

Exercices de calcul littéral¹**Exercice 1 : Expressions littérales**

1. Calculez la valeur numérique des expressions suivantes :

- (a) $3a^2 - 2a + 5$ pour $a = +4, -2$, et -1 .
- (b) $3x^2 - 5x + 7$ pour $x = +3, +5$, et -3 .
- (c) $4x^3 - 12x^2 - 4x + 7$ pour $a = +5, -3$, et $\frac{1}{2}$.
- (d) $\frac{7x^2}{2} - \frac{8x-6}{3} + \frac{3x+7}{4}$ pour $a = +3, -2$, et $+5$.
- (e) $\frac{7-3x}{12} + \frac{2(x-2)}{3} + \frac{5}{4}$ pour $a = +4, +2$, et -3 .
- (f) $(x^2 + 1)^2 - x^4 - 2x^2$ pour $a = -1, +\frac{1}{2}$, et $-\frac{1}{2}$.
- (g) $(a^2 + 1)(a^2 - 1) + 4a^2$ pour $a = -3, +3$, et $+\frac{1}{3}$.
- (h) $\frac{(x+y)^2 - (x^2 + y^2)}{xy}$ pour $x = -5$ et $y = +2$.
- (i) $\frac{a^2 - ab}{a^2 - 2ab + b^2}$ pour $a = +7$ et $b = -2$.

2. Vérifiez que les expressions suivantes donnent la même valeur pour $a = -5$ et $b = 3$:

$$a^2 - ab + b^2; \quad \frac{a^3 + b^3}{a + b}; \quad (a + b)^2 - 3ab$$

3. Vérifiez que les expressions suivantes donnent la même valeur pour $a = +4$ et $b = -1$:

$$(a + b)^2(a - b); \quad (a^2 - b^2)(a + b); \quad \frac{a^4 + b^4 - 2a^2b^2}{a - b}$$

4. Peut-on calculer pour $a = +5$, et $b = -2$ la valeur de l'expression :

$$\frac{a^2 + 2ab - 3b^2}{a(a - 1) - 5b^2}.$$

5. Peut-on calculer pour $a = +1$, et $b = +2$ la valeur de l'expression :

$$\frac{3a^2 + 5b^2}{4a^2 - b^2}.$$

6. Réduisez les expressions suivantes et calculez leurs valeurs numériques :

- (a) $\left(-\frac{2}{3}\right)a^2x \times (-3y) \times \left(+\frac{2}{5}\right)$ pour $a = -3, x = 2$ et $y = -1$.
- (b) $xy \times \left(-\frac{2}{3}\right)x^2 \times \frac{3}{4}a^2$ pour $a = +5, x = -2$, et $y = +3$.

1. Tirés du manuel de 4e Lebossé, Hémary, possibles fautes de recopie.

- (c) $\frac{2}{7}a^2 \times \left(-\frac{3}{4}\right)xy^3 \times \left(-\frac{2}{5}\right)a^2x$ pour $a = +3, 5$, $x = +3$ et $y = -2$.
- (d) $\left(-\frac{3}{5}\right)a^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)b^2x \times (-x^4)$ pour $a = 4$, $b = -1$, et $x = -2$.
- (e) $4x^3 \times (-3y^2) \times \left(-\frac{5}{6}\right)a^2x^2y^5$ pour $a = -\frac{1}{2}$, $x = +4$, et $y = \frac{3}{2}$.
7. Effectuez les sommes suivantes :
- (a) $\frac{2}{3}ax - \frac{1}{2}ax + \frac{3}{4}ax - \frac{5}{6}ax$.
- (b) $-\frac{3}{5}a^2bx + \frac{1}{4}a^2bx - \frac{7}{2}a^2bx + \frac{1}{10}a^2bx$.
- (c) $-\frac{4}{7}a^2b^3x + \frac{5}{2}a^2b^3x - \frac{5}{4}a^2b^3x$.
- (d) $\frac{3}{4}a^2b^3x^4y - \frac{2}{3}a^2b^3x^4y + \frac{1}{4}a^2b^3x^4y$.

Exercice 2 - Réduire une somme

1. Réduisez et ordonnez les expressions suivantes :
- (a) $-\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}x - 3x^2 + \frac{x}{6} - \frac{5}{2}x^2 + 5 + 4x^2$.
- (b) $\frac{3}{2}x^2 + xy + y^2 - 2xy + \frac{x^2}{3} - \frac{3}{2}x^2$.
- (c) $4a^2 - \frac{2}{3}a - \frac{3}{5}a^2 + \frac{1}{3}a - 5a - \frac{2}{15}a^2$.
- (d) $3x^2 + \frac{4}{5} - \frac{5}{3}x - 2x^2 - \frac{3}{5}x^3 + 4 - 2x^2 + 7x$.
- (e) $4x^2 - \frac{7}{2} + \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3 - 5 + \frac{3}{2}x^3 + 7 - 2x$.
- (f) $\frac{2}{5}a^2b + 3a^3 - 4ab^2 + \frac{5}{2}a^2b + \frac{7}{2}b^3 - b^3 + 2ab^2$.
2. On pose $A = -4x^3 - 2x + 2$ et $B = 4x - 6x^2 + 5x^3 - 2$.
- (a) Calculez $A + B$.
- (b) Calculez en $x = 2$ les valeurs numériques de A , B et $A + B$ pour vérifier la réponse précédente.
- (c) Calculez $A - B$.
- (d) Calculez en $x = 3$ les valeurs numériques de A , B et $A - B$ pour vérifier la réponse précédente.
3. Réduisez les expressions suivantes :
- (a) $\left(-5x^4 + 3 - \frac{4}{5}x^3\right) + \left(-\frac{2}{3}x^3 - 2x\right) - \left(7x^2 - \frac{4}{5}x + 5x^4\right)$.
- (b) $(12x^3 + 2x^2 - 5x + 13) + (3x + 5 - 4x^3) - (5x^3 - 8 + 2x^2)$.
- (c) $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) + (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) - (6ab^2 - 3a^3)$.
4. Effectuez :
- (a) $(3x - 5) + [2x - 5 - (3x - 2y + 4) - (4x - 3y - 9)]$.
- (b) $(2x - 5y + 7) - [(3x + 2y - 3) - (4x + 4y - 2)] - [2x - (3y + 4)]$.
- (c) $[(x - 2y + 5) - (3x + 2y + 7)] - [(2x + 3) - (4y - 2)]$.

5. Posons : $A = 3x^2 - 4x + 5$, $B = 2x^2 + 5x - 4$, $C = 4x^2 - x + 3$. Calculez et réduisez : $A + B + C$, $A + B - C$, $A - B + C$, et $-A + B + C$.
6. Posons : $A = 5a^2 - 3ab + 7b^2$, $B = 6a^2 - 8ab + 9b^2$, $C = 4a^2 - 3ab - 7b^2$. Calculez et réduisez : $A - B - C$, $-A - B + C$ et $-A + B - C$.
7. Posons : $P = 2x^5 - 3x^2 + 4x$, $Q = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1$, $R = 4x^5 - 2x^3 + 3x - 1$, et $S = 3x^2 + 2x - 5$. Calculez et réduisez : $(P + Q) - (R + S)$, $(P - Q) + (R - S)$, et $P - Q - R + S$.

Exercice 3 - Développer et réduire un produit

1. Effectuez les produits suivants :
- (a) $(3a^2b^3) \left(\frac{2}{3}ab^5\right)$.
 - (b) $\left(\frac{4}{5}a^3b^2c\right) \left(-\frac{3}{4}abc^4\right)$.
 - (c) $\left(\frac{4}{7}a^2xy^3\right) \left(-\frac{5}{2}a^3y^4\right)$.
 - (d) $\left(-\frac{3}{4}x^2y\right) \left(+\frac{3}{5}a^3y^5\right)$.
 - (e) $\left(\frac{9}{4}a^4x^2y^3\right) \left(-\frac{4}{3}ax^2\right)$.
 - (f) $\left(\frac{14}{3}a^2b^3x\right) \left(-\frac{6}{7}a^2b^5\right)$.
 - (g) $\left(-\frac{7}{2}ax^2y\right) \left(-\frac{8}{15}b^3xy^2\right) \left(\frac{5}{21}abx^3\right)$.
 - (h) $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 (-4x^2y)$.
 - (i) $\left(\frac{5}{12}a^4b^2x\right) \left(-\frac{2}{7}ax^2y^3\right) \left(-\frac{14}{5}b^2xy^4\right)$.
 - (j) $\left(\frac{3}{5}x^2y\right)^3 \left(-\frac{5}{4}xy\right)$.
2. Calculez :
- (a) $\left(-\frac{2}{5}ab^3\right)^2$.
 - (b) $\left(\frac{5}{3}a^2b^3x^4\right)^2$.
 - (c) $\left(-\frac{3}{2}a^4b^3y^2\right)^3$.
 - (d) $\left(\frac{7}{2}a^3b^5x^3\right)^2$.
 - (e) $\left(-\frac{9}{4}a^4b^2x^5\right)^2$.
 - (f) $\left(-\frac{6}{5}ax^4y^5\right)^3$.
3. Effectuez les produits suivants :
- (a) $\left(\frac{3}{2}a^2b - \frac{5}{4}ab + 3a\right) \left(-\frac{4}{3}a^2b^3\right)$.

- (b) $\left(\frac{5}{4}ax^2 + \frac{3}{2}bx - 4x\right)\left(-\frac{4}{5}ax^5\right).$
 - (c) $\left(\frac{2}{5}a^2x - 3ay - 4by\right)(4a^3x^2y).$
 - (d) $\left(-\frac{3}{2}x^5 + \frac{15}{4}x^3 - \frac{2}{5}x\right)\left(-\frac{20}{3}x^4\right).$
 - (e) $(2x - 3y)(4x - 2).$
 - (f) $(2a + 3b)(-4a + 6b).$
 - (g) $(-4x + 3y + 1)(y - 3).$
 - (h) $(-2a + 3b - 5)(a - b).$
 - (i) $(2x^3 - 3y - 2 + 5)(x^2 - y).$
 - (j) $(4a^3 - 5b^4 + ab)(a^2 - b).$
 - (k) $(5xy + 3x - 2y)(2x - y).$
 - (l) $(-3xy + 4x - 2y)(x + 5).$
 - (m) $(14a^2b + 5a^2 - b)(a^2 - 2b).$
 - (n) $(7a^3b - 4b^2 + 2a^3)(2a^3 + 4b^2).$
4. Soient les expressions littérales $A = -2x^2 + 3x + 5$ et $B = x^2 - x + 3$.
- (a) Calculez le produit AB .
 - (b) Pour $x = -3$, vérifiez le résultat en calculant séparément les valeurs numériques de A , B et AB .
5. Soit l'expression littérale $A = x^2 - 3x + 2$.
- (a) Calculez le carré, puis le cube de A .
 - (b) Vérifiez pour $x = -4$, les valeurs de A , A^2 et A^3 .
6. Effectuez les produits suivants.
- (a) $(2x - 7)(-3x + 2).$
 - (b) $(4x^5 + 7 - 2x^3)(x^3 - 2x).$
 - (c) $(5x^3 - 2x)(3x - 4x^2)$
 - (d) $(2x - 7x^2 + 5x^3)(3x - 5x^2 + 8).$
 - (e) $\left(-2x + \frac{3}{2}\right)(4x + 3).$
 - (f) $\left(\frac{8}{3}x - \frac{3}{2}x^2 + 5\right)(4x^3 - 5x^2 + 7).$
 - (g) $(7x^4 - 2x^3 + 4x^2)(3x^2 - 5).$
 - (h) $(2x^2 - 4x^3)(x^3 - 2x).$
 - (i) $(2x^2 - 4 + 2x)(x^2 + 5 - 2x).$
 - (j) $\left(\frac{5}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{7}{2}x^3 - \frac{2}{3}x + x^2\right).$

7. Calculez les produits suivants :

(a) $(2x + 3)(3x + 2)(x - 4)$.

(b) $(5x - 1)(2x + 3)(7 + 4x)$.

(c) $(3x^2 - 1)(x + 1)(x - 1)$.

(d) $\left(x - \frac{3}{5}\right)(5x^2 - 1)(5x + 3)$.

(e) $(2x^2 + 3x - 4)^2$.

(f) $(4x^3 - 7x + 2x^2 + 5)^2$.

(g) $(7x - 5)^3$.

(h) $(x^2 - x + 2)^3$.

8. Développez et réduisez :

(a) $5(3a^2 - 4b^3) - [9(2a^2 - b^3) - 2(a^2 - 5b^3)]$.

(b) $3a^2(2b - 1) - [2a^2(5b - 3) - 2b(3a^2 + 1)]$.

(c) $(2a + 5b)(3a - 2b) - (2a - 1)(3a + 2b) - (a - 2b)(5b - 1)$.

(d) $(2x - 3y)(5x - 2y) - (3x - 2y)(2x + 1) - (5x - y)(3y + 1)$.

(e) $(ax^2 - b)(ax^2 - 2b) + 3b(ax^2 - b) + b(b - 1)$.

(f) $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + 6(x - 1)(x - 2) + 7(x - 1)$.

(g) $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x - y) + xy(x^3 + y^3)$.

(h) $\frac{2}{3}x^2y\left(2x^2 - \frac{y}{3}\right) - 2x^2(2x^2 - 1) + \left(2x^2 - \frac{y}{3}\right)\left(1 - \frac{y}{3}\right)(2x^2 - 1)$;

Exercice 4 - Identités remarquables

1. Vérifiez les identités suivantes :

(a) $\frac{1}{2}(a + b)^2 + \frac{1}{2}(a - b)^2 = a^2 + b^2$. (identité du parallélogramme).

(b) $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$. (identité de polarisation).

(c) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$.

(d) $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) = a^4 - b^4$.

(e) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$.

(f) $(aa' + bb')^2 + (ab' - a'b)^2 = (a^2 + b^2)(a'^2 + b'^2)$.

(g) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4 - 1$.

(h) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = 0$.

(i) $a(bz - cy) + b(cx - az) + c(ay - bx) = 0$.

(j) $(x + y)^3 - 3xy(x + y) = x^3 + y^3$.

- (k) $(x + y)^3 + 2(x^3 + y^3) = 3(x + y)(x^2 + y^2)$.
2. Utilisez les identités remarquables du cours pour développer les produits suivants :
- (a) $\left(\frac{3}{2}x^3 - \frac{2}{5}y^2\right)^2$.
- (b) $\left(\frac{4}{3}x^5 + \frac{2}{5}y^3\right)^2$.
- (c) $\left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{4}y\right)\left(\frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{4}y\right)$.
- (d) $\left(\frac{2}{3}a^2x^3 - \frac{1}{2}by^4\right)\left(\frac{2}{3}a^2x^3 + \frac{1}{2}by^4\right)$.
- (e) $(3x + 4y - 5)(3x + 4y + 5)$.
- (f) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{5}y - 1\right)\left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y + 1\right)$.
- (g) $(3x + 4y - 2z)^2$.
- (h) $\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{4}y + z\right)^2$.
3. Développez et réduisez :
- (a) $(a + b)(a + x)(b + x) - a(b + x)^2 - b(a + x)^2$.
- (b) $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b) + (b - c)(c - a)(a - b)$.
- (c) $(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$.
- (d) $(b - c)(x - a)^2 + (c - a)(x - b)^2 + (a - b)(x - c)^2$.
- (e) $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2 - (a + b + c)^2$.
- (f) $a^2(a - b)(a - c) + b^2(b - c)(b - a) + c^2(c - a)(c - b)$.

Exercice 5- Équations

1. Résolvez les équations suivantes :
- (a) $5(2x - 3) - 4(5x - 7) = 19 - 2(x + 11)$.
- (b) $4(x + 3) - 7x + 17 = 8(5x - 1) + 166$.
- (c) $17 - 14(x + 1) = 13 - 4(x + 1) - 5(x - 3)$.
- (d) $5x + 3,5 + (3x - 4) = 7x - 3(x - 0,5)$.
- (e) $7(4x + 3) - 4(x - 1) = 15(x + 0,75) + 7$.
- (f) $17x + 15(x - 1) = -1 - 14(3x + 1)$.
2. Résolvez les équations suivantes (après développement, les termes en x^2 ou x^3 se simplifient) :
- (a) $(x - 1)^2 + (x + 3)^2 = 2(x - 2)(x + 1) + 38$.
- (b) $5(x^2 - 2x - 1) + 2(3x - 2) = 5(x + 1)^2$.

- (c) $(9x + 1)(x - 2) = (3x + 4)(3x - 5)$.
- (d) $7(3 - 2x) - 5x(2x - 1) = (5x + 3)(3 - 2x)$.
- (e) $(3x - 1)^2 - (2x + 3)^2 + 7 = (2x + 1)(2x - 1) + x(x + 7)$.
- (f) $(x + 2)^3 + (x - 2)^3 + (x + 1)^3 = 3(x + 1)(x + 2)(x - 2)$.
3. Résolvez les équations suivantes :
- (a) $\frac{5}{2}x + 3 - \frac{7x}{4} = x + \frac{9}{4}$.
- (b) $\frac{3x}{7} - \frac{2x}{15} + 3 = \frac{x}{3} + \frac{13}{3}$.
- (c) $x + \frac{1}{2} - \frac{x}{6} = 16 - \frac{2x}{9} + \frac{1}{3}$.
- (d) $\frac{7x}{4} - 2 - \frac{x}{2} = \frac{2x}{13} - \frac{85}{52}$.
- (e) $\frac{2x}{3} + 4 - \frac{2x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{x}{3} + 3, 5$.
- (f) $\frac{x}{6} - 1 = \frac{x}{4} - \frac{x}{3} - 1$.
4. Résolvez les équations suivantes (on se ramènera au cas entier en multipliant par un nombre opportun).
- (a) $\frac{x+5}{4} - \frac{x-3}{6} = \frac{x}{3}$.
- (b) $\frac{3x-7}{2} + \frac{x+1}{3} = -16$.
- (c) $x - \frac{x+1}{3} = \frac{2x+1}{5}$.
- (d) $\frac{7-3x}{1}2 + \frac{3}{4} = 2(x-2) + \frac{5(5-2x)}{6}$.
- (e) $\frac{x}{5} - \frac{3x-1}{6} + \frac{3-x}{4} = 0$.
- (f) $\frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4}$.
- (g) $\frac{2x-7}{5} + \frac{x+11}{2} = -4$.
- (h) $\frac{2x-3}{3} - \frac{x-3}{6} = \frac{4x+3}{4} - 17$.
- (i) $\frac{5x-3}{4} - \frac{7x-5}{9} = \frac{x+19}{6}$.
- (j) $\frac{5x+1}{8} - \frac{x-1}{3} = \frac{4(2x-3)}{9}$.
- (k) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x+2}{7} = x + 13$.
- (l) $\frac{8x+2}{5} - \frac{x-11}{7} = \frac{5x-3}{2} - \frac{3x-1}{4}$.
- (m) $\frac{2x-7}{9} - \frac{x-5}{6} = \frac{x-9}{8}$.
- (n) $\frac{5x+7}{4} - \frac{3x+5}{8} = \frac{4x+9}{5} - \frac{x-9}{3}$.
- (o) $\frac{5x+6}{7} - \frac{3x+1}{4} = \frac{x+16}{5}$.
- (p) $\frac{4x+7}{5} - \frac{x-5}{6} = \frac{2x+14}{3} - \frac{2x-7}{9}$.
5. Résoudre les équations suivantes (après multiplication et développement, les termes en x^2 disparaissent) :
- (a) $\frac{(x-1)(x+5)}{3} - \frac{(x+2)(x+5)}{1}2 = \frac{(x-1)(x+2)}{4}$.

- (b) $\frac{(x+1)^2}{3} + \frac{(x-2)(x-3)}{2} = \frac{(5x-1)(x-4)}{6} + \frac{28}{3}$.
- (c) $\frac{(3x+1)(3x-1)}{9} - \frac{(x-5)(x+1)}{2} = \frac{(9x-1)(x+3)}{18} + \frac{8}{9}$.
- (d) $\frac{(4x+7)^2}{4} - \frac{(5x-1)^2}{7} = \frac{(8x-3)(3x+4)-79x}{56}$.
- (e) $\left(x - \frac{8}{3}\right)(x + 0,75) = (x + 4,5)(x + 1,5) - \frac{145}{3}$.
- (f) $\frac{(x-5)^2}{5} + \frac{(x+3)^2}{3} = \frac{(3x+1)(3x-1)-x(x+1)}{15}$.
- (g) $\left(3x - \frac{4}{5}\right)\left(5x + \frac{2}{3}\right) = 15(x-1)(x+1) + \frac{7}{15}$.

Exercice 6 - Équations produits

1. Résoudre les équations produits suivantes :
 - (a) $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$.
 - (b) $(x-3)(x-4)(x-5) = 0$.
 - (c) $(2x+1)(x+1)(4x-3) = 0$.
 - (d) $(2x+1)(x+4)(3x+1) = 0$.
 - (e) $x(5x+1)(4x-3)(3x-4) = 0$.
 - (f) $5x(3x-7) = 0$.
2. Résoudre en factorisant pour faire apparaître une équation produit :
 - (a) $x^2 - 3x = 0$.
 - (b) $5x^2 + 8x = 0$.
 - (c) $4x^2 - \frac{7x}{3} = 0$.
 - (d) $\frac{x^2}{5} + x = 0$.
 - (e) $-\frac{3x^2}{5} + x = 0$.
 - (f) $-\frac{5x^2}{7} - \frac{3x}{4} = 0$.
 - (g) $x(x+1) = x+1$.
 - (h) $(4x-1)(x-3) = (x-3)(5x+2)$.
 - (i) $(x+3)(x-5) + (x+3)(3x-4) = 0$.
 - (j) $5(x+1)(x+2)(x-3) = 4(x+1)(x+2)(x-4)$.
3. Résoudre les équations suivantes, en utilisant des identités ou des factorisations pour se ramener à une équation produit :
 - (a) $(x+5)(4x-1) + x^2 - 25 = 0$.
 - (b) $(x+4)(5x+9) - x^2 + 16 = 0$.
 - (c) $x^2 - 9 = 0$.

(d) $5x^2 - 125 = 0.$

(e) $4x^2 - 49 = 0.$

(f) $x^2 - 100 = 0.$

(g) $x^2 = 81.$

(h) $9x^2 = 64.$

(i) $(x + 1)^2 - (2x - 5)^2 = 0.$

(j) $(2x + 7)^2 - (4x - 9)^2 = 0.$

(k) $(5x + 1)^2 = (x - 1)^2.$

(l) $(3x + 1)^2 = (x - 4)^2.$

(m) $4(x + 1)^2 - 9(x - 1)^2 = 0.$

(n) $(x + 7)^2 - 81(x - 5)^2 = 0.$

(o) $5x^3 - 5x = 0.$

(p) $(x + 1)(x - 1)^2 - (x + 1)(x - 2)^2 = 0.$

(q) $3x^2 - 12x = 0.$

(r) $(3x + 1)(x - 3)^2 = (3x + 1)(2x - 5)^2.$

(s) $7x^3 - 175x = 0.$

(t) $(x + 5)(3x + 2)^2 = x^2(x + 5).$