Chapitre 2 : Proportionnalité

Exercice 1.

1. Un produit en croix donne : $12 \times 9 = 108 = 2 \times 54$
et $2 \times 67{,}5 = 135 = 9 \times 15$,
donc le tableau est un tableau de proportionnalité.
Son coefficient de proportionnalité est $\frac{9}{2} = 4{,}5$.

2. On a $\begin{cases} 22 \times 7 = 154 \\ 27 \times 2 = 54. \end{cases}$
Les produits en croix des deux premières colonnes sont différents, donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

3. On peut constater directement que $\frac{20}{15} = \frac{4 \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5}} = \frac{4}{3}$, $\frac{16}{12} = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{3}$, et $\frac{32}{24} = \frac{4 \times 8}{3 \times 8} = \frac{4}{3}$.
Les rapports étant égaux, le tableau est un tableau de proportionnalité, dont le coefficient est $\frac{4}{3}$.

4. Les produits en croix $2 \times 25 = 50$ et $4 \times 5 = 20$ diffèrent, donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

5. Les produits en croix $10 \times 15 = 150$ et $12 \times 13 = 156$ sont différents, donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

6. Remarquons que : $\frac{14}{4} = \frac{7 \times 2}{2 \times 2} = \frac{7}{2}$, $\frac{28}{8} = \frac{7 \times 4}{2 \times 4} = \frac{7}{2}$, $\frac{35}{10} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} = \frac{7}{2}$, et $\frac{42}{12} = \frac{7 \times 6}{2 \times 6} = \frac{7}{2}$.
Donc tous les rapports étant égaux, on a un tableau de proportionnalité de coefficient de proportionnalité $\frac{7}{2} = 3{,}5$.

7. Les produits en croix $23 \times 10 = 230$ et $20 \times 13 = 260$ diffèrent, donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

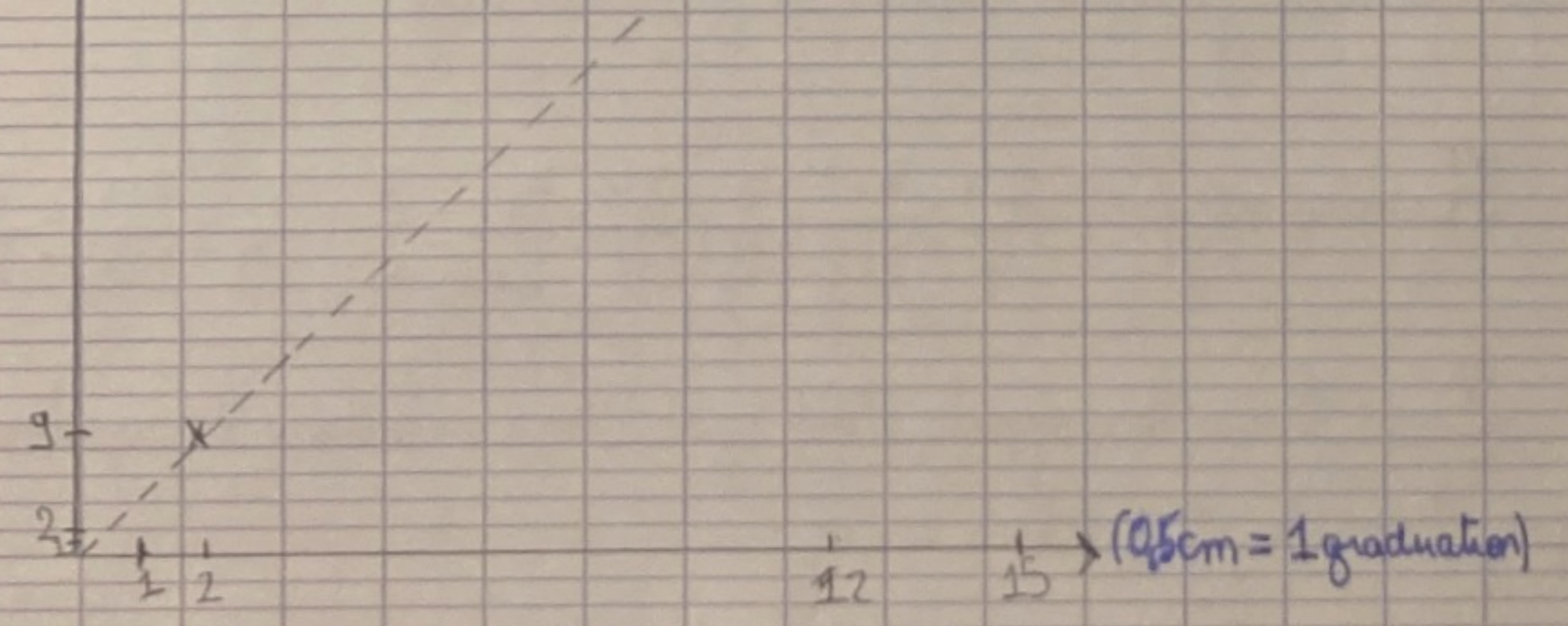
8. On calcule $3\times 10{,}5 = 31{,}5$ et $7\times 4{,}5 = 31{,}5$,
$3\times 21 = 63$ et $7\times 9 = 63$,
$3\times 24{,}5 = 73{,}5$ et $7\times 10{,}5 = 73{,}5$
$3\times 35 = 105$ et $7\times 15 = 105$.

Ces produits en croix montrent que chaque colonne est proportionnelle à la première, donc le tableau est bien un tableau de proportionnalité.
Son coefficient de proportionnalité est $\frac{7}{3}$.

Remarques: • quand on vérifie qu'un tableau est un tableau de proportionnalité par le calcul des produits en croix, on peut calculer tous les produits en croix avec la colonne la plus simple plutôt que ceux entre colonnes consécutives, ce qui rend souvent les calculs plus rapides. Les deux méthodes donnent heureusement la même réponse.
· il suffit de trouver deux colonnes dont les produits en croix ne sont pas égaux pour démontrer qu'un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.
· quand toutes les colonnes s'obtiennent facilement à partir de la première en multipliant par un nombre, il est plus rapide de vérifier que les rapports sont égaux que de calculer les produits en croix (cf. questions 3 et 6).

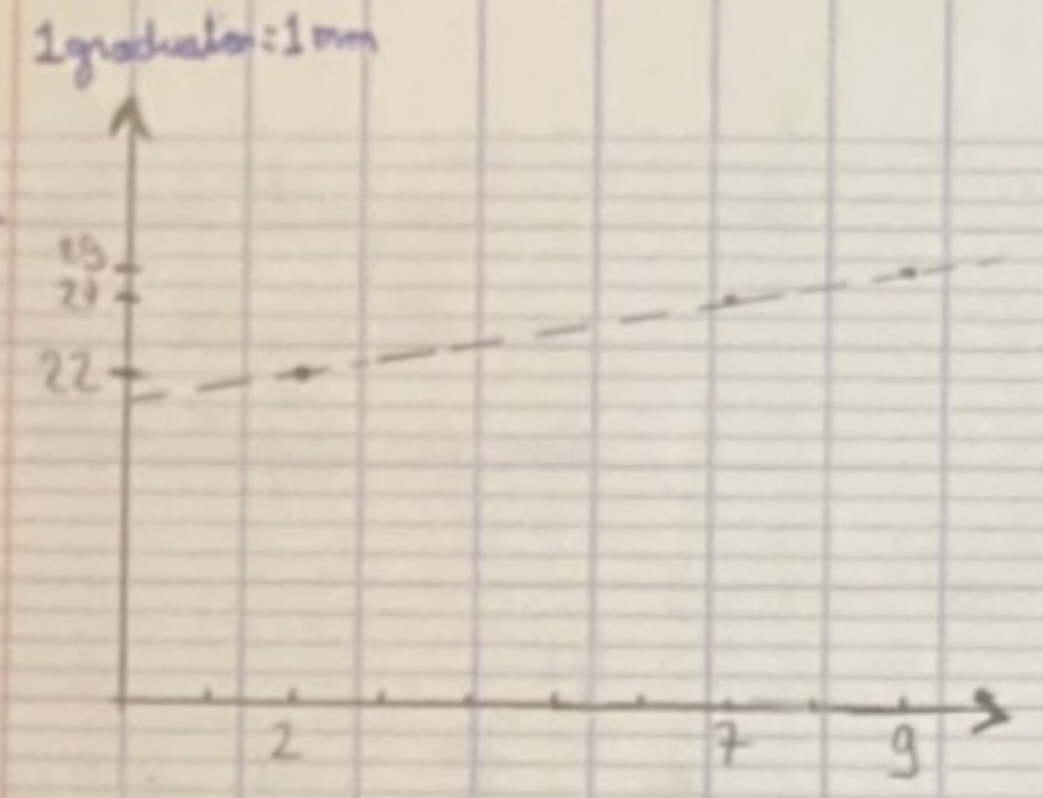
Exercice 2

1.



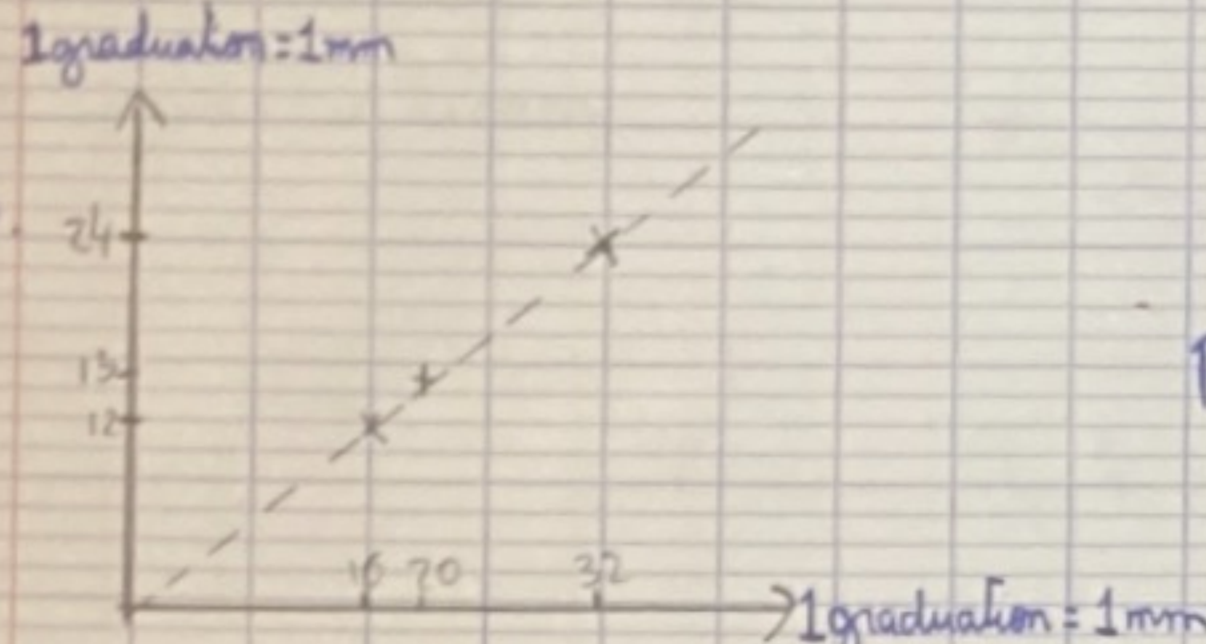
Les points sont sur une même droite passant par l'origine, on a donc proportionnalité.

2.



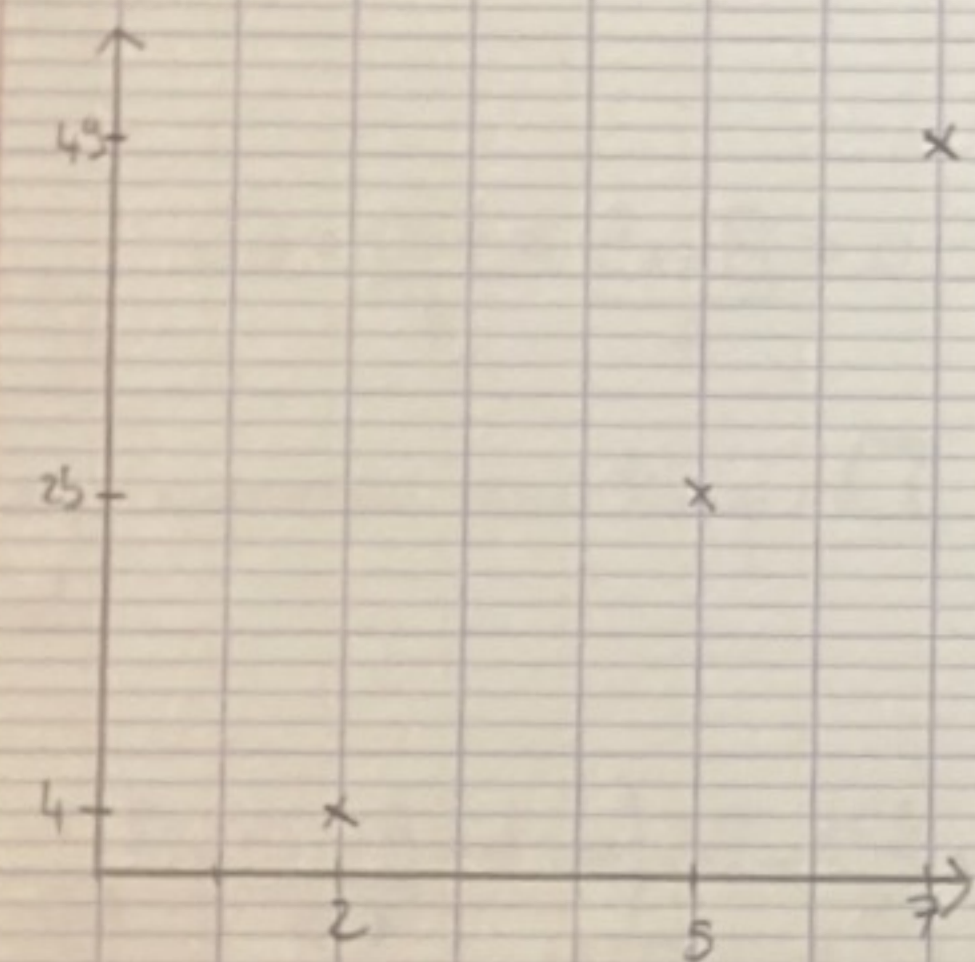
Les points sont bien sur une même droite, mais celle-ci ne passe pas par l'origine : il n'y a donc pas proportionnalité.

3.



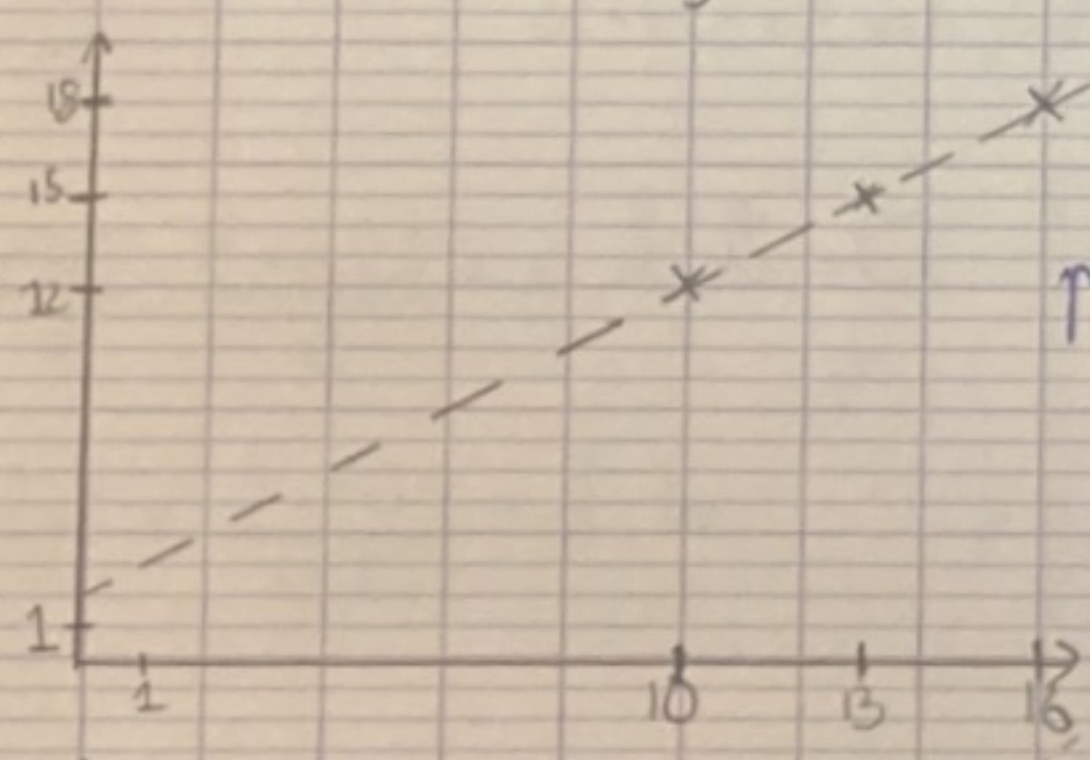
Les points sont sur une même droite passant par l'origine : on a proportionnalité.

4.



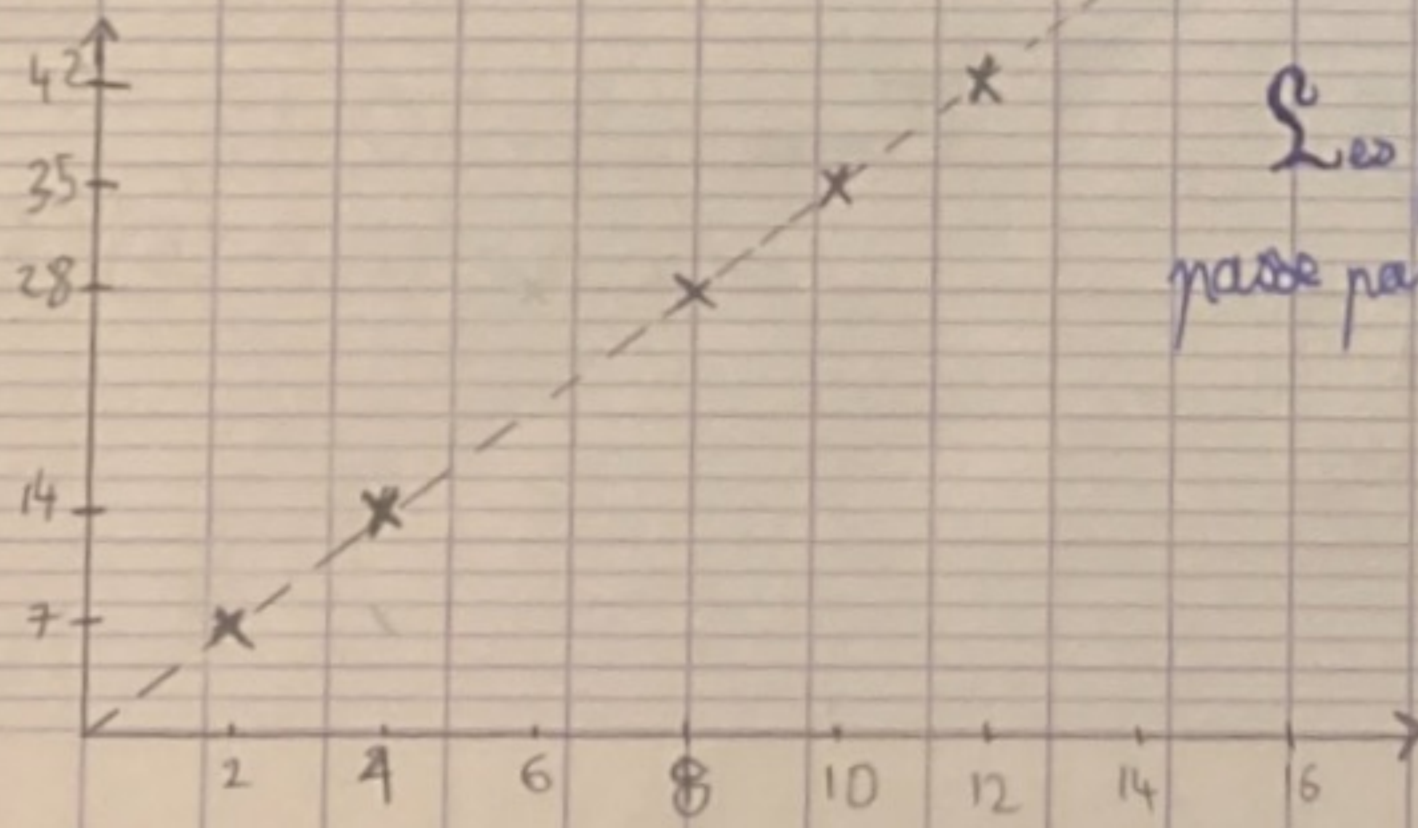
Les points ne sont pas alignés : il n'y a pas proportionnalité.

5.

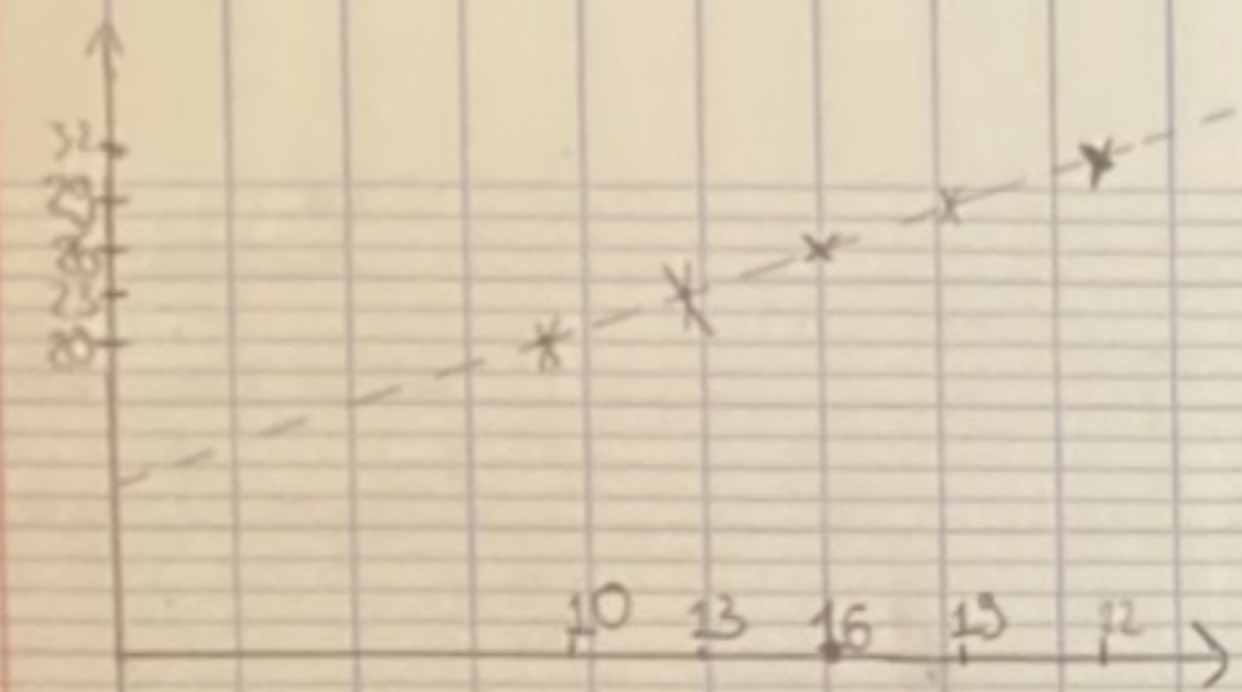


Les points sont sur une même droite, mais elle ne passe pas par l'origine : il n'y a donc pas proportionnalité.

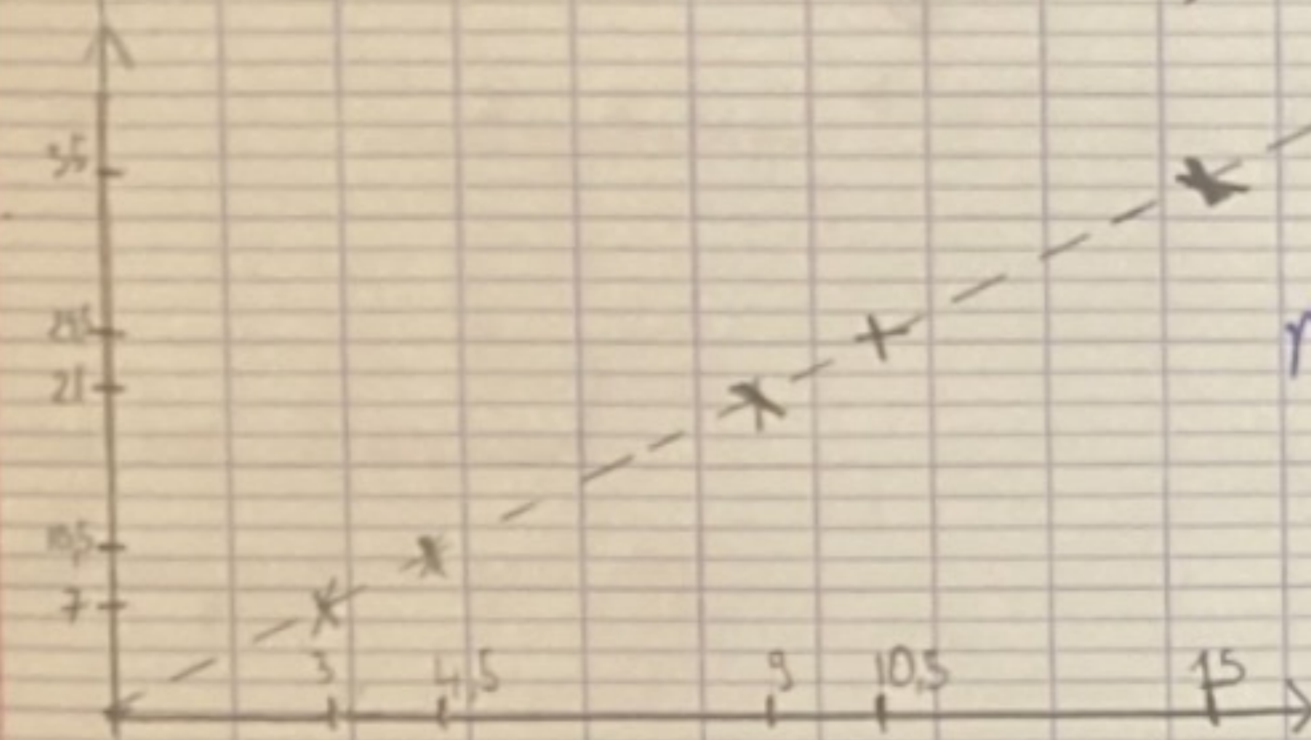
6.



Les points sont sur une même droite qui passe par l'origine : il y a proportionnalité.

7. 

Les points sont sur une même droite, mais elle ne passe pas par l'origine : il n'y a donc pas proportionnalité.

8. 

Les points sont sur une même droite passant par l'origine : il y a proportionnalité.

Exercice 3

1.

5	a =60	25
7	84	b =35

$a = \frac{84 \times 5}{7} = \frac{420}{7} = 60.$

On peut aussi remarquer que $84 = 7 \times 12$, donc $a = 5 \times 12 = 60$.

De même, on a $b = \frac{25 \times 7}{5} = \frac{175}{5} = 35$ (ou $b = \frac{84 \times 25}{60} = \frac{2100}{60} = 35$), mais le plus rapide est de remarquer que $25 = 5 \times 5$, donc $b = 5 \times 7 = 35$.

2.

3	5	b =15
a =73,8	123	369

On calcule $a = \frac{123 \times 3}{5} = \frac{369}{5} = 73{,}8$

et $b = \frac{369 \times 5}{123} = 3 \times 5 = 15.$

3.

12	18	30
1696,8	a =2545,2	4242

Comme $18 = 30 - 12$,
on a $a = 4242 - 1696{,}8 = 2\,545{,}2$

5.

a $=5{,}82$	b $=9{,}18$	15	20	35
10,2	15,3	25,5	c $=34$	d $=59{,}5$

Calculons $b = \frac{15 \times 15{,}3}{25} = \frac{229{,}5}{25} = 9{,}18$

Remarquons que $10{,}2 = 25{,}5 - 15{,}3$.
On a donc $a = 15 - 9{,}18 = 5{,}82$.

D'autre part, $c = \frac{20 \times 25{,}5}{15} = \frac{510}{15} = 34$.

Enfin, on a $35 = 20 + 15$, donc $d = 25{,}5 + 34 = 59{,}5$.

Remarque: on a calculé a et d en additionnant ou en soustrayant deux colonnes pour aller plus vite, mais des calculs par règle de trois auraient donné le même résultat.

6.

12	32	b $=60$	84	d $=120$
2,5	a $=\frac{20}{3}$	12,5	c $=17{,}5$	25

Calculons $a = \frac{32 \times 2{,}5}{12} = \frac{80}{12} = \frac{20 \times 4}{3 \times 4}$,

d'où $a = \frac{20}{3}$ $(=6{,}6\ldots)$

D'autre part, $12{,}5 = 5 \times 2{,}5$ donc $b = 5 \times 12$
d'où $b = 60$.

En outre, $84 = 7 \times 12$, donc $c = 7 \times 2{,}5 = 17{,}5$.
Enfin, $25 = 10 \times 2{,}5$, donc $d = 10 \times 12 = 120$.

Exercice 4

1.

distance (en km)	900	a $=600$	b $=10$
temps (en h)	1,5	1	
temps (en min)	$1{,}5 \times 60 = 90$		1

En une heure, on effectue $\frac{900}{1{,}5} = 600$ km

et en une minute $\frac{900}{90} = 10$ km.

La vitesse est donc 600 km/h $= 10$ km/min.

2.

distance (en km)	10	1100
temps (en min)	1	c

Une règle de trois donne $c = \frac{1 \times 1100}{10} = 110$ min.

Ces 110 min donnent une heure et cinquante minutes car $110 = 1 \times 60 + 50$.

Il faut donc 1h50min pour un vol Paris-Rome.

3.

distance (en km)	600	d
temps (en h)	1	3,5

Une règle de trois donne $d = \frac{600 \times 3,5}{1} = 2\,100$ km

La distance du vol est donc 2100 km.

Exercice 5

1. Oui, car on a des points tous alignés sur une droite passant par l'origine.

2. Une lecture graphique donne 30 litres pour 500 km.

3.

volume	30	50
distance	500	?

On calcule $\frac{500 \times 50}{30} = 833,3...$ km.

4. Il faut donc pouvoir faire 1 200 km.

volume	30	?
distance	500	1200

On calcule donc $\frac{1\,200 \times 30}{500} = \frac{12 \times 30}{5} = 72$ L.

Il faudra donc recharger au moins $72 - 60 = 12$ litres.

Exercice 6

1.

prix	200	?
pourcentage	100	10

La baisse est de $\frac{200 \times 10}{100} = 20$ €, donc le prix final est de $200 - 20 = 180$ €.

2.

prix	180	?
pourcentage	100	10

La hausse est cette fois de $\frac{180 \times 10}{100} = 18$ €, pour un nouveau prix de $180 + 18 = 198$ €.

Une baisse de 10% puis une hausse de 10% ne se compensent donc pas!

Exercice 7

Année 1 : la hausse est de 3% de 100 €, donc 3 €, et le prix monte à 103 €.
Année 2 : la hausse est de 3% de 103 €, donc $0{,}03 \times 103 = 3$ €09, et le prix monte donc à 106,09 €
Année 3 : la hausse est de $0{,}03 \times 106{,}09 = 3{,}1827$ € pour un nouveau prix de $106{,}09 + 3{,}1827 = 109{,}2727$ € $\approx 109{,}27$ €.
Année 4 : la hausse est de $0{,}03 \times 109{,}27 = 3{,}2781$ €. Le nouveau prix est donc de $109{,}27 + 3{,}2781 = 112{,}5481 \approx 112$ €54.
Année 5 : la dernière hausse est de $0{,}03 \times 112{,}54 = 3{,}3762 \approx 3{,}38$ €.
Le prix final est donc de $112{,}54 + 3{,}38 = 115{,}92$ €.

Cinq hausses de 3% consécutives correspondent donc à une hausse de 15,92% soit un peu plus que $5 \times 3\%$. Nous en reparlerons au chapitre sur les puissances.