Exercice 56 p 225

1) Dans le triangle ABC, on sait que:
- $M \in [AB]$,
- $N \in [AC]$,
- $\frac{AM}{AB} = \frac{5}{5+2,5} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{6+3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

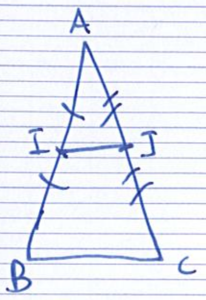
2. Dans le triangle ABC, on sait que:
- $N \in [AC]$,
- $P \in [BC]$,
- $\frac{NC}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ et $\frac{PC}{BC} = \frac{4}{4+8} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (NP) et (AB) sont parallèles.

3. On a montré que (MN) et (BP) = (BC) sont parallèles et que (NP) et (AM) = (AB) sont parallèles.
Les côtés opposés de MNPB sont parallèles entre eux, donc MNPB est un parallélogramme.

4. On sait que MNPB est un parallélogramme.
Or, les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.
Donc MN = PB et NP = BM.
Et on a donc MN = 8 cm et NP = 2,5 cm.

Exercice 54



1. Considérons un triangle ABC et notons I et J les milieux de [AB] et [AC].
On a donc : • $I \in [AB]$, • $J \in [AC]$.
• $\frac{AI}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{AJ}{AC}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IJ) et (BC) sont donc parallèles.

2. Dans le triangle ABC, on sait que :
- $I \in [AB]$,
- $J \in [AC]$,
- (IJ) et (BC) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$.

Comme $\frac{AI}{AB} = \frac{1}{2}$, on a bien $\frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$: la longueur IJ est la moitié de la longueur BC.

Exercice 59

Dans le triangle ABC :
- $I \in [AB]$
- $J \in [BC]$
- $\frac{BI}{BA} = \frac{1}{2} = \frac{BJ}{BC}$ car I et J sont les milieux de [AB] et [BC].

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on a donc (IJ)//(AC).

Dans le triangle ADC :
- $K \in [CD]$
- $L \in [AD]$
- $\frac{DK}{DC} = \frac{1}{2} = \frac{DL}{DA}$ car K et L sont les milieux de [CD] et [AD].

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on a donc (KL)//(AC).

On sait que : • $(IJ)//(AC)$
• $(KL)//(AC)$

Or, deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elles.
Donc $(IJ)//(KL)$.

De la même manière, on montre que $(JK)//(BD)$ et $(IL)//(BD)$ en appliquant la réciproque du théorème de Thalès aux triangles BCD et BAD.

Les droites (JK) et (IL) sont toutes les deux parallèles à une même droite (BD), donc elles sont parallèles.

Le quadrilatère IJKL a donc ses côtés opposés parallèles, donc c'est un parallélogramme.