Contrôle 1

Exercice 1

a) $1+3+2+3=9$ est multiple de 3, donc 1323 aussi, et il n'est pas premier.
(ou même méthode avec 1383).

b) $\sqrt{443} \approx 21,\ldots$ donc on essaie de diviser 443 par 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, et aucun ne divise 443. Il est donc premier.
Même principe pour 449.

c) $\sqrt{120} \approx 10,\ldots$
On cherche les diviseurs jusque 10 :
$120 = 1 \times 120$
$120 = 2 \times 60$
$120 = 3 \times 40$
$120 = 4 \times 30$
$120 = 5 \times 24$
$120 = 6 \times 20$
(120 n'est pas divisible par 7)
$120 = 8 \times 15$
(120 n'est pas divisible par 9)
$120 = 10 \times 12$.

Les diviseurs sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 et 120.

$\sqrt{180} \approx 13,\ldots$
On cherche les diviseurs jusque 13.
$180 = 1 \times 180$
$180 = 2 \times 90$
$180 = 3 \times 60$
$180 = 4 \times 45$
$180 = 5 \times 36$
$180 = 6 \times 30$
(180 n'est pas divisible par 7 ou 8).
$180 = 9 \times 20$
$180 = 10 \times 18$
(180 n'est pas multiple de 11).
$180 = 12 \times 15$
(180 n'est pas multiple de 13).

Les diviseurs de 180 sont donc 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.

Exercice 2

a) $260 = 26 \times 10 = 2 \times 13 \times 2 \times 5$

ou:

$$\begin{array}{r|l} 260 & 2 \\ 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

→ donc $260 = 2^2 \times 5 \times 13$

$90 = 9 \times 10 = 3 \times 3 \times 2 \times 5$

ou:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

→ donc $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

b) $\sqrt{90} \approx 9,\ldots$ On essaie donc de diviser jusque 9.

$90 = 1 \times 90$
$90 = 2 \times 45$
$90 = 3 \times 30$
$90 = 4 \times 22 + 2$ → pas divisible par 4.
$90 = 5 \times 18$
$90 = 6 \times 15$
$90 = 7 \times 12 + 6$ → pas divisible par 6.
90 n'est pas divisible par 8 car il ne l'est pas par 4.
$90 = 9 \times 10$.

Les diviseurs sont donc 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 et 90.

Exercice 3

1. On veut faire 20 paniers identiques, donc chaque type de dragées va être divisé par 20.

$$\begin{array}{r|l} 3003 & 20 \\ \cline{2-2} 100 & 150 \\ 03 & \\ 3 & \end{array}$$

donc $3003 = 20 \times 150 + 3$
(ou touche ⊢ de vos calculatrices)

On peut mettre 150 dragées au chocolat par panier et il en restera trois.

$$\begin{array}{r|l} 3731 & 20 \\ \cline{2-2} 173 & 186 \\ 131 & \\ 11 & \end{array}$$

donc $3731 = 20 \times 186 + 11$.

On peut donc mettre 186 dragées aux amandes par panier et il en restera 11.

Il reste donc $3 + 11 = 14$ dragées.

2 a)

$$\begin{array}{r|l} 3003 & 90 \\ \cline{2-2} -270 & 33 \\ \hline 303 & \\ -270 & \\ \hline 33 & \end{array}$$

donc $3003 = 90 \times 33 + 33$.

On peut mettre 33 dragées au chocolat par panier, et il en restera 33. Cela ne convient donc pas : il en reste.

b) méthode 1 : on calcule aussi $3731 = 90 \times 41 + 41$.

On constate que l'on peut donc former 90 paniers avec 33 dragées au chocolat et 41 avec amandes, et qu'il reste exactement de quoi faire un 91^e paquet identique : $\begin{cases} 3731 = 91 \times 41 \\ 3003 = 91 \times 33 \end{cases}$

méthode 2 : on calcule $\sqrt{3003} \approx 54,...$

$$3003 = 1 \times 3003$$
$$= 3 \times 1001$$
$$= 7 \times 429$$
$$= 11 \times 273$$
$$= 13 \times 231$$
$$= 21 \times 143$$
$$= 33 \times 91$$
$$= 39 \times 77$$

On obtient ainsi les diviseurs de 3003.

On cherche le plus grand à diviser également 3731.

$3731 \div 3003 = 1,24...$

$3731 \div 1001 = 3,72...$

$3731 \div 429 = 8,69...$

$3731 \div 273 = 13,6...$

$3731 \div 231 = 16,15...$

$3731 \div 143 = 26,09...$

$3731 \div 91 = 41$

Le plus grand diviseur commun de 3 003 et 3 731 est donc 91.
On peut faire 91 ballotins de $3003 \div 91 = 33$ dragées au chocolat et $3731 \div 91 = 41$ dragées aux amandes.

Exercice 4

a) $\sqrt{182} \approx 13,...$

$$182 = 1 \times 182$$
$$= 2 \times 91$$
$$= 7 \times 26$$
$$= 13 \times 14$$

Les diviseurs sont 1, 2, 7, 13, 14, 26, 91 et 182.

$\sqrt{273} \approx 16,...$

$273 = 1 \times 273$

$273 = 3 \times 91$

$273 = 7 \times 39$

$273 = 13 \times 21$

Les diviseurs sont donc 1, 3, 7, 13, 21, 39, 91, 273.

b) $\sqrt{1365} \approx 36,\ldots$

$$\begin{aligned} 1365 &= 1 \times 1365 \\ &= 3 \times 455 \\ &= 5 \times 273 \\ &= 7 \times 195 \\ &= 13 \times 105 \\ &= 15 \times 91 \\ &= 21 \times 65 \\ &= 35 \times 39 \end{aligned}$$

Les diviseurs sont donc 1, 3, 5, 7, 13, 15, 21, 35, 39, 65, 91, 105, 195, 273, 455 et 1365.

c) On déduit des deux questions précédentes que le plus grand diviseur commun est 91.

On a : $\dfrac{182}{1365} = \dfrac{91 \times 2}{91 \times 15} = \dfrac{2}{15}$

ou (autre sujet) $\dfrac{273}{1365} = \dfrac{273 \times 1}{273 \times 5} = \dfrac{1}{5}$. (Le plus grand diviseur étant 273.)