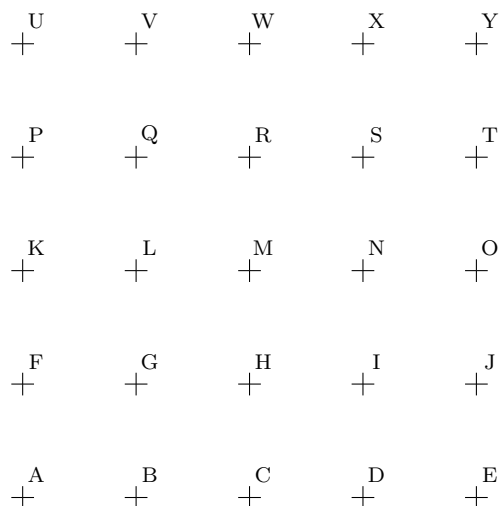


Chapitre 4 - Triangles égaux

Exercice 1



- Citer un triangle égal au triangle AHL .
- Citer trois triangles égaux au triangle AMP .
- Donner tous les triangles égaux au triangle PVL ayant A comme sommet.
- Donner tous les triangles égaux au triangle PVL ayant M comme sommet.
- Combien y a-t-il de triangles égaux à PVI ayant E comme sommet ?

Exercice 2

On considère un triangle ABC .

On place deux points M et N sur $[BC]$ tels que $BM = CN$ et que B, M, N , et C soient alignés dans cet ordre.

On trace la droite (d_1) passant par M et parallèle à (AC) , et on note P son point d'intersection avec $[AB]$.

On trace ensuite la droite (d_2) passant par N et parallèle à (AB) , et on note Q son point d'intersection avec $[AC]$.

- Faire une figure illustrant le programme de construction supra.
- En utilisant le cours de 5^e, démontrez que $\widehat{BMP} = \widehat{BCA}$, et que $\widehat{BPM} = \widehat{BAC}$.

- c). En raisonnant de même, démontrez que $\widehat{CNQ} = \widehat{CBA}$, et que $\widehat{CQN} = \widehat{CAB}$.
- d). Démontrer que les triangles BMP et NCQ sont égaux.

Exercice 3

On considère deux triangles ABC et DEF , tels que $AB = DE$, $AC = EF$ et $BC = DF$. On note I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[DE]$.

- a). Montrer que les triangles ABC et DEF sont égaux. Quel sommet correspond au sommet A ? à B ? à C ?
- b). Montrer que AIC et FJE sont égaux.

Exercice 4

On considère ABC un triangle isocèle rectangle en A et I le milieu de son hypoténuse.

- a). Montrer que AIB et AIC sont des triangles égaux.
- b). En déduire la valeur de l'angle \widehat{IAB} .

Exercice 5A - Cerf-volant

On considère un quadrilatère $ABCD$ dont la diagonale $[AC]$ est la bissectrice des angles \widehat{DAB} et \widehat{DCB} .

- a). Montrer que les triangles ACD et ABD sont égaux.
- b). En déduire que $AB = AD$ et que $CD = CB$.
- c). Justifier que A et C appartiennent à la médiatrice de $[BD]$.
- d). En déduire que $[AC]$ coupe $[BD]$ avec un angle droit, et en deux parties égales. (Un tel quadrilatère s'appelle un cerf-volant).

Exercice 5B - Réciproque du précédent

On considère un quadrilatère $ABCD$ dont la diagonale $[AC]$ est la médiatrice de la diagonale $[BD]$.

- a). Montrer que $AB = AD$ et que $CD = CB$.
- b). Montrer que les triangles ACD et ABD sont égaux.
- c). En déduire que les angles \widehat{DAC} et \widehat{CAB} sont égaux.
- d). Que représente la droite (AC) pour l'angle \widehat{BAD} ? Justifier.
- e). Que représente la droite (AC) pour l'angle \widehat{BCD} ? Justifier.

Exercice 6

- a). Tracez un carré $ABCD$ et ses deux diagonales, qui se coupent en un point O . Combien a-t-on de triangles égaux au triangle ABC sur la figure ainsi tracée? Combien y a-t-il de triangles égaux au triangle AOB ?
- b). Même question avec un rectangle (non carré).
- c). Même question avec un losange (non carré).
- d). Démontrer proprement les résultats précédents.
- e). Démontrer que si les quatre triangles AOB , BOC , COD et DOA sont égaux, alors $ABCD$ est un losange (ou un carré).
- f). Démontrer que si les quatre triangles ABC , BCD , CDA et DAB sont égaux, alors $ABCD$ est un rectangle.