Exercices Chapitre 1 - Arithmétique

Exercice 1 (France métropolitaine 2022)

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre »

1. a). Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252?

$$2^2 \times 9 \times 7$$
 $2 \times 2 \times 3 \times 21$ $2^2 \times 3^2 \times 7$

- b). Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
- 2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.
 - a). Peut-elle faire 36 paquets?
 - b). Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser?
 - c). Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet?
- 3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher. Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

Exercice 2 (Pays du groupe 1 2022)

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco.

Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte.
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte.
- Toutes les truffes soient utilisées.
- a). Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.
- b). En déduire la liste des diviseurs communs à 125 et 175.
- c). Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser?
- d). Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte?

Exercice 3 (Nouvelle-Calédonie 2021)

- 1. a). Justifier que 330 n'est pas un nombre premier. La décomposition en produit de facteurs premiers de 500 est : $500 = 2^2 \times 5^3$
 - b). Décomposer 330 en produit de facteurs premiers.
 - c). Justifier que 165 divise 330.
 - d). Justifier que 165 ne divise pas 500.

La pâtisserie Délices a préparé 330 biscuits aux noix et 500 biscuits au chocolat.

La pâtisserie souhaite répartir le plus de biscuits possible dans 165 boites.

- 2. Combien de biscuits aux noix y a-t-il dans chaque boîte? La pâtisserie met aussi le même nombre de biscuits au chocolat dans chaque boîte.
- 3. a). Combien de biscuits au chocolat y a-t-il dans chaque boîte?
 - b). Combien de biscuits au chocolat reste-t-il? Une boîte de biscuits coûte 3 650 francs. À partir de 10 boîtes achetées, la pâtisserie Délices offre une réduction de 5 % sur le montant total.
- 4. 4. Combien va-t-on payer pour l'achat de 12 boîtes? Faire apparaître les calculs effectués.

Exercice 4 (France métropolitaine 2021)

Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

- 1. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90
- 2. Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90
- 3. En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer. Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe?

Exercice 5 (Nouvelle-Calédonie 2020)

- 1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
- 2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$
 - Décomposer 102 en produit de facteurs premiers.
- 3. Donner trois diviseurs non premiers du nombre 102. Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm x 102 cm. Il souhaite

découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées. Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

- 4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté? Justifier.
- 5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté. Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas?

Exercice 6 (France métropolitaine 2019)

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

- 1. Décomposer 69; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.
- 2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins. Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués?

Exercice 7 (Amérique du Nord 2020)

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées : (2),(3) et (4).
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées : ②,③, ④ et ⑤.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

Urne bleue	Urne rouge
234	2345

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée ③, puis la boule rouge numérotée ④,le tirage obtenu sera noté (3; 4).

On précise que le tirage (3; 4) est différent du tirage (4; 3).

- 1. On définit les deux évènements suivants :
 - « On obtient deux nombres premiers » et « La somme des deux nombres est égale à 12 »
 - (a) Pour chacun des deux évènements précédents, dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.
 - (b) Déterminer la probabilité de l'évènement « On obtient deux nombres premiers ».

- 2. On obtient un « double » lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.
 - Justifier que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience, est $\frac{1}{4}$.