

## MATHEMATIQUES

DUREE de L'EPREUVE : 2 heures

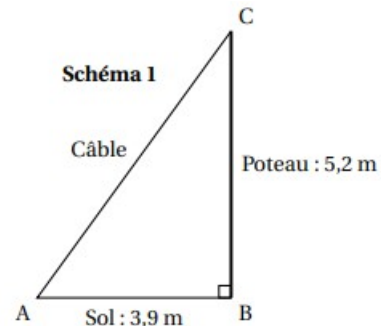
Ce sujet comporte :  
7 pages numérotées de 1 à 7 dont  
une ANNEXE(page 7) à rendre avec sa copie.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

### EXERCICE 1 : 12 POINTS

Un poteau électrique vertical  $[BC]$  de 5,2 m de haut est retenu par un câble métallique  $[AC]$  comme montré sur le schéma 1 qui n'est pas en vraie grandeur.

1. Montrer que la longueur du câble  $[AC]$  est égale à 6,5 m.



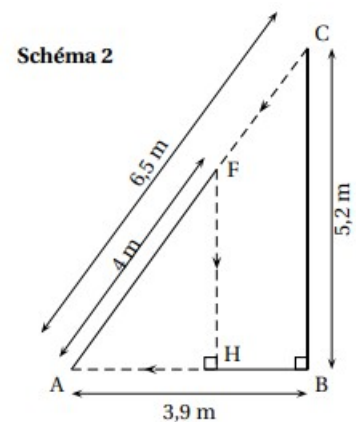
Deux araignées se trouvant au sommet du poteau (point C) décident de rejoindre le bas du câble (point A) par deux chemins différents.

2. La première araignée se déplace le long du câble  $[AC]$  à une vitesse de 0,2 m/s.  
Vérifier qu'il lui faut 32,5 secondes pour atteindre le bas du câble.
3. La deuxième araignée décide de parcourir le chemin CFHA indiqué en pointillés sur le schéma 2 (qui n'est pas en vraie grandeur) : elle suit le morceau de câble  $[CF]$  en marchant, puis descend verticalement le long de  $[FH]$  grâce à son fil et enfin marche sur le sol le long de  $[HA]$ .

Calculer les longueurs FH et HA.

4. La deuxième araignée marche à une vitesse de 0,2 m/s le long des segments  $[CF]$  et  $[HA]$  et descend le long du segment  $[FH]$  à une vitesse de 0,8 m/s.

Laquelle des deux araignées met le moins de temps à arriver en A ?

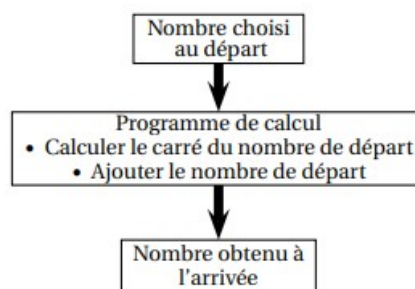


## EXERCICE 2 : 10 POINTS

- Décomposer 390 et 715 en produit de facteurs premiers en détaillant la démarche.
- La pâtisserie Délices a préparé 390 biscuits aux noix et 715 biscuits au chocolat.  
La pâtisserie souhaite répartir ses biscuits dans des boîtes identiques, chaque boîte contenant le même nombre de biscuits aux noix et le même nombre de biscuit au chocolat.
  - La pâtisserie Délices propose de répartir ses biscuits de façon identique dans 91 boîtes ?  
Combien va-t-il leur rester de biscuits ?
  - Finalement, la pâtisserie Délices souhaite réaliser le plus grand nombre de boîtes de composition identique sans qu'il ne lui reste aucun biscuit.  
Combien de boîtes va-t-elle réaliser ? Quelle sera alors la composition de chaque boîte ?

## EXERCICE 3 : 14 POINTS

On considère le programme de calcul suivant, appliqué à des nombres entiers :



### PARTIE A

- Vérifier que si le nombre de départ est 15, alors le nombre obtenu à l'arrivée est 240.
- Voici un tableau de valeurs réalisé à l'aide d'un tableur :  
Il donne les résultats obtenus par le programme de calcul en fonction de quelques valeurs du nombre choisi au départ.  
Quelle formule a pu être saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers le bas ? *Aucune justification n'est attendue.*
- On note  $x$  le nombre de départ. Écrire, en fonction de  $x$ , une expression du résultat obtenu avec ce programme de calcul.

	A	B
1	Nombre choisi au départ	Nombre obtenu à l'arrivée
2	0	0
3	1	2
4	2	6
5	3	12
6	4	20
7	5	30
8	6	42
9	7	56
10	8	72
11	9	90
12	10	110

### PARTIE B

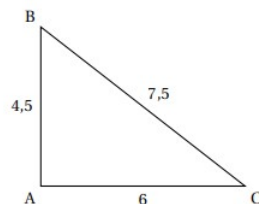
On considère l'affirmation suivante : « Pour obtenir le résultat du programme de calcul, il suffit de multiplier le nombre de départ par le nombre entier qui suit. »

- Vérifier que cette affirmation est vraie lorsque le nombre entier choisi au départ est 9.
- Démontrer que cette affirmation est vraie quel que soit le nombre entier choisi au départ.
- Démontrer que le nombre obtenu à l'arrivée par le programme de calcul est un nombre pair quel que soit le nombre entier choisi au départ.

## EXERCICE 4 : 20 POINTS

Les sept questions sont indépendantes.

1. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier la réponse.



2. On donne l'expression littérale suivante :  $E = 5(3x - 4) - (2x - 7)$ . Développer et réduire E.
3. Le nombre d'habitants d'une ville a augmenté de 12 % entre 2021 et 2022.  
Cette ville compte 20 692 habitants en 2022. Quel était le nombre d'habitants de cette ville en 2021 ?
4. Le nombre 109 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
5. Pour tous les invités de sa fête, Sam veut faire 45 L de son cocktail orange / pomme / ananas pour lequel les volumes de jus d'orange, de jus de pomme et de jus d'ananas sont dans le ratio 2 : 3 : 4.  
Quelle est la quantité de jus de pomme nécessaire ?
6. QCM : Sans justification, reporter le numéro de la question et sa réponse associée sur la copie.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
A	$2 \times 2^{400}$ est égal à ...	$2^{401}$	$4^{400}$	$2^{800}$
B	$\frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} =$	$(-2)^{-3}$	$(-2)^3$	$2^{-3}$
C	La notation scientifique de 1 500 000 000 est	$15 \times 10^8$	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^9$

7. Affirmation : « Durant les soldes, si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final, le prix de l'article a baissé de 50 % ».  
Dire si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

## EXERCICE 5 : 14 POINTS

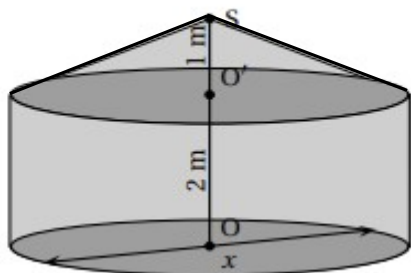
Nolan souhaite construire une habitation.

Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.

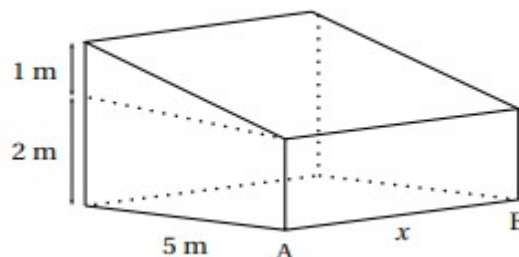
La case est représentée par un cylindre droit d'axe  $(OO')$  surmontée d'un cône de révolution de sommet  $S$ .

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

$x$  représente à la fois le diamètre de la case et la longueur  $AB$  du prisme droit.



$SO' = 1 \text{ m}$  et  $OO' = 2 \text{ m}$ .

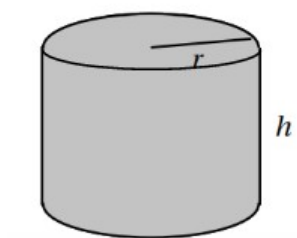


### Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que  $x = 6 \text{ m}$ .

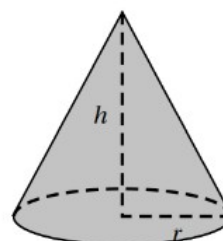
1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est  $18\pi \text{ m}^3$ .
2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
3. En déduire que le volume total de la case est environ  $66 \text{ m}^3$ .

**Rappels :** Cylindre rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$

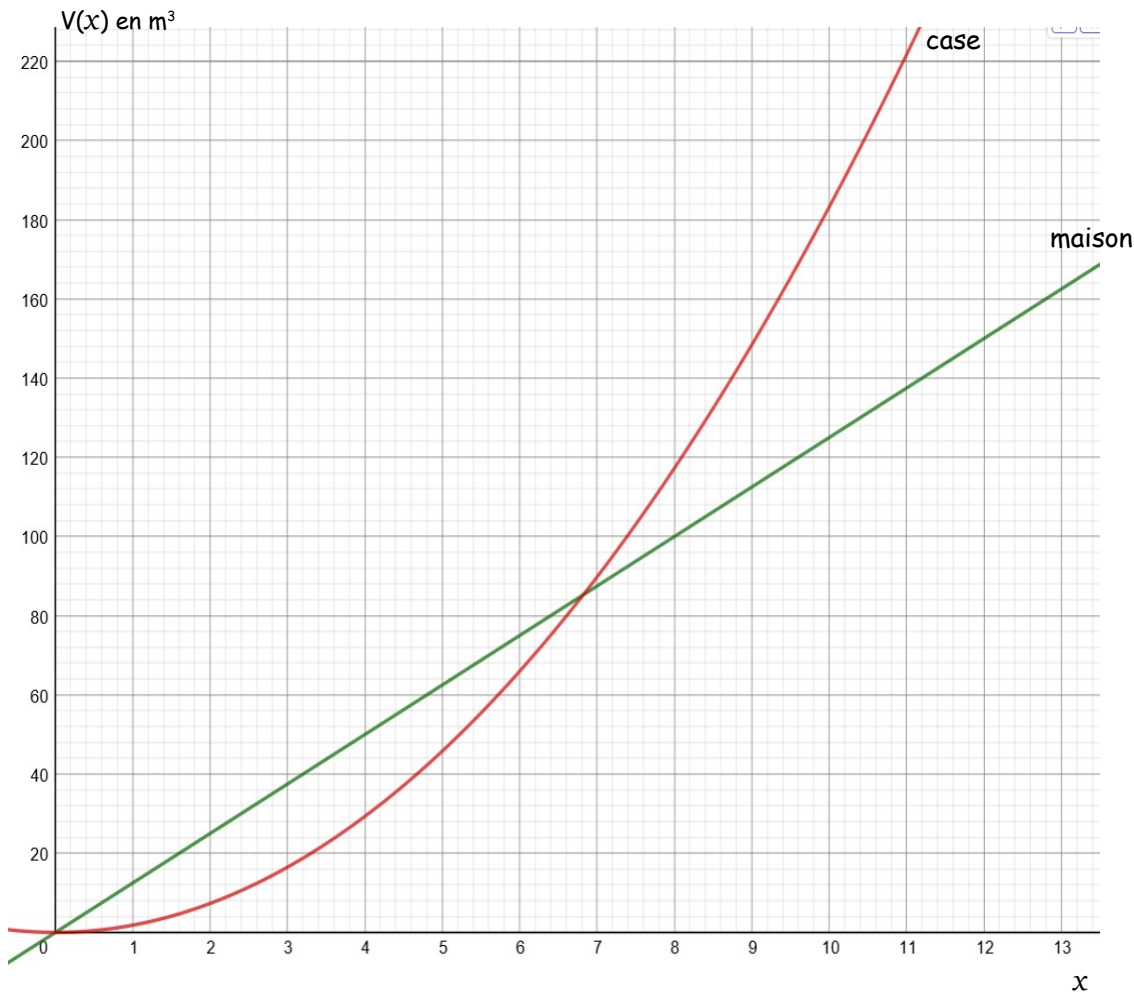


$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

## Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en  $\text{m}^3$ .

Le graphique ci-dessous représente le volume total de chaque habitation en fonction de  $x$ .



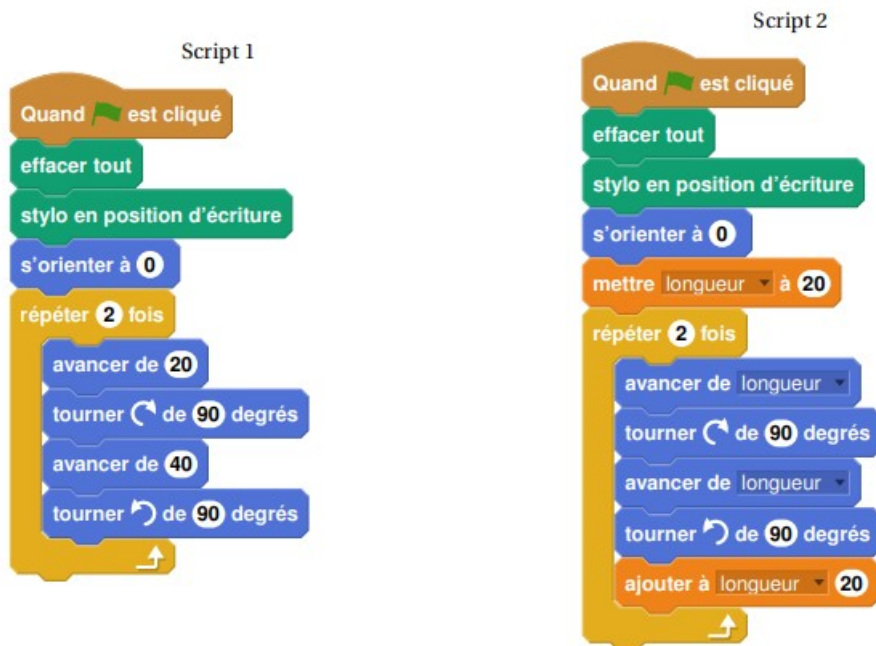
1. Pour quelle habitation le volume est-il proportionnel à  $x$  ? Justifier.
2. Par lecture graphique,
  - a) Donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.  
Tracer des pointillés permettant la lecture.
  - b) Donner une valeur approchée de la longueur AB pour laquelle le volume d'une maison est  $120 \text{ m}^3$ .
3. Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de  $x$  est de 6 m.  
Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.  
Quelle construction devra-t-il choisir ?
4. **Calculer** la longueur AB pour laquelle la maison aurait un volume de  $150 \text{ m}^3$ .

## EXERCICE 6 : 7 POINTS

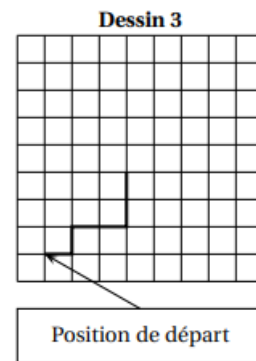
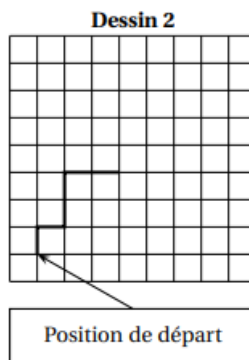
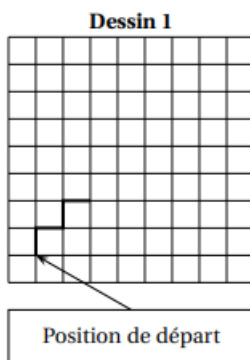
On utilise un logiciel de programmation.

On rappelle que « s'orienter à 0° » signifie qu'on oriente le stylo vers le haut.

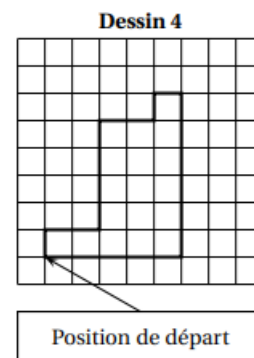
On considère les deux scripts suivants :



- On exécute le script 1 ci-dessus. Représenter le chemin parcouru par le stylo sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.
- Quel dessin parmi les trois ci-dessous correspond au script 2 ? On expliquera pourquoi les deux autres dessins ne correspondent pas au script 2. Chaque côté de carreau mesure 20 pixels.



- On souhaite maintenant obtenir le motif représenté sur le dessin 4 :

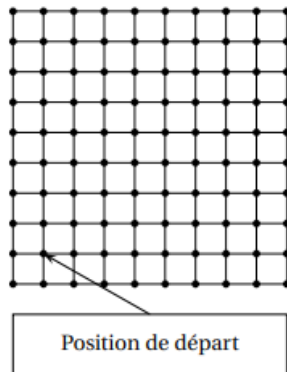


Compléter sans justifier les trois cases du script 3 donné en ANNEXE à rendre avec la copie, permettant d'obtenir le dessin 4.

## ANNEXE à rendre avec la copie

### Exercice n°6

Question 1 :



Chaque côté de carreau mesure 20 pixels.  
La position de départ du stylo est indiquée sur la figure ci-contre.

Question 3 :

Script3

