

# ÉPREUVES COMMUNES

## Mathématiques

Durée de l'épreuve : **2 heures**

Ce sujet comporte :  
5 pages, numérotées de 1 à 5

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

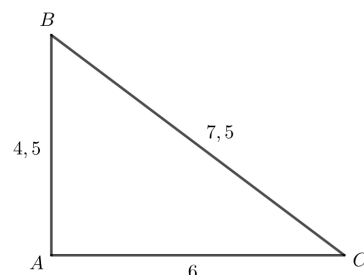
---

**Exercice 1 :** Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes

**20 points**

1. Factoriser et réduire le deuxième facteur :  $A = (x + 3)(2x - 4) + (x + 3)(6x + 1)$

2. Le triangle  $ABC$  est-il rectangle ? Justifier la réponse.



3. Développer et réduire  $B = (4x - 3)(3x - 2) - 5x(3x - 4)$ .

4. Le nombre d'habitants d'une ville a augmenté de 12% entre 2021 et 2022.

Cette ville compte 20 692 habitants en 2022. Quel était le nombre d'habitants de cette ville en 2021 ?

5. QCM : Sans justification, reporter le numéro de la question et sa réponse associée sur la copie.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
A	$2 \times 2^{400}$ est égal à ...	$2^{401}$	$4^{400}$	$2^{800}$
B	$\frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} =$	$(-2)^{-3}$	$(-2)^3$	$2^{-3}$
C	La notation scientifique de 1 500 000 000 est	$15 \times 10^8$	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^9$

6. Affirmation : « Durant les soldes, si on baisse le prix d'un article de 30% puis de 20%, au final, le prix de l'article a baissé de 50% ».

Dire si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

**Exercice 2 :****16 points**

Alix, un agriculteur, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients. Il a déjà récolté 132 choux, 198 carottes et 186 navets. Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes. La décomposition de 186 en produit de facteurs premiers est :  $2 \times 3 \times 31$ .

1.
  - a. Décomposer en facteurs premiers les nombres 132 et 198
  - b. En déduire le nombre de paniers maximum qu'Alix peut préparer.
  - c. Combien de choux, de carottes et de navets y aurait-il dans chaque panier ?
2. Finalement, Alix décide de préparer 22 paniers.
  - a. Combien de navets ne seront pas utilisés ? Justifier votre réponse.
  - b. Combien doit-il cueillir au minimum de navets supplémentaires pour pouvoir tous les utiliser ?
3. Alix souhaite que ses 22 paniers contiennent également des tomates. Il estime qu'il en a entre 105 et 130 prêtes à être récoltées. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?  
**Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.**

**Exercice 3 :****14 points**

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> <li>Choisir un nombre.</li> <li>Prendre le carré du nombre choisi.</li> <li>Multiplier le résultat par 2.</li> <li>Ajouter le double du nombre de départ.</li> <li>Soustraire 4 au résultat.</li> </ul>	<pre> 1 quand le drapeau vert est cliqué 2 demander Choisir un nombre et attendre 3 mettre Nombre choisi à réponse 4 mettre Résultat 1 à Nombre choisi + 2 5 mettre Résultat 2 à Nombre choisi - 1 6 dire regroupier Le résultat est et Résultat 1 * Résultat 2 </pre>

1.
  - a. Vérifier que, si l'on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.
  - b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si l'on choisit  $-9$  comme nombre de départ ?
2. On choisit un nombre quelconque  $x$  comme nombre de départ.
  - a. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B ?

$$E_1 = (x + 2) - 1$$

$$E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$$

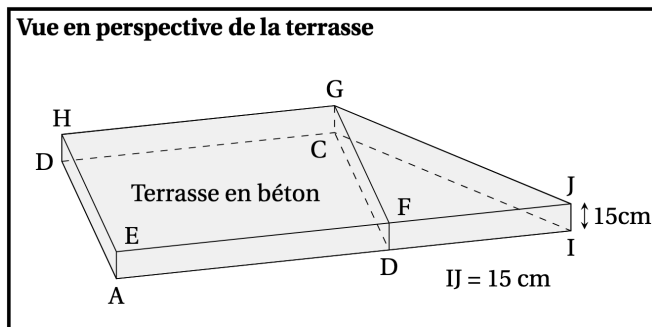
$$E_3 = x + 2 \times x - 1$$

- b. Exprimer en fonction de  $x$  le résultat obtenu avec le programme A.
3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

## Exercice 4 :

17 points

M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin. Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de 15 cm. Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.

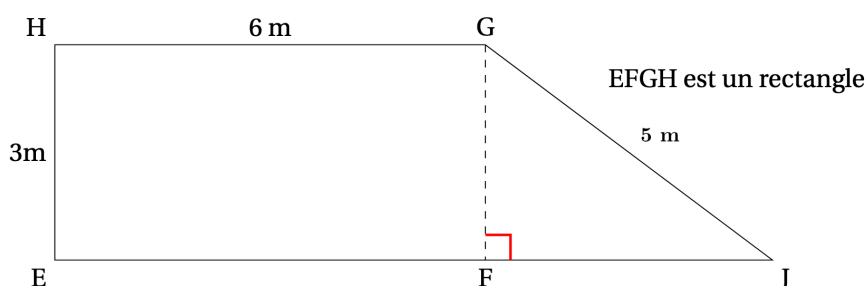


### Rappel :

Le volume d'un prisme est donné par la formule :

$$V = \text{Aire}_{\text{base}} \times \text{Hauteur}$$

### Vue de dessus de la terrasse



- Montrer que  $FJ = 4$  m.
- Afin de pouvoir couler le béton, M. et Mme Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour. Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?
- M. et Mme Martin souhaitent réaliser  $4\text{m}^3$  de béton.
  - Montrer que le volume de la terrasse est bien inférieur à  $4\text{m}^3$ .
  - Sachant que pour faire  $1\text{m}^3$  de béton, il faut 250 kg de ciment, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser  $4\text{m}^3$  de béton ?
  - Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable. Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio 2 : 7 : 5. Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les  $4\text{m}^3$  de béton.
- M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de la terrasse. A l'aide des documents 1, 2 et 3 ; déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

#### Document 1 : Pots de peinture proposés

	Pot A	Pot B
Contenance (en litres)	5	10
Prix (en euros)	79,90	129,90

#### Document 2 : L'offre du mois

Moins 50 %  
sur le deuxième article  
identique

#### Document 3 :

Deux couches de peinture sont nécessaires.  
1 litre de peinture permet de réaliser une couche de  $5\text{m}^2$ .

### Exercice 5 :

20 points

Léo veut fabriquer un chapeau en forme de cône pour se déguiser en sorcier lors de la fête d'Halloween.

Voici la représentation de ce chapeau en perspective cavalière.

Le rayon  $OM$  de la base de ce cône mesure 9cm et la hauteur  $OS$  mesure 30cm

1. Démontrer que la longueur  $MS$ , arrondie au dixième de centimètre, est 31,3cm.

2. Léo souhaite vérifier que le chapeau sera adapté à son tour de tête qui mesure 56cm.

Les dimensions choisies pour concevoir le chapeau sont-elles adaptées au tour de tête de Léo ?

3. Léo a représenté ci-contre le patron de son chapeau.

Il a reporté dessus les mesures des longueurs qu'il connaît et nommée  $M'M$  l'arc de cercle de longueur 56,5 cm.

a. Démontrer que la longueur du cercle de centre  $S$  et de rayon  $SM$  arrondie au dixième de centimètre, est égale à 196,7cm.

Pour dessiner en grandeur réelle son chapeau, il a besoin de calculer la mesure de l'angle  $\widehat{M'SM}$  qui est proportionnelle à la longueur de l'arc de cercle  $M'M$ .

Il décide de représenter cette situation par le tableau de proportionnalité donné en **Annexe**.

b. Compléter le tableau de proportionnalité en **Annexe, à rendre avec la copie**.

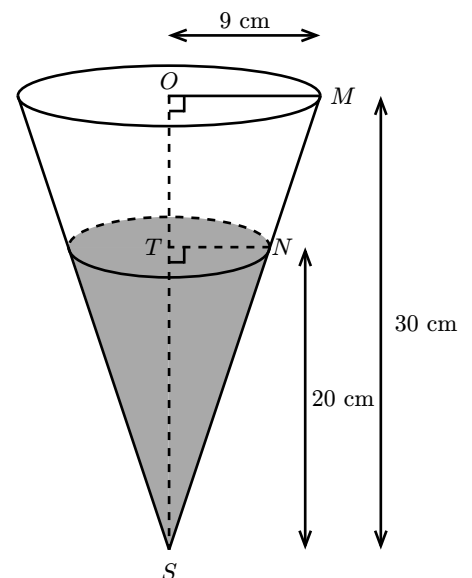
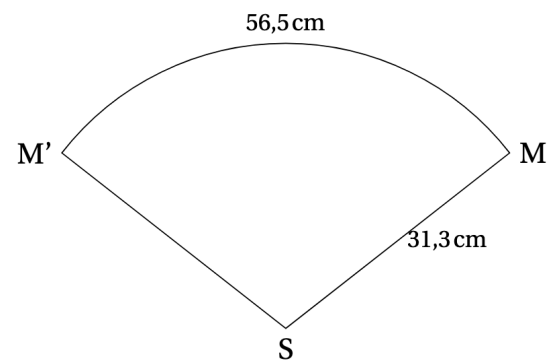
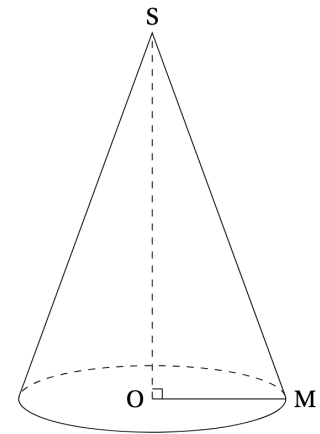
Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{M'SM}$  correspondant à une longueur d'arc de 56,5cm arrondi au degré.

4. Montrer que le volume total du chapeau arrondi, au  $\text{cm}^3$ , est de  $2545\text{cm}^3$ .

5. a. Démontrer que les droites  $(TN)$  et  $(MO)$  sont parallèles.

b. Calculer la longueur  $TN$ .

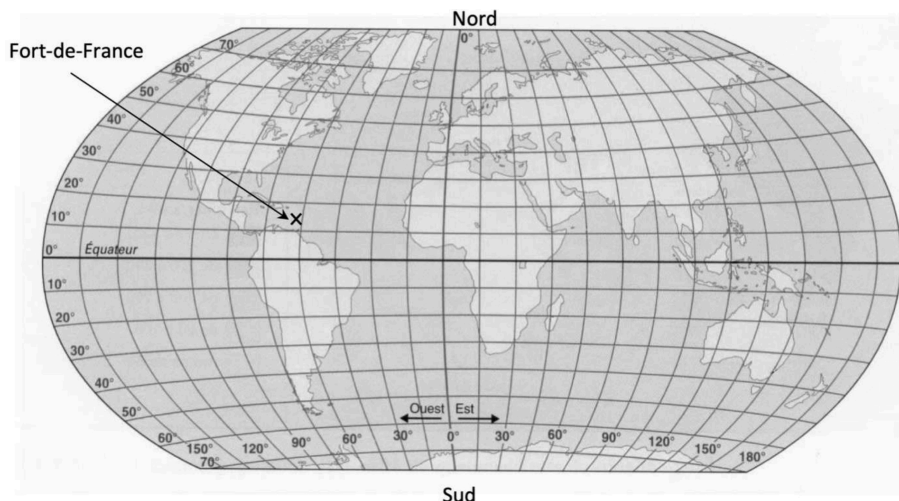
c. Léo décide d'utiliser son chapeau pour transporter les bonbons d'Halloween, partie grise sur la figure. Le chapeau est rempli au  $\frac{2}{3}$  de sa hauteur, soit 20 cm. Il estime que son chapeau est rempli à moins de 50% de son volume total. Son estimation est-elle correcte ?



**Exercice 6 :****13 points**

La transat Jacques Vabre est une course de bateaux qui relie la ville du Havre, en France métropolitaine, à la ville de Fort-de-France, en Martinique.

1. Avec la précision permise par la carte, donner la latitude et la longitude de la ville de Fort-de-France repérée par une croix sur la carte ci-dessous.



2. Lors de l'édition 2021, 75 bateaux ont participé à cette course, répartis dans quatre catégories en fonction du parcours à réaliser : Class 40, Ocean Fifty, Imoca, Ultim.  
Le tableau ci-dessous présente les catégories, les effectifs engagés, les distances parcourues et le palmarès de la Transat.

	Nombres de bateaux de la caté- gorie	Distance du parcours	Nom du ba- teau vain- queur de la catégorie	Durée de course du vain- queur
<b>Class 40</b>	43	4 600 milles	Redman	21 jours 22 heures 33 minutes
<b>Coean Fifty</b>	7	5 800 milles	Primonial	15 jours 13 heures 27 minutes
<b>Imoca</b>	20	5 800 milles	LinkedOut	18 jours 1 heure 21 minutes
<b>Ultim</b>	5	7 500 milles	Maxi Edmond de Rothchild	16 jours 1 heure 48 minutes

**Information :**

Un mille nautique est une unité de mesure marine qui équivaut à 1,852 km environ.

- a. Montrer que le bateau LinkedOut met 2 jours 11 heures et 54 minutes de plus que le bateau Primonial pour effectuer son parcours.
- b. La vitesse moyenne du bateau Redman a été d'environ 8,7 milles/h.  
Montrer que la vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild a été environ 2,2 fois plus grande que celle du bateau Redman.
- c. Un journaliste affirme que la distance parcourue par un bateau de la catégorie Ocean Fifty est environ égale à un quart de tour du monde. Sachant qu'un tour du monde mesure  $4 \times 10^4$  km , le journaliste a-t-il raison ?

# Annexe - à rendre avec la copie

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	...
Longueur de l'arc $\widehat{M'M}$ (en centimètre) (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	...	56,5