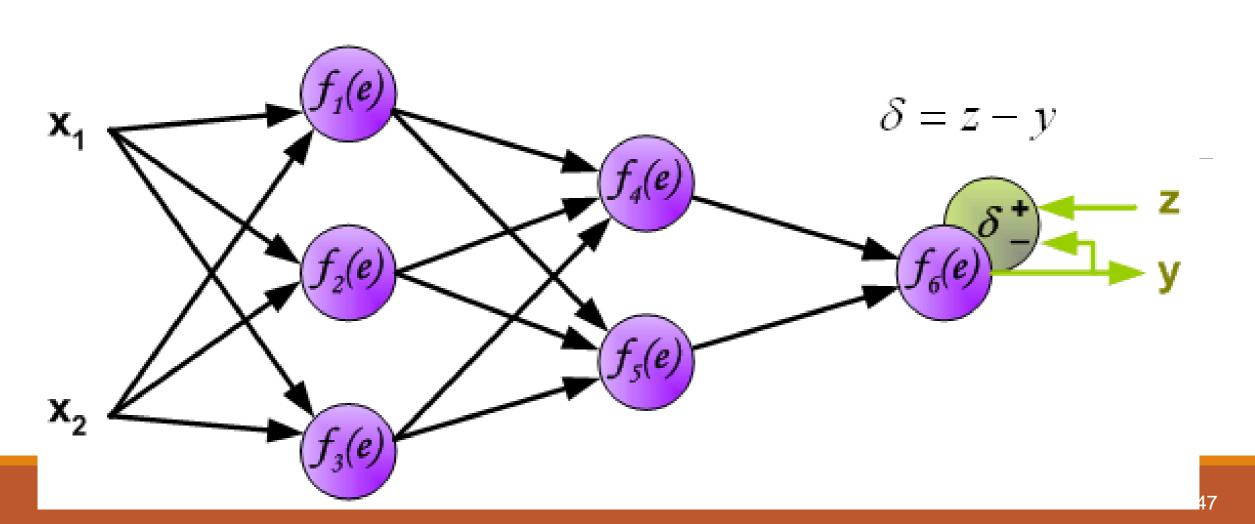




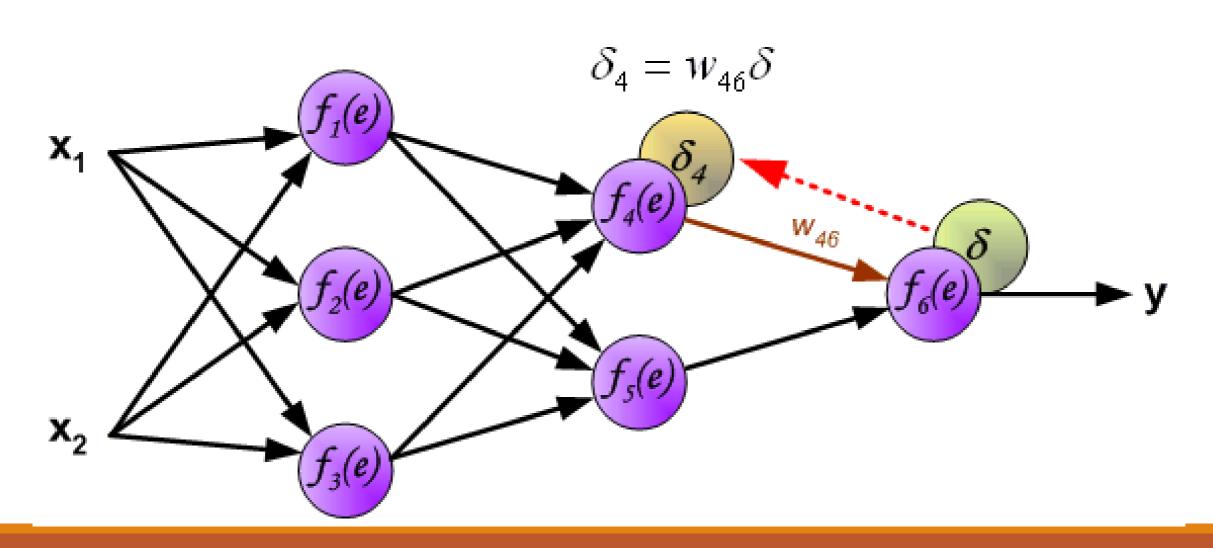
Quá trình lan truyền được thực hiện đến khi gặp đầu ra



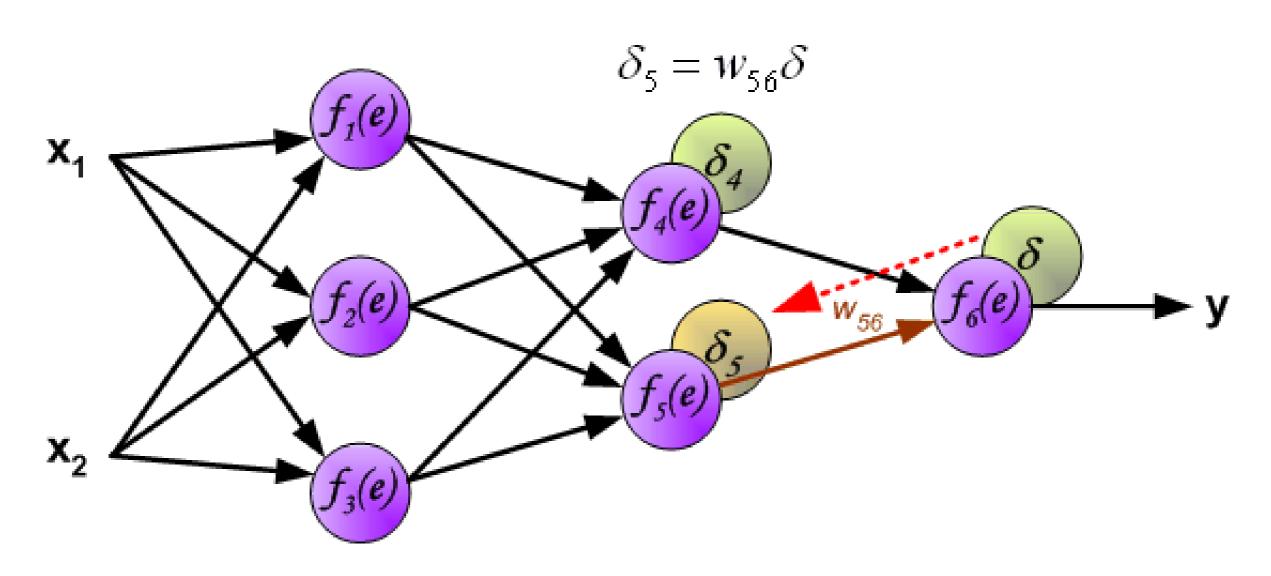
Tín hiệu đầu ra của mạng y được so sánh với giá trị đầu ra mong muốn (mục tiêu), được tìm thấy trong tập dữ liệu huấn luyện. Sự khác biệt được gọi là tín hiệu báo lỗi d của nơ-ron lớp đầu ra



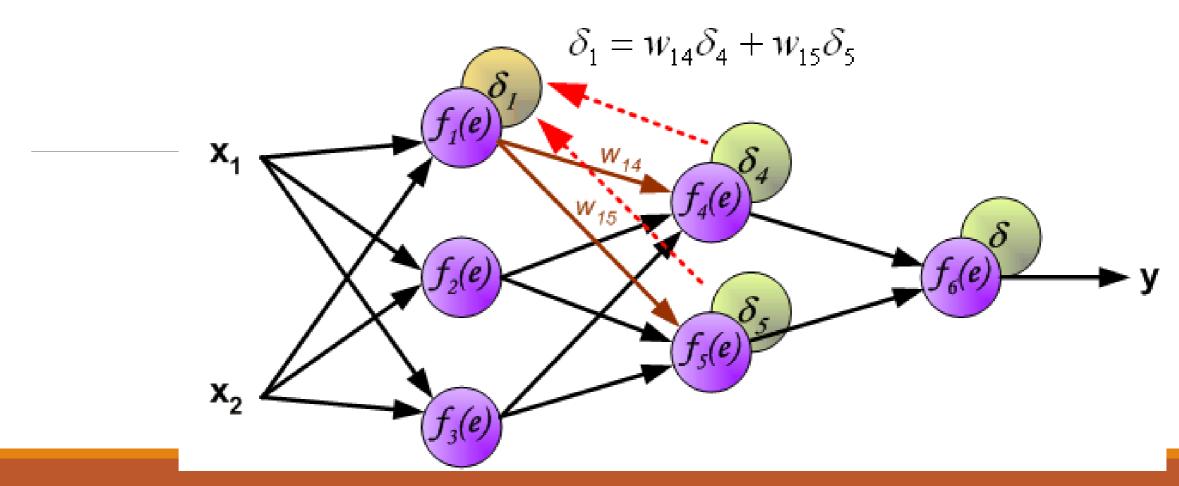
Ý tưởng: truyền tín hiệu báo lỗi d trở lại với tất cả các nơ-ron



Ý tưởng: truyền tín hiệu báo lỗi d trở lại với tất cả các nơ-ron

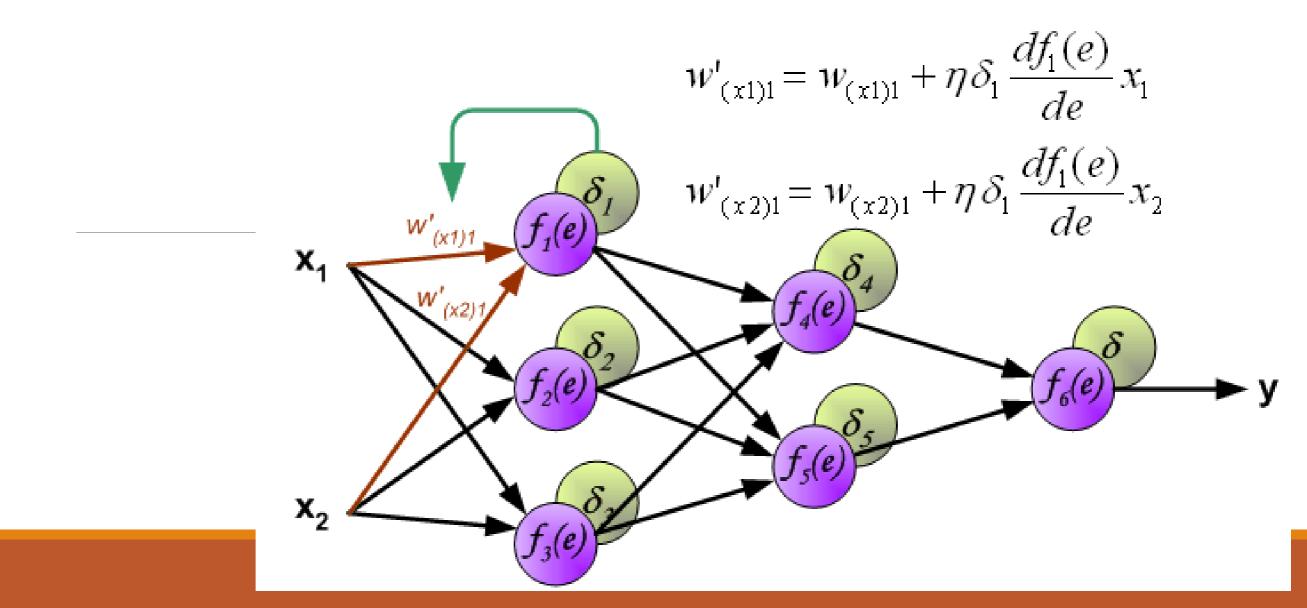


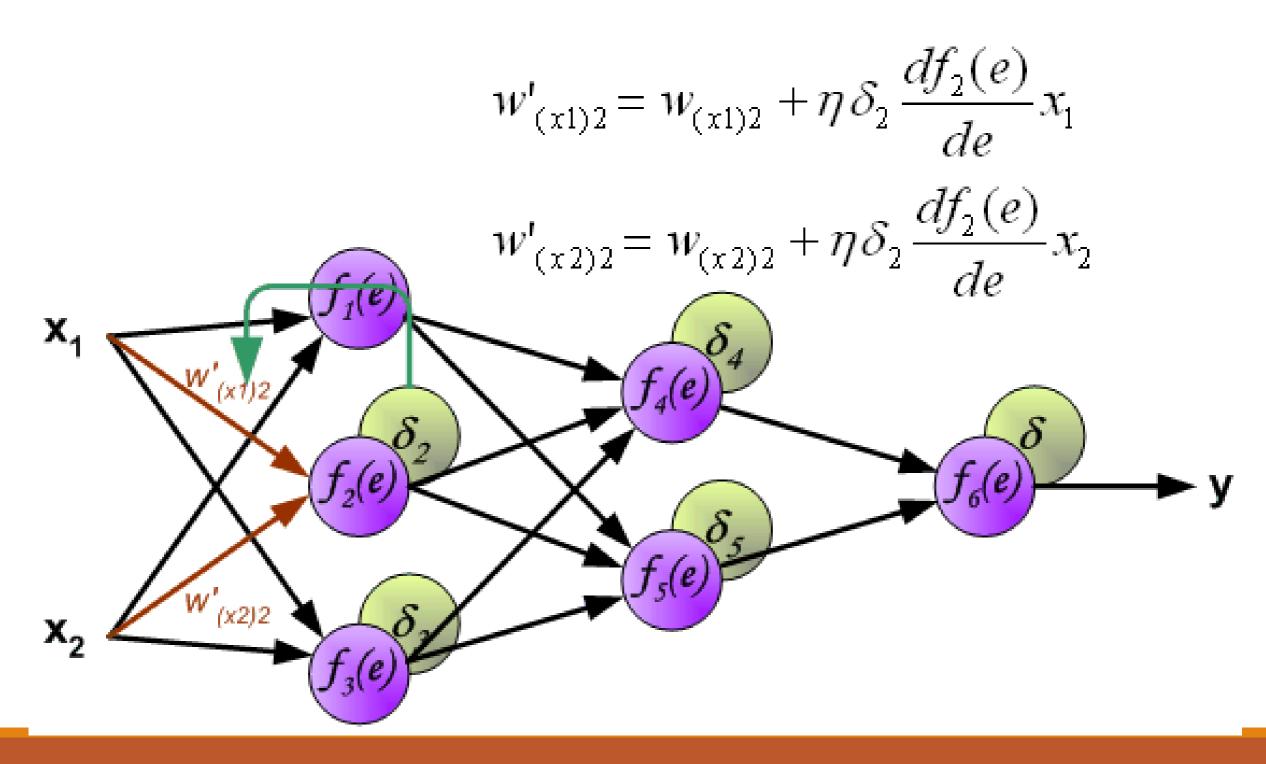
Các hệ số trọng lượng của  $w_{mn}$  được sử dụng để truyền lỗi trở lại. Chỉ có hướng dòng chảy dữ liệu được thay đổi (tín hiệu được truyền từ đầu ra sang đầu vào). Kỹ thuật này được sử dụng cho tất cả các lớp mạng. Nếu các lỗi truyền xuất phát từ vài nơron, chúng được thêm vào. Hình minh họa dưới đây:

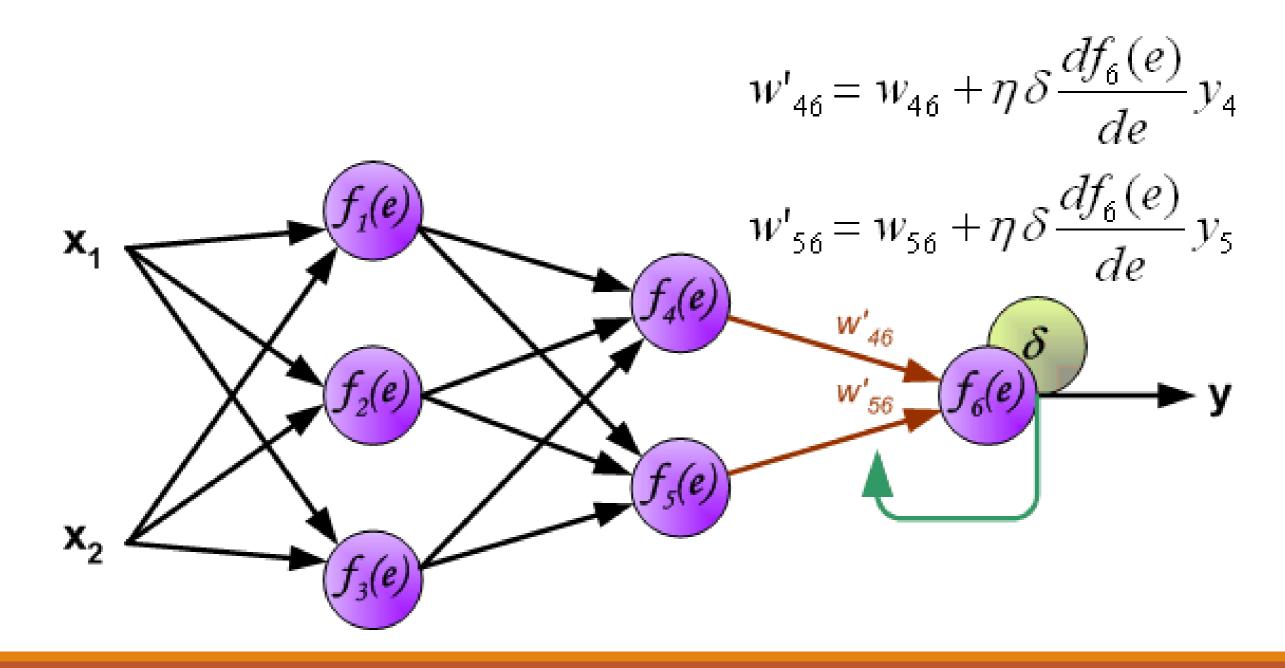


Khi tín hiệu lỗi cho mỗi neuron được tính, các hệ số trọng lượng của mỗi nút đầu vào nơ-ron có thể được sửa đổi.

Trọng số được cập nhật







The Cond