

Chapitre 3 Fractions

I) Nombres fractionnaires

1) Définitions

Étant donné deux nombres a et b avec $b \neq 0$, on note $\frac{a}{b}$ le nombre qui, multiplié par b , donne a .

exemples: $\frac{8}{4} = 2$ car $2 \times 4 = 8$.

$\frac{4}{8} = 0,5$ car $0,5 \times 8 = 4$.

On parle de fraction lorsque les deux nombres sont entiers.

Vocabulaire: $\frac{a}{b}$ → numérateur
b → dénominateur

2) Écriture décimale

Pour trouver l'écriture décimale d'une fraction, on calcule la division correspondante du numérateur par le dénominateur.

examples: $\cdot \frac{1}{16} = 4 \div 16 = 0,25$

$$\begin{array}{r}
 & 16 \\
 \overline{)4\ 0\ 0\ 0} \\
 -3\ 2 \\
 \hline
 8\ 0 \\
 -8\ 0 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\cdot \frac{1}{3} = 1 \div 3 \\ = 0,3\dots$$

$$\begin{array}{r}
 1, \\
 \overline{)1\ 0\ 0} \\
 -9 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 0,3\dots
 \end{array}$$

$$\cdot \frac{3}{7} = 3 \div 7 \\ = 0,428571\dots$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \overline{)3\ 0} \\
 -2\ 8 \\
 \hline
 2\ 0 \\
 -1\ 4 \\
 \hline
 6\ 0 \\
 -5\ 6 \\
 \hline
 4\ 0 \\
 -3\ 5 \\
 \hline
 5\ 0 \\
 -4\ 9 \\
 \hline
 1\ 0 \\
 -7 \\
 \hline
 3\ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 \hline
 0,428571 \\
 428571428571
 \end{array}$$

II) Fractions égales

Propriété || Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{axc}{bxc}$ sont égales.

exemple: $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{4 \times 4} = \frac{4}{16}$

démonstration:

Montrons que $\frac{axc}{bxc} = \frac{a}{b}$.

Par définition: $\frac{a}{b} \times b = a$.

En multipliant par: $\frac{a}{b} \times b \times c = axc$.

Donc $\frac{a}{b}$, multiplié par $b \times c$ donne axc , ce qui signifie

que $\frac{a}{b} = \frac{axc}{bxc}$.

Corollaire: || Les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égales exactement si $a \times d = b \times c$.

exemples: $\frac{1}{2} \times \frac{6}{12} \rightarrow 12$

$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4} \rightarrow 12$

démonstration:

Si $a \times d = b \times c$, on a:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a \times c}{a \times d} = \frac{c}{d}$$

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on remarque que:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{b \times c}{b \times d}$$

Donc $\frac{a \times d}{b \times a} = \frac{b \times c}{b \times d}$ et $a \times d = b \times c$.

Réduire plusieurs fractions au même dénominateur signifie trouver pour chacune une fraction qui lui est égale de sorte à ce que ces dernières aient toutes le même dénominateur.

exemples: $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \frac{1}{4} \end{array} \right.$

$\frac{1}{10}$ et $\frac{5}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{10} = \frac{2}{20} \\ \frac{5}{4} = \frac{25}{20} \end{array} \right.$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{4} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \\ \frac{1}{3} = \frac{4}{12} \\ \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \end{array} \right.$$

III) Comparaison de fractions

Méthode Pour comparer des fractions, on les réduit au même dénominateur puis on compare les numérateurs.

exemples: $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \\ \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \end{array} \right.$ donc $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$

IV) Division décimale

Pour diviser par un nombre décimal, on passe par l'écriture fractionnaire:

$$12 : 0,03 = \frac{12}{0,03} = \frac{12 \times 100}{0,03 \times 100} = \frac{1200}{3} = 1200 : 3 = 400$$

V) Pourcentages

Pour exprimer une proportion, on forme la fraction
nombre d'objets comptés
nombre d'objets total

exemples: proportion de voyelles dans l'alphabet: $\frac{6}{26}$ $\frac{3}{10}$
proportion de multiples de 4 dans les chiffres.

On peut exprimer les proportions en pourcentage en multipliant le quotient par 100.

exemples:

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

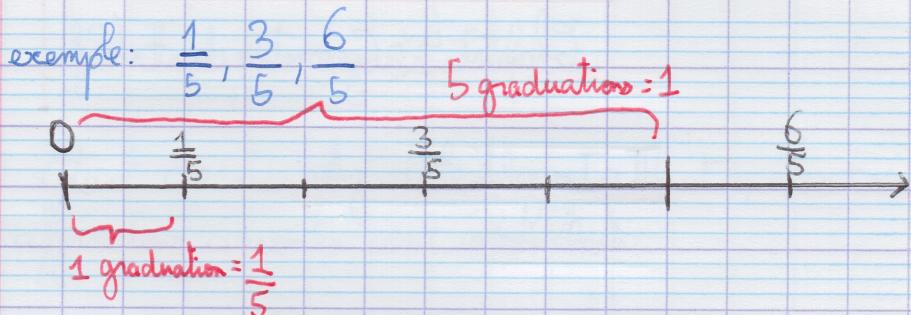
$$\frac{1}{3} = 0,33\dots = 33,3\dots\%$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$\frac{6}{25} = 0,230769\dots \simeq 23,1\%$$

VI) Repérage

Pour placer des fractions de même dénominateur sur une demi-droite graduée, on place D graduations entre 0 et 1, puis on place $\frac{a}{b}$ après a graduations.



Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on se ramène au premier cas en réduisant au même dénominateur.