

Problèmes variés de géométrie

Exercice 1 - Variations sur un même thème (I)

On considère un triangle ABC et on suppose donnés un point $D \in [AB]$ et un point $E \in [AC]$ tels que (DE) et (BC) soient parallèles.

On suppose ici $ED = DB$. L'objectif est de déterminer comment placer précisément les points D et E .

- Faire une figure à main levée. (Se convaincre au passage qu'il serait non immédiat de réussir à faire la figure avec $ED = DB$.)
- On trace aussi la parallèle à (AB) passant par E et on note F son intersection avec le côté $[BC]$. Compléter la figure.
- Démontrer que $BDEF$ est un parallélogramme.
- Sachant que $ED = DB$, montrez que le quadrilatère $BDEF$ est un losange.
- En déduire que (BE) est un axe de symétrie du losange $BDEF$.
- Que représente (BE) pour l'angle \widehat{DBF} ?
- En déduire¹ un protocole de construction précis de la figure complète.

Exercice 2 - Variations sur un même thème (II)

On considère un triangle ABC et on suppose donnés un point $D \in [AB]$ et un point $E \in [AC]$ tels que (DE) et (BC) soient parallèles.

On suppose ici $ED = DB + EC$. L'objectif est de déterminer comment placer précisément les points D et E .

- Faire une figure à main levée.
- On place le point F du segment $[DE]$ pour lequel $DF = DB$. Compléter la figure.
- Sachant que $ED = DB + EC$, démontrer que $EF = EC$.
- Quelle est la nature des triangles DBF et FEC ?
- On note $a = \widehat{DBF}$. Montrer que $\widehat{FDB} = 180^\circ - a - a$.
- En utilisant la propriété des angles alternes-internes et un angle intermédiaire, montrer que $\widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{FDB}$.
- En déduire que $\widehat{DBC} = 2 \times \widehat{DBF}$.

1. (Indication : puisqu'il est écrit « en déduire », on commencera par tracer la droite (BE) pour trouver le point E .)

- h). On démontrerait de même que $\widehat{ECB} = 2 \times \widehat{ECF}$. Que représentent les droites (BF) et (CF) pour les angles \widehat{DBC} et \widehat{ECB} ?
- i). En déduire² un protocole de construction précis de la figure complète.

Exercice 3 - Variations sur un même thème (III)

On considère un triangle ABC et on suppose donnés un point $D \in [AB]$ et un point $E \in [AC]$ tels que (DE) et (BC) soient parallèles.

On suppose ici $AE = BD$. L'objectif est de déterminer comment placer précisément les points D et E .

- a). Faire une figure à main levée.
- b). On trace la parallèle à (AB) passant par E , et on note F son point d'intersection avec le côté $[BC]$. Compléter la figure.
- c). Quelle est la nature du quadrilatère $BDEF$? Justifier.
- d). En déduire que $EF = BD$.
- e). On trace maintenant la parallèle à (AE) passant par F , et on note G son point d'intersection avec $[AB]$. Compléter la figure.
- f). Démontrer que $AEFG$ est un parallélogramme.
- g). Sachant que $AE = BD$, montrer que $EF = AE$, puis que $AEFG$ est un losange.
- h). Que représente donc la droite (AF) pour l'angle \widehat{CAB} ?
- i). En déduire³ un protocole de construction précis de la figure complète.

2. (Indication : puisqu'il est écrit « en déduire », on commencera par tracer les deux droites de la question précédente pour trouver le point F , puis le reste de la figure.)

3. (Indication : puisqu'il est écrit « en déduire », on commencera par tracer la droite de la question précédente pour trouver le point F , puis le reste de la figure.)