

Première partie Nombres fractionnaires

Les fractions

1. Découper une ficelle AB en 2, 4, 8 et 16 segments égaux. Vérifier que :

$$AB \times \frac{1}{2} = AB \times \frac{2}{4} = AB \times \frac{4}{8} = AB \times \frac{8}{16}$$

puis que

$$AB \times \frac{5}{8} > AB \times \frac{3}{8};$$
 $AB \times \frac{3}{4} > AB \times \frac{3}{8}$

- 2. Construire un angle, le partager en deux angles égaux, puis en 4 angles égaux, et en 8 angles égaux. Comparer les fractions correspondant à $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{8}$, puis celles correspondant à $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$, puis celles correspondant à $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{4}$.
- 3. Partager un cercle en 16 secteurs égaux. En déduire la comparaison des fractions suivantes :

$$\frac{3}{8}$$
 et $\frac{6}{16}$; $\frac{5}{16}$ et $\frac{7}{16}$; $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{16}$.

4. Une longueur mesure 360 m. Quels sont les produits de cette longueur par les fractions :

$$\frac{7}{12}$$
, $\frac{5}{18}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{9}{10}$

- 5. Une balle élastique rebondit aux $\frac{4}{9}$ de la hauteur où elle est tombée. On l'abandonne à une hauteur de 1, 80 m au-dessus du sol. À quelle hauteur s'élève-t-elle après avoir rebondi 3 fois?
- 6. La largeur d'un rectangle mesure 147 m; elle est les $\frac{7}{11}$ de la longueur. Trouver la surface du rectangle.
- 7. Un tonneau est plein de vin; on tire les $\frac{7}{9}$ du tonneau et il reste encore 50 litres de vin. Quelle est la capacité du tonneau?
- 8. Un alliage d'argent au titre de $\frac{875}{1\ 000}$ contient 1 750 g de métal fin. Quel est le poids total de cet alliage?

- 9. Un capital placé à 4 pourcents produits un intérêt de 724 F. Quel est ce capital?
- 10. Trouver une fraction égale à $\frac{5}{7}$ ayant pour dénominateur 40.
- 11. Trouver une fraction égale à $\frac{11}{9}$ ayant pour dénominateur 63.
- 12. Trouver une fraction égale à $\frac{3}{4}$ et telle que la somme de ses termes soit 21.
- 13. Trouver une fraction égale à $\frac{8}{5}$ et telle que la différence de ses termes soit 15.
- 14. Une longueur AB est mesurée par $\frac{13}{11}$ de mètre. Une longueur CD est mesurée par $\frac{5}{11}$ de mètre. Quelle fraction de AB représente CD? Quelle fraction de CD représente AB?
- 15. Quelle fraction de l'année représentent 5 jours? 17 jours? 265 jours?

Quelle fraction d'heure représentent 10 min? 30 min? 7 min 21 s? 13 s?

Quelle fraction du jour s'est-il écoulé lorsqu'il est 8 h? 7 h du soir?

Quelle fraction de la semaine reste-t-il après 3 jours?

16. Quelle fraction 1 de degré représentent les angles suivants :

35', 11', 27', 50', 20'', 17'', 45'',

- 17. Un voyageur parcourt en chemin de fer 560 km. Quelle distance a-t-il parcourue lorsqu'il a accompli les $\frac{5}{8}$ du parcours?
- 18. Les $\frac{15}{22}$ d'un nombre sont 855. Quel est ce nombre?
- 19. Trouver deux longueurs dont la somme a pour mesure 6,5 cm en sachant que l'une est les $\frac{4}{9}$ de l'autre.
- 20. Trouver toutes les fractions égales à $\frac{7}{10}$ dont le numérateur soit compris entre 400 et 500.
- 21. Trouver toutes les fractions égales à $\frac{4}{11}$ dont le dénominateur soit compris entre 300 et 400.
- 22. Comparer les fractions $\frac{11}{20}$ et $\frac{13}{17}$ en les comparant à une fraction auxiliaire qui ait le même numérateur que la seconde fraction et le même dénominateur que la seconde.
- 23. Ranger les fractions suivantes dans l'ordre croissant (utiliser la méthode de l'exercice précédent)

- 24. Un cycliste prépare un voyage pour le lendemain : il quittera la localité A pour aller à B où il s'arrêtera 2 h $\frac{1}{4}$, puis terminera son excursion en allant à C, où il désire arriver 25 minutes avant le passage du train de 17h 35 qu'il prendra pour le retour.
 - (a) À quelle heure doit-il partir de A sachant que, sur sa carte routière à l'échelle de 1 pour 200 000, la distance de A à C mesure 40 cm $\frac{1}{2}$, et que sa vitesse moyenne sera de 12 km à l'heure?
 - (b) Calculer la distance BC sachant qu'elle est les $\frac{4}{5}$ de la distance AB.
- 25. Un commerçant vend les $\frac{5}{6}$ d'une pièce de toile et les $\frac{3}{4}$ d'une pièce de soie soit, au total, 96 m de tissu. On demande quelle est la longueur de chacune des deux pièces sachant que les longueurs des coupons restants sont égales. On recommande de s'aider d'une figure.

^{1. 1&#}x27;(une minute) est un soixantième de degré; 1"(une seconde) est un soixantième de minute.

Simplification des fractions

1. Simplifier les fractions

$$\frac{77}{121}$$
; $\frac{156}{208}$; $\frac{225}{375}$; $\frac{125}{1000}$; $\frac{130}{273}$; $\frac{2352}{5376}$; $\frac{30752}{37800}$.

2. Simplifier les fractions:

$$\frac{18 \times 35 \times 77}{66 \times 21 \times 9}; \qquad \frac{45 \times 38 \times 34 \times 100}{25 \times 95 \times 17}; \qquad \frac{3 \times 5^2 \times 7^4}{3^2 \times 5^4 \times 7}; \qquad \frac{2^5 \times 3^2 \times 11}{2^5 \times 3^3 \times 17}$$

3. Réduire au même dénominateur les fractions :

$$\frac{17}{25}$$
 et $\frac{19}{45}$; $\frac{5}{26}$ et $\frac{7}{39}$; $\frac{1}{350}$ et $\frac{1}{420}$; $\frac{13}{77}$ et $\frac{9}{66}$.

4. Réduire au même dénominateur les fractions :

$$\frac{18}{36}, \frac{19}{38} \text{ et } \frac{17}{40}; \qquad \frac{11}{20}, \frac{34}{60} \text{ et } \frac{128}{120}; \qquad \frac{15}{17}, \frac{11}{60}et\frac{15}{66}; \qquad \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{3}{24}et\frac{5}{18}.$$

5. Comparer les fractions :

$$\frac{15}{16}$$
 et $\frac{14}{15}$; $\frac{13}{21}$ et $\frac{15}{28}$; $\frac{84}{115}$ et $\frac{36}{43}$

6. Ranger par ordre de grandeur les fractions et les nombres :

$$\frac{7}{4}$$
 $\frac{7}{8}$ 12 $\frac{23}{45}$ $\frac{27}{50}$ 2 $\frac{39}{12}$ 3.

7. (a) Réduire au même dénominateur les fractions :

$$\frac{1}{2}$$
 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$.

- (b) Les réduire au même numérateur;
- (c) les comparer.

- 8. Trouver toutes les fractions égales à $\frac{60}{72}$ et dont les termes soient plus petits que ceux de cette fraction.
- 9. Montrer qu'en ajoutant aux deux termes de la fraction $\frac{4}{9}$ les produits de 4 et de 9 par un même nombre entier, on obtient un fraction égale à $\frac{4}{9}$. Généraliser.
- 10. Démontrer que les fractions $\frac{141}{329}$ et $\frac{111}{259}$ sont égales. Simplifier ces deux fractions, puis comparer la fraction irréductible trouvée à chacune des deux fractions :

$$\frac{141 - 111}{329 - 259}$$
 et $\frac{141 + 111}{329 + 259}$.

- 11. Deux roues font, l'une 17 tours en 5 secondes et l'autre 7 tours en 2 secondes. Quelle est celle qui tourne le plus vite?
- 12. La capacité d'un flacon est égale aux $\frac{3}{16}$ de la capacité d'un vase A et aux $\frac{4}{21}$ de celle d'un vase B. Comparer les capacités des deux vases. Quelle fraction de A représente B?
- 13. Une pièce de toile a une longueur double de celle d'une pièce de soie. On vend le tiers de la pièce de toile et les $\frac{4}{7}$ de la pièce de soie. Comparer les longueurs des coupons vendus.
- 14. Deux réservoirs identiques sont emplis d'eau l'un aux $\frac{4}{7}$, l'autre aux $\frac{5}{9}$. Quel est celui qui contient le plus d'eau? Sachant que l'un d'eux contient 5 litres d'eau de plus que l'autre, trouver la capacité de l'un de ces réservoirs et le contenu de chacun.
- 15. Deux angles A et B représentent, l'un les $\frac{3}{5}$, l'autre les $\frac{4}{7}$ d'un angle C.
 - (a) Quelle fraction de l'angle A représente l'angle B?
 - (b) Sachant que la différence entre les angles A et B est égale à 3°45′ calculer les valeurs des trois angles A, B et C.
- 16. On considère les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+1}{b+1}$.

Montrer que la seconde est supérieure à la première si a < b.

Montrer que la seconde est supérieure à la première si a > b.

Plus généralement, comparer les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+n}{b+n}$; puis $\frac{a}{b}$ et $\frac{a-n}{b-n}$ (n étant inférieur à a et b). En supposant : a inférieur à b, a supérieur à b.

- 17. On a vendu trois coupons d'une même pièce d'étoffe. Le premier représente le $\frac{1}{3}$ de la pièce, le second les $\frac{5}{18}$, et les $\frac{7}{24}$.
 - (a) Classer les 3 coupons par ordre de grandeur.
 - (b) Sachant que le 3^e coupon mesure 10,50 m, calculer la longueur de la pièce et celle de chacun des deux autres coupons.
- 18. Un marchand achète deux lots de marchandises qu'il paie 44 100 F chacun. Il revend le premier lot 56 920 F et il fait sur le second un bénéfice de 16% sur le prix de vente.
 - (a) Quelle fraction d'un prix d'achat représente chacun des bénéfices réalisés?
 - (b) Calculer le prix de vente du deuxième lot et le bénéfice sur ce lot.

- 19. Un négociant calcule un prix de vente. Il hésite entre un bénéfice de 18% sur le prix d'achat et un bénéfice de 15% sur le prix de vente.
 - (a) Quelles fractions du prix d'achat représentent chacun des bénéfices envisagés? Quel est le plus important?
 - (b) Calculer la différence entre ces deux bénéfices sachant que le prix d'achat est de 76 000 F.
- 20. (a) On donne la fraction $\frac{2}{5}$. On ajoute 14 au numérateur et 35 au dénominateur. Comparer la fraction obtenue à la fraction donnée.
 - (b) Quels nombres faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{2}{5}$ pour obtenir une fraction égale dont le dénominateur soit 150?

Addition et soustraction des fractions

- 1. Découper des bandes de papier AB de 225 mm de longueur.
 - (a) Construire les fractions suivantes de AB :

$$\frac{3}{5}$$
; $\frac{7}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{2}{3}$

(b) Construire les fractions suivantes de AB:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4}{9}; \qquad \frac{7}{9} - \frac{5}{3}.$$

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3}\right); \qquad \frac{7}{5} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right); \qquad \frac{7}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right).$$

(c) Vérifier que les fractions suivantes de AB sont égales :

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{9} = \frac{4}{9} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3}.$$

2. Calculer:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3};$$
 $\frac{3}{4} + \frac{2}{5};$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{2};$ $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}.$

3. Calculer:

$$\left(4+\frac{2}{3}\right)+\left(2+\frac{5}{6}\right); \qquad \left(7+\frac{3}{4}\right)+\left(5+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right).$$

4. Calculer:

$$17 - \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{5}\right);$$
 $\frac{15}{4} + \left(\frac{17}{9} - \frac{8}{5}\right);$ $\frac{13}{11} - \left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3}\right)$

5. Calculer et écrire sous la forme $a + \frac{b}{c}$ avec $a, \, b, \, c$ entiers et b < c :

(a)
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$$
.

- (b) $\frac{8}{3} + \frac{11}{6} + \frac{15}{8}$.
- (c) $\frac{11}{6} + \frac{3}{14} + \frac{8}{21}$.
- (d) $\frac{16}{15} + \frac{25}{21} + \frac{6}{35}$.
- (e) $\frac{22}{15} + \left(\frac{23}{42} + \frac{17}{35}\right)$.
- (f) $\frac{50}{21} + \left(\frac{56}{33} + \frac{15}{77}\right)$.
- (g) $\frac{31}{15} + \left(\frac{26}{35} \frac{8}{21}\right)$.
- (h) $\frac{91}{30} + \left(\frac{29}{42} \frac{2}{35}\right)$.
- (i) $\frac{76}{15} \left(\frac{13}{24} + \frac{21}{40}\right)$.
- (j) $\frac{125}{36} \left(\frac{9}{20} \frac{17}{45}\right)$.
- (k) $11 \left(5\frac{1}{4} 1\frac{5}{8}\right)$.
- (l) $51\frac{2}{7} \left(4\frac{1}{5} + 14\frac{5}{8}\right)$.
- 6. Extraire les entiers des fractions suivantes :

$$\frac{57}{7}$$
 $\frac{235}{19}$ $\frac{4\ 372}{53}$ $\frac{7\ 979}{31}$ $\frac{42\ 714}{3\ 333}$.

- 7. Un marchand achète à la fois 5 bœufs, 7 vaches et 9 veaux. Un bœuf vaut 400 F de plus qu'une vache et 10 veaux valent autant que 3 vaches. Le marchand a payé en toute 10 820 F. Trouver le prix d'un bœuf, d'une vache, d'un veau.
- 8. Trois personnes se partagent une certaine somme. La première reçoit les $\frac{2}{7}$ plus 600 F, la deuxième les $\frac{2}{5}$ plus 350 F, la 3e a 1 250 F. Quelle est la somme à partager? Quelles sont les deux premiers parts?
- 9. Un joueur perd le $\frac{1}{3}$, puis le $\frac{1}{4}$ de son avoir. Il lui reste alors le $\frac{1}{5}$ de son avoir primitif plus 260 F. Que possédait-il?
- 10. Trois personnes se partagent une certaine somme. La première reçoit les $\frac{2}{5}$, la deuxième les $\frac{3}{7}$ et la troisième le reste. Quelles sont les 3 parts, sachant que la deuxième a 2 260F de plus que la première.
- 11. Trouver les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est 560 m, sachant que la largeur est le $\frac{7}{13}$ de la longueur.
- 12. Partager une somme de 20 230 F entre trois personnes de façon que la part de la deuxième soit les $\frac{7}{22}$ de celle de la première et celle de la troisième les $\frac{16}{33}$ de celle de la première.
- 13. Partager 5 597 F entre deux personnes de façon que la part de la première soit égale aux $\frac{4}{5}$ de celle de la seconde plus 125 F.
- 14. Une personne a dépensé dans un magasin les $\frac{5}{11}$ de ce qu'elle possédait. Il lui manque alors 3 F pour acheter 5 m d'étoffe à 9 F le mètre. Que possédait-elle primitivement?

- 15. Un ouvrier ferait un ouvrage en 5 jours, un autre le ferait en 6 jours. Quelle fractions de l'ouvrage font-ils en un jour lorsqu'ils travaillent ensemble?
- 16. Un robinet remplirait un bassin en 6 heures et un autre le viderait en 10 heures. Les deux robinets étant ouverts, quelle est la fraction du bassin remplie en une heure?
- 17. Vénus et la Terre tournent autour du Soleil, la première en 225 jours, la seconde en 365 jours. Quelle est, de ces deux planètes, celle qui tourne la plus vite autour du soleil et quelle est la fraction de tour qu'elle fait de plus que l'autre en un jour?
- 18. Mars tourne autour du Soleil en 687 jours. Déterminer en fraction de tour, l'avance prise par la Terre sur Mars, en un jour.
- 19. Un piéton marche pendant 3 heures : pendant la première, il parcourt 6 km $\frac{5}{8}$, pendant la deuxième, il fait 1 km $\frac{1}{4}$ de moins que pendant la première, et pendant la troisième, $\frac{4}{5}$ km de moins que pendant la seconde. Quel est le trajet parcouru par ce piéton?
- 20. Après avoir vendu les $\frac{2}{5}$ puis les $\frac{3}{7}$ d'une pièce d'étoffe, il en reste 18 m. Quelle était la longueur de la pièce?
- 21. Un héritage a été partagé entre 4 personnes. La première en a reçu le tiers, la seconde le quart, la troisième le cinquième, et la dernière a reçu 5 200 F. Quel est le montant de l'héritage?
- 22. Une propriété de 149,6 hectares est constituée pour les $\frac{7}{11}$ de terres cultivables, pour les $\frac{4}{17}$ en bois, et le reste en prairies. Les terres valent 20 F l'are et rapportent 7,5 %; les bois valent 24 F l'are et rapportent 6%; les prairies valent 14 F l'are et rapportent 2,5%. Calculer le revenu de cette propriété.
- 23. D'une pièce de toile, on fait trois parts : la première est égale aux $\frac{2}{7}$ plus 6 m; la seconde au tiers plus 7 m; la dernière a pour longueur les 11 m restants. Calculer la longueur de chaque part.
- 24. Calculer les notes d'un candidat qui a obtenu dans un examen 42 points $\frac{3}{4}$. Sa note d'arithmétique surpasse de 1 point $\frac{1}{4}$ celle d'histoire; dans cette matière, il a obtenu 2 points $\frac{3}{4}$ de plus qu'en orthographe. (Il n'y a pas d'autre discipline).
- 25. Trois robinets remplissent un bassin : le premier a débité 54 litres $\frac{1}{4}$, le deuxième 3 litres $\frac{5}{8}$ de moins que le premier et le troisième 10 litres $\frac{1}{3}$ de moins que les deux premiers réunis. Quelle est la capacité du bassin?
- 26. On remplit jusqu'aux $\frac{3}{8}$ de sa hauteur un bassin ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, dont la largeur est la moitié de la longueur. Puis on fait monter le niveau de 0,38 m en ajoutant 7,6 hectolitres. Le bassin est alors rempli aux $\frac{5}{7}$ de sa hauteur. Calculer ses dimensions.
- 27. Une fermière a vendu les $\frac{2}{5}$ d'un panier d'œufs. Si elle ajoutait 46 à ce qui lui reste, le nombre des œufs qu'elle avait d'abord serait augmenté de son $\frac{1}{9}$. Calculer ce nombre.
- 28. Soit la fraction $\frac{5}{8}$ et la fraction $\frac{7}{10}$ obtenue en ajoutant 2 à chacun des termes. Comparer ces deux fractions en comparant leurs compléments à l'unité. Comparer de même les fractions $\frac{17}{35}$ et $\frac{17+n}{35+n}$ ainsi que les fractions $\frac{17}{35}$ et $\frac{17-n}{35-n}$, où n est entier et

inférieur à 17.

Multiplication et division d'une fraction par un nombre entier

1. Découper des bandes de papier AB de 120 mm de long. Les partager en 12 parties égales. Vérifier que les fractions suivantes de AB sont égales :

$$\frac{5}{12} \times 3 = \frac{15}{12}; \qquad \frac{7}{12} \times 6 = \frac{7}{2}.$$

$$\frac{5}{3} \div 4 = \frac{5}{12}; \qquad \frac{4}{3} \div 2 = \frac{2}{3}.$$

2. Effectuer les opérations suivantes et simplifier les résultats :

$$\frac{5}{6} \times 8; \qquad \frac{7}{12} \times 6; \qquad \frac{15}{7} \times 21; \qquad \frac{27}{13} \times 39.$$

$$\frac{45}{28} \times 12; \qquad \frac{39}{25} \times 20; \qquad \frac{17}{40} \times 8; \qquad \frac{49}{25} \times 35.$$

$$\frac{48}{35} \div 30; \qquad \frac{33}{25} \div 15; \qquad \qquad \frac{108}{55} \div 27; \qquad 36 \div 54.$$

$$\frac{84}{39} \div 36; \qquad \frac{216}{35} \div 48; \qquad \frac{360}{77} \div 135; \qquad \frac{355}{113} \div 71.$$

3. Simplifier et calculer les expressions :

$$\frac{189 \times 22}{126}; \qquad \frac{154 \times 45}{525}; \qquad \frac{168 \times 63}{756}.$$

$$\frac{84 \times 78}{1512} \qquad \frac{432 \times 168}{336}; \qquad \frac{684 \times 252}{11340}.$$

4. Une personne dépense dans un magasin les $\frac{3}{4}$ de ce qu'elle possède, puis dans un autre le tiers du reste. Il lui reste encore 72 F. Que possédait-il primitivement.

- 5. Partager une somme de 133 000 F entre 3 personnes de façon que la part de la 2e soit les $\frac{5}{6}$ de celle de la première et celle de la troisième le tiers de celle de la deuxième.
- 6. Un joueur perd les $\frac{3}{7}$ de sa fortune, puis le $\frac{1}{3}$ de sa fortune. Il lui reste le $\frac{1}{10}$ de ce qu'il a perdu plus 850 F. Quelle était sa fortune primitive?
- 7. Une balle élastique rebondit au tiers de la hauteur d'où elle est tombée. À quelle fraction de la hauteur primitive s'élève-t-elle après 4 bonds successifs?
- 8. On soutire chaque jour 3 L $\frac{1}{4}$ d'une pièce de vin de 225 litres. Que reste-t-il après 60 jours?
- 9. Quel est le poids de viande d'un bœuf de 450 kg contenant $\frac{1}{5}$ d'os.
- 10. Une personne exécute le cinquième d'un travail en 1 heure. Combien de temps lui faudra-t-il pour en faire les $\frac{2}{3}$, les $\frac{3}{4}$, les $\frac{5}{6}$? Quelle fraction en fait-elle en deux heures et demi?
- 11. On multiplie un nombre par $\frac{5}{8}$ puis ce même nombre par $\frac{7}{12}$; on fait la somme des deux produits. Calculer le nombre sachant que cette somme surpasse de 135 unités le nombre lui-même. Faire la vérification.
- 12. On partage les $\frac{4}{7}$ d'une somme d'argent entre 6 personnes et le reste entre 4 personnes. Quelle fraction de la somme chaque personne a-t-elle reçue? Quelles sont les parts, la somme s'élevant à 84 000 F?
- 13. Deux héritiers s'étant partagé une somme de 106 000 F ont dépensé, les premiers les $\frac{6}{7}$ de sa part et le second les $\frac{9}{11}$ de la sienne. Le premier possède alors trois fois de plus que le second. Calculer les parts.
- 14. Une ménagère a acheté une pièce de drap et une toile qui lui ont coûté ensemble 486 F. Elle a payé le drap 12 F le mètre et la toile 4,50 F le mètre. Elle emploie le $\frac{4}{5}$ et les $\frac{3}{7}$ de la pièce de toile et il se trouve que les restes des deux pièces ont des valeurs égales. Calculer combien chaque pièce contient de mètres.
- 15. Un cultivateur laisse à ses deux fils un pré et une vigne estimés chacun 4 000 F l'hectare. Les $\frac{5}{8}$ de la superficie du pré sont égaux aux $\frac{6}{7}$ de la surface de la vigne, et la différence des surfaces est de 27,95 ares.

On demande:

- Quelle somme l'un des frères devra donner à l'autre pour que les deux parts soient égales?
- Quelle est la surface du pré et quelle est la surface de la vigne?
- 16. Soit la fraction $\frac{3}{5}$.
 - (a) Trouver une fraction égale à cette fraction dont le dénominateur soit 20.
 - (b) Trouver une fraction égale dont le numérateur soit 21.
 - (c) Trouver une fraction qui soit égale à la moité de la fraction proposée et dont le dénominateur soit 50.

Multiplication des fractions

- 1. Découper une bande de papier de 20 cm de long. En prendre les $\frac{3}{5}$. Construire les $\frac{7}{8}$ de la bande obtenue. Vérifier que la longueur finale est les $\frac{21}{40}$ de la bande primitive.
- 2. Effectuer les produits suivants et simplifier les résultats :

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{10}; \qquad \frac{7}{4} \times 5 \times \frac{8}{21}; \qquad \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}.$$

$$\frac{45}{64} \times \frac{24}{27}; \qquad \frac{35}{36} \times \frac{48}{49}; \qquad \frac{21}{36} \times \frac{24}{35} \times \frac{45}{42}.$$

$$\frac{27}{34} \times \frac{51}{84}; \qquad \frac{76}{35} \times \frac{48}{49}; \qquad \frac{38}{85} \times \frac{65}{133} \times \frac{119}{143}.$$

$$\left(\frac{19}{12} + \frac{5}{21} + \frac{13}{28}\right) \times \frac{21}{32}; \qquad \left(\frac{43}{28} - \frac{13}{21}\right) \times \frac{16}{33}$$

$$\left(\frac{51}{56} + \frac{8}{21} + \frac{16}{48}\right) \times \frac{32}{65}; \qquad \left(\frac{31}{20} - \frac{26}{45}\right) \times \frac{36}{49}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3; \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right); \qquad \left[\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^2 \times \left(\frac{2}{7}\right)^4 \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right); \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right).$$

3. Effectuer mentalement:

$$62 \times 5;$$
 $126 \times 50;$ $42 \times 15;$ $38 \times 5;$ $257 \times 50;$ $72 \times 150;$ $47 \times 5;$ $184 \times 500;$ $232 \times 15;$ $121 \times 5;$ $365 \times 50;$ $125 \times 150.$

- 4. Un champ est partagé en trois parties. La première est égale aux $\frac{2}{7}$ de la surface totale, la seconde aux $\frac{5}{13}$ de la première. La différence entre les deux premières parties est 1 200 mètres carrés. Calculer la surface totale.
- 5. Un travail est exécuté par 3 ouvriers, le premier en a fait les $\frac{2}{5}$, le second les $\frac{5}{6}$ du travail effectué par le premier et le troisième le reste. Ce dernier a touché 2 100 F de moins que les autres ensemble. Calculer le prix total de ce travail.
- 6. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{4}{5}$ d'un nombre valent 108. Quel est ce nombre?
- 7. En ajoutant à un nombre donné les $\frac{4}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de ce nombre, on trouve 322. Quel est ce nombre?
- 8. On considère une suite de 4 nombres tels que chacun d'eux soit égal à la moitié du précédent. Trouver ces nombres, sachant que leur somme est 105.
- 9. Une personne perd les $\frac{3}{5}$ de sa fortune; elle regagne ensuite les $\frac{4}{7}$ de ce qu'elle avait perdu et possède alors 39 000 F. Que possédait-elle primitivement?
- 10. Une personne doit une certaine somme. Elle verse d'abord le quart de sa dette, puis les $\frac{3}{7}$ de ce qui reste à payer, et se libère enfin en versant 63 000 F. Quelle était la dette de cette personne?
- 11. Deux ouvriers ont travaillé le premier 18 jours, le second 20 jours; le salaire journalier du premier est les $\frac{4}{5}$ de celui du deuxième. Sachant que ces deux ouvriers ont reçu ensemble 1 032 F, quel est le salaire journalier de chacun?
- 12. Le bénéfice d'un commerçant est le $\frac{32}{100}$ du prix de vente. Ce bénéfice augmenterait de 3 600 F s'il était la moitié du prix d'achat. Déterminer le prix d'achat.
- 13. On retire d'une cuve les $\frac{2}{3}$ de sa contenance moins 40 litres. On retire ensuite les $\frac{2}{5}$ du reste ; il reste encore 84 litres. Quelle est la capacité de la cuve?
- 14. Par quelle fraction faut-il multiplier un nombre pour l'augmenter de ses $\frac{2}{5}$, de ses $\frac{3}{4}$, de ses $\frac{2}{3}$?
- 15. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ d'un nombre donné surpassent de 38 unités les $\frac{2}{3}$ des $\frac{7}{10}$ de ce nombre.
- 16. On retranche d'un nombre ses $\frac{2}{5}$, puis les $\frac{5}{7}$ du reste. Quelle fraction du nombre reste-t-il?
- 17. Les $\frac{2}{5}$ des candidats à un concours ont été admissibles aux épreuves orales et un candidat sur huit a échoué à ses épreuves. Quel est le pourcentage des candidats définitivement reçus au concours? Application : le nombre des candidats s'élève à 520. Trouver le nombre des admis.
- 18. Partager une somme de 84 000 F entre cinq personnes de façon que la première reçoive les $\frac{3}{4}$ de la part de la deuxième, que la deuxième reçoive la moitié de la part de la troisième, que celle-ci reçoive les $\frac{2}{3}$ de la part de la quatrième et enfin que celle-ci reçoive les $\frac{4}{5}$ de la part de la cinquième.
- 19. Un joueur perd les $\frac{2}{7}$ de la somme qu'il possède, puis regagne les $\frac{5}{8}$ de ce qu'il a perdu et se retire du jeu avec 125 F. Quel était son avoir primitif?
- 20. Soient deux nombres dont l'un est $\frac{3}{4}$ de l'autre. On multiplie le premier par $\frac{2}{3}$ et le second par $\frac{7}{8}$ et en faisant le produit des deux résultats, on obtient 28. Quels sont ces deux nombres?
- 21. Une personne dépense les $\frac{2}{3}$ de son argent, puis elle gagne une somme égale aux $\frac{3}{7}$ de ce qui lui restait. Avec la somme qu'elle possède alors elle peut payer les $\frac{2}{5}$ d'une pièce de drap de 31, 25 m valant 12 F le mètre. Combien avait-elle tout d'abord?

22. Un ouvrier fait le quart d'un ouvrage en cinq jours ; un deuxième ouvrier fait les $\frac{2}{5}$ du reste en douze jours. Combien les deux ouvriers travaillant ensemble mettront-ils de jour pour achever l'ouvrage? Le premier ouvrier a touché 132 F pour son travail ; quelle somme touchera le second ouvrier sachant que pour chacun d'eux, le prix de la journée est le même?

Division d'une fraction par une fraction

1.
$$3 \div \frac{5}{7}; \qquad 12 \div \frac{7}{4}; \qquad \frac{36}{55} \div \frac{9}{22}; \qquad \frac{49}{81} \div \frac{21}{54}.$$
2.
$$21 \div \frac{7}{5}; \qquad 36 \div \frac{54}{5}; \qquad \frac{48}{25} \div \frac{16}{15}; \qquad \frac{15}{32} \div \frac{25}{24}.$$
3.
$$\frac{52}{45} \div \frac{78}{81}; \qquad \frac{55}{126} \div \frac{44}{189}; \qquad \frac{51}{91} \div \frac{85}{156}; \qquad \frac{63}{92} \div \frac{84}{115}.$$
4.
$$\left(\frac{10}{21} + \frac{11}{28} + \frac{5}{12}\right) \div \frac{18}{35}; \qquad \left(\frac{32}{39} - \frac{21}{52}\right) \div \frac{15}{8}.$$
5.
$$\left(\frac{23}{44} + \frac{34}{77} + \frac{11}{28}\right) \div \frac{38}{49}; \qquad \left(\frac{19}{28} - \frac{23}{70}\right) \div \frac{14}{45}.$$
6.
$$\frac{\frac{6}{35} + \frac{19}{21} + \frac{16}{15}}{\frac{11}{21} + \frac{3}{14} + \frac{11}{16}}; \qquad \frac{\frac{8}{21} + \left(\frac{11}{15} - \frac{4}{35}\right)}{\frac{17}{36} - \left(\frac{9}{20} - \frac{17}{45}\right)}.$$
7.
$$\left(\frac{5}{9}\right)^{10} \div \left(\frac{5}{9}\right)^{7}; \qquad \left(\frac{7}{15}\right)^{43} \div \left(\frac{7}{15}\right)^{47}; \qquad \left(\frac{2}{13}\right)^{13} \div \left(\frac{2}{13}\right)^{23}.$$
8.
$$\left[\left(\frac{3}{8}\right)^{5} \times \left(\frac{3}{8}\right)^{4}\right] \div \left(\frac{3}{8}\right)^{7}; \qquad \left[\left(\frac{5}{6}\right)^{2} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{5}\right] \div \left(\frac{5}{6}\right)^{6}.$$
9. Simplifier:
$$\frac{a}{b} \div a; \qquad a \div \frac{a}{b}; \qquad \frac{1}{a} \div \frac{1}{b}; \qquad \frac{3a}{b} \div \frac{2a}{3b}.$$

$$\left(2+\frac{1}{a}\right) \div (2a+1);$$
 $\left(\frac{a}{b}+1\right) \div \left(\frac{a}{b}-1\right).$

$$\frac{a^{12}}{a^7}$$
; $\frac{a^3 \times a^5}{a^2}$; $\frac{(a+b)^5}{a+b}$; $\frac{(a-b)^4}{(a-b)^2}$

$$\frac{5a^3b^2}{15a^2b}; \qquad \frac{108a^5b^3c^2}{36a^2b^2c}; \qquad \frac{105xy^4z^3}{49x^2y^4z}$$

$$\frac{a^2}{a^5}; \qquad \qquad \frac{4a^2b^3}{8a^6b^2}; \qquad \qquad \frac{121a^2b^3c}{77a^4b^4c}.$$

- 14. En divisant $\frac{4}{7}$ par une certaine fraction, le quotient est égal à $\frac{3}{14}$. Quelle est la fraction diviseur?
- 15. Les $\frac{7}{12}$ d'une fraction sont égaux à $\frac{8}{15}$. Quelle est cette fraction?
- 16. Par quel nombre entier ou fractionnaire faut-il multiplier $\frac{5}{7}$ pour obtenir les $\frac{3}{4}$ de $\frac{11}{9}$?
- 17. Que devient un produit de facteurs lorsqu'on divise l'un des facteurs par $\frac{4}{9}$?
- 18. Trouver deux fractions dont la somme est $\frac{390}{187}$ et le quotient $\frac{119}{11}$.
- 19. Trouver deux fractions dont la différence est $\frac{5}{21}$ et le quotient $\frac{12}{7}$.
- 20. Un cycliste parcourt la distance AB à la vitesse de 30 km à l'heure et la distance BA à la vitesse de 20 km à l'heure. Quelle est sa vitesse moyenne pour le trajet aller et retour?
- 21. Un cycliste se rend de A à B à la vitesse de 27 km à l'heure. Il revient de B à A à la vitesse de 24 km à l'heure. Trouver la distance AB, sachant que la durée totale du voyage aller et retour est de 10 h 37 min 30 sec. (Indication : Réduire ce temps en une fraction d'heure.)
- 22. Une équipe d'ouvriers ferait un travail en 5 jours et demi; une seconde équipe le ferait en 4 jours $\frac{2}{3}$. Combien les deux équipes, travaillant ensemble, mettront-elles de temps pour faire ce travail?
- 23. Une somme de 21 700 F est partagée entre 2 personnes. La première ayant dépensé les $\frac{5}{7}$ de sa part et la seconde les $\frac{2}{5}$ de la sienne, il leur reste la même somme. Trouver les deux parts.
- 24. Les $\frac{4}{5}$ d'un nombre valent les $\frac{5}{9}$ d'un autre nombre. Trouver ces deux nombres, sachant que leur différence est 33.
- 25. Un robinet remplit les $\frac{2}{7}$ d'un bassin en 2h $\frac{3}{4}$; combien de temps faut-il laisser couler le robinet pour que le bassin soit plein aux $\frac{4}{5}$?
- 26. Une équipe d'ouvriers ferait un travail en 7 jours, une autre équipe le ferait en 9 jours. On fait travailler ensemble les $\frac{2}{3}$ de la première équipe et la moitié de la seconde. Combien de temps faudrat-il pour effectuer ce travail?
- 27. Deux sommes égales sont placées, l'une à 5%, l'autre à 6% pendant 42 mois. La seconde rapporte 1~890~F de plus que la première. Quelle est la valeur commune de ces deux sommes?

- 28. La durée de la révolution de la Terre autour du Soleil est 365 jours. En combien de temps la Terre effectue-t-elle les $\frac{3}{5}$ de cette révolution?
- 29. Les durées des révolutions de la Terre et de Vénus autour du Soleil sont respectivement 365 jours et 225 jours. Calculer l'intervalle des temps qui, pour un observateur terrestre, séparent deux passages successifs de Vénus devant le Soleil.
- 30. La durée de la révolution de Jupiter autour du Soleil est environ 142 mois. Quel est l'intervalle des temps qui séparent deux oppositions successives du Soleil et de Jupiter (instants où le Soleil et Jupiter sont des directions opposées par rapport à la Terre).
- 31. Pour effectuer un parcours de 100 km, un train à mis 1h 20. Quelle est sa vitesse horaire?
- 32. Une vis avance de $\frac{7}{10}$ mm en 5 tours. Calculer le nombre de tours nécessaire pour avancer de 12 mm $\frac{1}{4}$.
- 33. Une personne exécute les $\frac{3}{11}$ d'un travail en 3h $\frac{5}{8}$. Quel sera le temps nécessaire pour en exécuter les $\frac{8}{11}$?
- 34. Un pré et une vigne ont une superficie totale de 51 ha. Les $\frac{4}{7}$ de la superficie du pré sont égaux aux $\frac{2}{5}$ de celle de la vigne. Calculer la superficie du pré et de la vigne.
- 35. Trouver un nombre dont le quotient par $\frac{7}{11}$ surpasse ce nombre de 64.
- 36. En divisant $\frac{4}{7}$ par une fraction on obtient un quotient qui est les $\frac{2}{3}$ du dividende. Quel est le diviseur ?
- 37. Par quel nombre a-t-on divisé le nombre 36 lorsqu'on l'a augmenté de ses $\frac{3}{4}$?
- 38. Par quel nombre multiplie-t-on la fraction $\frac{4}{11}$ en augmentant de 2 son numérateur et en diminuant de 4 son dénominateur?
- 39. Soient les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$. Montrer qu'on ne change pas le quotient de ces deux fractions en les multipliant ou en les divisant toutes deux par un même nombre entier ou plus généralement par une même fraction. Vérifier sur des exemples.

Fractions décimales, nombres décimaux

1. Écrire sous forme décimale :

$$\frac{75}{10}$$
; $\frac{4}{100}$; $\frac{12}{1\ 000}$; $\frac{25}{10\ 000}$; $\frac{23\ 752}{1\ 000}$; $\frac{47}{10\ 000}$

2. Écrire sous forme de fractions les nombres suivants :

$$7, 24;$$
 $3, 572;$ $0, 0417;$ $5, 00178;$ $0, 0072.$

- 3. Combien peut-on écrire de nombres à 3 décimales compris entre 5,32 et 5,33? Combien peut-on écrire de nombres à 4 décimales compris entre 12,347 et 12,348?
- 4. Comparer les nombres 12,7 et 12,07. De façon générale, comment se modifie un nombre à une décimale lorsqu'on place un zéro entre la virgule et le chiffre décimal?
- 5. Quel est le nombre décimal de mètres contenus dans une longueur de 7 dam, 5 m, 3 dm et 8 cm?
- 6. Effectuer de deux manières différentes les additions suivantes :

$$37, 7 + (42 + 0, 75 + 7, 12);$$

 $13 + 10, 5 + (43, 75 + 5, 725) + (7 + 2, 57);$
 $372, 5 + (5, 703 + 12, 7 + 3, 9).$

7. Calculer de deux façons différentes le résultat des opérations suivantes :

$$53 - (3, 7 + 4, 52 + 0, 17);$$

 $271, 5 - (37, 7 + 12 + 0, 57 + 43, 5).$

8. Calculer de deux façons différentes le résultat des opérations suivantes :

$$703, 75 + (219, 5 - 49, 2);$$

 $1\ 000 + (2, 712 - 0, 47).$

9. Calculer de deux façons différentes le résultat des opérations suivantes :

$$512, 7 - (57, 25 - 43, 5);$$

 $47 - (4, 509 - 3, 7).$

10. Calculer de deux façons :

$$(0,75 \times 27) + (0,75 \times 13);$$

 $(0,52 \times 19) - (0,52 \times 17).$

11. Calculer:

$$(0,25)^2;$$
 $(2,15)^3;$ $(2,45)^3 \times (2,45)^2;$ $\frac{(9,81)^7}{(9,81)^5}$

- 12. Une vis avance de $\frac{7}{10}$ de millimètre en 13 tours. Combien doit-elle faire de tours pour avancer de 3,5 mm?
- 13. Prendre le plus simplement possible les 0,9; les 0,99; les 0,999 du nombre 17,8.
- 14. Transformer en fractions décimales les fractions suivantes :

$$\frac{3}{2}$$
; $\frac{5}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{21}{25}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{11}{250}$

- 15. La fraction $\frac{8}{19}$ peut-elle se convertir en fraction décimale?
- 16. Par quel nombre décimal faut-il diviser un nombre pour réduire ce nombre aux $\frac{8}{15}$ de sa valeur?
- 17. Par quelle fraction décimale faut-il multiplier un nombre pour le diminuer des $\frac{6}{100}$ de sa valeur?
- 18. En déplaçant de deux rangs vers la gauche la virgule d'un nombre décimal, il diminue de 5 749,326. Quel est ce nombre?
- 19. Un alliage d'argent et de cuivre provenant de la fonte de deux lingots pèse 3 800 grammes et a pour titre $\frac{775}{1\ 000}$. Quel est le titre du premier lingot sachant que le second lingot avait pour poids 2 kg et pour titre $\frac{650}{1\ 000}$?
- 20. (a) Quelle est la distance de Paris à Dijon sachant que sur une carte dont l'échelle est un millionième, elle est représentée par une longueur de 31,5 cm?
 - (b) Par quelle longueur est-elle représentée sur une carte dont l'échelle est 4 dix-millionièmes?
 - (c) Quelle est l'échelle d'une carte sur laquelle la distance Paris-Dijon est représentée par 25,2 cm?
- 21. Effectuer mentalement:

22. Le nombre x varie de dixième en dixième entre 2 et 5. Dresser le tableau de correspondance entre x et les nombres y suivants, puis construire le graphique qui en résulte :

$$y = 3x;$$
 $y = 3x + 4;$ $y = 3x - 1.$
 $y = \frac{3x}{5};$ $y = \frac{3x}{5} + 2;$ $y = \frac{3x}{5} - \frac{1}{2}.$
 $y = x^2;$ $y = x^3;$ $y = \frac{4}{5}x^2.$
 $y = 2x^2 - \frac{1}{5};$ $y = x^3 + 1;$ $y = \frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{2}.$

Quotient de deux nombres à une approximation décimale donnée

- 1. Calculer le quotient entier, le quotient à 0,1 près, le quotient à 0,01 près, et le quotient à 0,001 près de:
 - -39 par 7;
 - -293,72 par 43;
 - 735,7 par 40,1.
- 2. Le diviseur d'une division est 7,5 et le quotient à 0,001 près est 2,357. Que peut-être le dividende?
- 3. Calculer à 1 décimètre près la largeur d'un rectangle dont la surface est 212 ares 7 centiares, sachant que sa longueur mesure 183, 7 mètres.
- 4. Calculer à 1 millimètre près les deux bases d'un trapèze dont la surface est 430 centimètres carrés, dont la hauteur mesure 147 millimètres, et sachant d'autre part que la différence des bases est 18
- 5. Couper par une corde de 27,55 m en 3 morceaux tels que le premier ait 2,50 m de plus que le second, et 1,25 de moins que le troisième.
- 6. Un litre d'huile pèse 0,025 kg. Combien de bouteilles ayant une capacité de 0,83 litres pourra-t-on remplir avec 52 kg d'huile?
- 7. Calculer le rayon du méridien terrestre sachant que sa longueur est de 20 004 kilomètres. De combien augmenterait ce rayon si la longueur du méridien terrestre augmentait de 1 kilomètre?
- 8. Calculer le quotient à un millième, près de :
 - $-\frac{7}{11} \operatorname{par} \frac{3}{5};$ $-12 \operatorname{par} \frac{5}{7};$ $-4,5 \operatorname{par} \frac{7}{9}.$
- 9. Calculer à 0,0001 près les quotients de 22 par 7 et de 355 par 113.
- 10. Diviser 2 par 1,414, puis 3 par 1,732.

- 11. Calculer à 0,00001 près le quotient de 1 par 3,1416. Le nombre 3,1416 étant une valeur approchée par excès de π , obtient-on ainsi une valeur approchée de $\frac{1}{\pi}$ par défaut ou par excès ?
- 12. Calculer à un millionième près les quotients de 1 par 6, et de 1 par 3. Faire la somme des nombres obtenus, et la comparer à la somme des deux fractions $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$.
- 13. Calculer à un millionième près les quotients de 2 par 3 et de 1 par 6. Faire la différence des nombres obtenus, et la comparer à la différence des deux fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{6}$.
- 14. Dans une division, on a interverti les rôles du dividende et du diviseur et l'on a trouvé 0,857 comme quotient approché à 0,001 près par défaut. Calculer une valeur approchée par excès et une valeur approchée par défaut du quotient initial. Donner le quotient initial avec la meilleure approximation possible.
- 15. Trouver tous les nombres entiers qui, divisés par 658 donnent 0,87 comme quotient approché à $\frac{1}{100}$ près par défaut.
- 16. Calculer à $\frac{1}{1\ 000}$ près les densités de l'oxygène et de l'azote sachant qu'un litre d'air pesant 1,293 gramme contient 0,209 litre d'oxygène et 0,791 litre d'azote et que dans un gramme d'air il y a 231 milligrammes d'oxygène et 769 milligrammes d'azote.
- 17. Dans une installation de lumière électrique on a utilisé 678 mètres de fil de cuivre recouvert de caoutchouc. Quand on observe un morceau bien tendu de ce fil, on voit la surface extérieure d'un cylindre de caoutchouc dont le rayon est de 2 mm. Le fil de cuivre a un diamètre de 12 dixièmes de mm. On demande :
 - La masse exprimée en kg du cuivre contenu dans le fil employé.
 - Le volume exprimé en cm³ du caoutchouc qui recouvre ce cuivre.
- 18. Avec 51 kg de cuivre, on fabrique du fil électrique de deux diamètres différents : 12 et 16 dixièmes de mm. La longueur du fil fin est double de celle du fil qui est le plus gros. Quelles longueurs de chaque fil pourra-t-on obtenir ? La densité du cuivre est 8,8. On prendra $\frac{355}{113}$ comme valeur approchée de π .