

ACTIVITÉ 7 : NOMBRES CROISÉS ET PUISSANCES*Objectif : mettre en œuvre des calculs utilisant les puissances.**Prérequis : règles de calculs sur les puissances.*

Remplir la grille en vous aidant des indications permettant de trouver les nombres composés d'au moins deux chiffres. Justifier vos réponses.

Horizontalement
(de gauche à droite)

1 : $2^2 \times 3^2$; $10^2 - 1$

2 : 3 exposant 5

3 : $(2 \times 3)^3$

4 : $\frac{5^3 \times 10^1}{2}$

5 : $10^5 \times 5^{-1} + \frac{120 \times (10^2)^2}{20}$

Verticalement
(de haut en bas)

A : $(2^3)^5$

B : $2^2 \times 2^4$; $\frac{2^5 \times 5^4}{10^3}$

C : $13 \times 5^3 \times 2$

E : $5^6 \times 6 - 5^2 \times 4$

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					

ACTIVITÉ 8 : LES GRILLES DE CARDAN*Objectif : découvrir, de manière ludique, le système binaire et l'une de ses applications.**Prérequis : sens de la notation puissance.*

La grille de Cardan est une méthode d'écriture des messages secrets utilisant une grille de décodage. Elle est faite à partir d'une feuille de papier assez rigide, de parchemin ou de métal mince. Le document est conçu pour représenter des lignes d'écriture, des zones étant évidées entre ces lignes.

On place la grille sur une feuille de papier et on écrit son message dans les ouvertures. Ensuite, en retirant la grille, les espaces libres sont remplis afin de créer un texte qui dissimule le vrai message. Le destinataire du message doit posséder une grille identique. On peut être obligé de tourner plusieurs fois la grille pour décoder la totalité du message, technique utilisée, par exemple, dans le roman *Mathias Sandorf* de Jules Verne.

Voici un exemple d'une grille qui permet de lire un message en tournant trois fois la grille dans le sens des aiguilles d'une montre :

								E	P	U	L	E	L	S	L
								E	L	E	E	A	R	I	R
								S	I	A	R	I	E	I	N
								E	L	E	U	N	S	T	S
								E	E	E	T	R	F	U	.
								A	N	A	D	U	V	T	E
								P	C	E	L	E	V	C	A
								H	O	S	O	A	S	Q	S

Message décodé : *Le rire est une chose sérieuse avec laquelle il ne faut pas plaisanter. Devos*

Fournir la grille contenant le message codé et la grille évidée permettant de le décoder est un peu trop risqué pour la sécurité du message. On peut donc joindre une liste de nombres qui permettra au destinataire de fabriquer la grille de Cardan adaptée au code envoyé. Si l'on convient que la valeur « 1 » correspond à un trou (case blanche) et la valeur « 0 » à une case noire, on peut alors décrire la grille de l'exemple de la façon suivante :

								00000100
								10000001
								01010100
								00100001
								00010010
								01000000
								00001010
								10010100

Chaque ligne peut se lire comme l'écriture binaire d'un nombre. Ainsi :

$$(10010100)_{\text{bin}} = (2^7 + 2^4 + 2^2)_{\text{dec}} = (128 + 16 + 4)_{\text{dec}} = (148)_{\text{dec}}$$

La grille de Cardan de l'exemple peut alors être décrite par les huit nombres : 4-129-84-33-18-64-10-148.

Dans la pratique, on peut construire des grilles de Cardan en s'aidant du gabarit suivant, où les cases d'un même nombre se correspondent par rotation d'un quart de tour. Il s'agit d'en évider une parmi les quatre portant le même numéro :

1	5	9	13	4	3	2	1
2	6	10	14	8	7	6	5
3	7	11	15	12	11	10	9
4	8	12	16	16	15	14	13
13	14	15	16	16	12	8	4
9	10	11	12	15	11	7	3
5	6	7	8	14	10	6	2
1	2	3	4	13	9	5	1

Exercice

1. Inventer un texte (pas plus de 64 caractères à coder), dont le nombre de caractères soit si possible un multiple de 4.
2. En s'aidant du gabarit, constituer une grille de Cardan permettant de coder et de décoder ce texte.
3. Déterminer les écritures binaires et décimales des huit nombres permettant la réalisation de la grille.

Suggestions

Pour permettre aux élèves de se familiariser avec le principe de la grille de Cardan, on pourra commencer par faire décoder un message en leur fournissant la grille. La description de la grille à l'aide du système binaire peut être ensuite travaillée, en illustration des puissances de 2. Enfin, les élèves pourront se lancer des défis en créant leurs propres grilles et leurs propres messages.

ACTIVITÉ 9 : PROBLÈME DE BANQUE

Objectifs : mettre en évidence, sur un exemple concret, l'intérêt de la notation puissance et utiliser intelligemment la calculatrice.

Prérequis : Aucune connaissance particulière.

Ce travail peut être proposé pour introduire les puissances, soit en question ouverte dans un devoir, soit en classe à la suite du cours sur les puissances. L'idéal dans ce dernier cas est de proposer l'exercice suffisamment longtemps après avoir fait le cours afin de vérifier le transfert des connaissances.

Pour le mois de décembre, une banque propose à ses clients les plus fidèles le contrat suivant :

« Le 1^{er} décembre, la banque donnera à ses clients qui l'acceptent la somme de 1 000 000 €. En échange, ces clients s'engagent à rendre à la banque les montants suivants :

- 1 centime d'euro le premier jour ;
- 2 centimes d'euro le deuxième jour ;
- 4 centimes d'euro le troisième jour ;
- 8 centimes d'euro le quatrième...

Et ainsi de suite jusqu'au 31 décembre. »

Que pensez-vous de ce contrat ?

Quels conseils donneriez-vous aux clients avant de signer ?