Correction du contrôle commun de mathématiques

Exercice 1

1. $A = (x+3)(2x-4) + (x+3)(6x+1) = (x+3)[(2x-4)+(6x+1)] = (x+3)[2x-4+6x+1]$
   $A = (x+3)(8x-3)$

2. [BC] est le plus long côté du triangle ABC.
   D'une part $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$
   D'autre part $BA^2 + AC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$
   Comme $BC^2 = BA^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.
3. $B = (4x-3)(3x-2) - 5x(3x-4)$
   $B = 12x^2 - 8x - 9x + 6 - 15x^2 + 20x$
   $B = -3x^2 + 3x + 6$

4. 20 692 : 1,12 = 18 475 Il y avait 18 475 habitants en 2021.

5. Question A : Réponse 1 Question B : Réponse 1 Question A : Réponse 3

6. Baisser un prix de 30% puis de 20% revient à le multiplier par :

   $$(1-0{,}3)\times(1-0{,}2) = 0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56 = 1 - 0{,}44$$

   Ce qui correspond à une baisse de 44% et non pas de 50%.

   Cette affirmation est donc fausse.

Exercice 2

1. a. $132 = 4\times33 = 2\times2\times3\times11 = 2^2\times3\times11$ $198 = 2\times99 = 2\times3\times3\times11 = 2\times3^2\times11$

   b. Le nombre de paniers doit diviser $132 = 2\times2\times3\times11$; $198 = 2\times3\times3\times11$ et $186 = 2\times3\times31$

   La plus grande solution est donc $2\times3 = 6$ paniers.

   c. Il y aura donc 132 : 6 = 22 choux, 198 : 6 = 33 carottes et 186 : 6 = 31 navets

   dans chaque paniers.

2. a. $186 = 22 \times 8 + 10$ (division euclidienne) 10 navets ne seront pas utilisés.
   b. $22 - 10 = 12$ Alix doit cueillir au moins 12 navets supplémentaires.

3. Le nombre de tomates doit être un multiple de 22 entre 105 et 130 :

$22\times4 = 88$ $22\times5 = 110$ $22\times6 = 132$ Il faut donc cueillir 110 tomates.

Exercice 3

1. a. 5
$5^2=25$
$2\times25 = 50$
$50 + 2\times5 = 60$
$60 - 4 =$ 56

b. Résultat 1 : $-9 + 2 = -7$
Résultat 2 = $-9 - 1 = -10$
et $-7 \times (-10) =$ 70

2. a) $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$

b) x
x^2
$2\,x^2$
$2\,x^2+2\,x$
$2\,x^2+2\,x -4$: résultat obtenu avec le programme A

3. $E_2 = (x + 2) \times (x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$

Donc $2\times E_2 = = 2(x^2 + x - 2) = 2\,x^2+2\,x-4$

Le résultat du programme A est donc toujours le double du résultat du programme B.

Exercice 4

1. Le triangle FJG est rectangle en F.
D'après le théorème de Pythagore : $GJ^2 = GF^2 + FJ^2$
$5^2 = 3^2 + FJ^2$
$25 = 9 + FJ^2$
$FJ^2 = 25 - 9 = 16$
$FJ = \sqrt{16} = 4$ m

2. EF + FJ + JG + GH + HE = 6 + 4 + 5 + 6 + 3 = 24
Il faut au moins 24m de planches.

3. a. Aire de la terrasse = aire du rectangle EFGH + aire du triangle GFI
$= 3\times6 + 4\times3 : 2$
$= 18 + 6$
$= 24$ m²

Volume de la terrasse = aire de la terrasse x hauteur de la terrasse
$= 24 \times 0{,}15$
$= 3{,}6$ m³ ce qui est bien inférieur à 4 m³.

b. $4 \times 250 = 1\,000$ Il faut acheter 1 000 kg de ciment.

c. 2 : 7 : 5 = 2x500 ; 7x500 : 5x500 = 1 000 : 3 500 : 2 500

Il faut donc 3 500 kg de gravier et 2 500 kg de sable pour faire 4 m^3 de béton.

4. Il faut 2 couches de peinture : il y a donc 2x24 = 48 m^2 à peindre.
   Il faut donc 48 : 5 = 9,6 L de peinture.

   <u>Pot A</u> : Il faut 2 pots A : le premier coutera 79,90 € et le deuxième 0,5x79,90 = 39,95 € ce qui fait 79,90 + 39,95 = 119,85 € en tout.

   <u>Pot B</u> : Il faut 1 pot B à 129,90 €

   Le moins cher est donc de prendre 2 pots A.

Exercice 5

1. Le triangle MSO est rectangle en O.
   D'après le théorème de Pythagore : $SM^2 = SO^2 + OM^2$
   $SM^2 = 30^2 + 9^2 = 900 + 81 = 981$
   $SM = \sqrt{981} \approx 31{,}3$ cm

2. Longueur du cercle : 2x π x Rayon = 2x π x 9 ≈ 56,6 cm donc le chapeau est adapté.

3. a. Longueur du cercle : 2x π x Rayon ≈ 2x π x 31,3 ≈ 196,7 cm

   b.

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	x ...
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ (en centimètre) (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	... 196,7	56,5

$$x = \frac{360 \times 56{,}5}{196{,}7} \approx 103° \;;$$

4. Volume du chapeau = aire de la base x hauteur : 3 = $\pi \times 9^2 \times 30 : 3 \approx 2\,545$ cm^3

5. a. Les droites (OM) et (TN) sont perpendiculaires à la même droite (SO), elles sont donc parallèles.

b. Les droites (MN) et (OT) sont sécantes en S et les droites (OM) et (TN) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{ST}{SO} = \frac{SN}{SM} = \frac{TN}{OM}$$

$$\frac{20}{30} = \frac{SN}{SM} = \frac{TN}{9}$$

$$TN = \frac{20\times 9}{30} = 6\ cm$$

c. Volume rempli de bonbons : aire de la base x hauteur : 3 = πx6 ²x20 :3 ≈ 754 cm^3

50% de 2 545 = 0,5 x 2 545 = 1 272,5 cm^3

Le chapeau est bien rempli à moins de 50% de son volume total.

Exercice 6

1. On lit environ 60° Ouest et 15° Nord.

2. a.

	17 jour	24 heure	81 minutes
	~~18 jours~~	~~1 heure~~	~~21 minutes~~
-	15 jours	13 heures	27 minutes
=	2 jours	11 heures	54 minutes

Le bateau LinkedOut met 2 jours 11 heures et 54 minutes de plus que le bateau Primonial pour effectuer son parcours.

b.

16 jours 1 heure 48 minutes ≈16x24 +2 = 386 h

Durée (h)	386	1
Distance (milles)	7500	d

d≈7500x1 : 386 ≈ 19,4

La vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild est d'environ 18,4 milles/h et 2,2 x 8,7 ≈ 19,1.

La vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild a été environ 2,2 fois plus grande que celle du bateau Redman.

c. Un tour du monde faisant 4x10^4 km, son quart est de 1x10^4 = 10 000 km.

5 800 milles = 5 800 x 1,852 ≈ $10\ 742\ km$ Le journaliste a donc raison.