

Chapitre 8: Statistique

I) Généralités

Une statistique consiste à étudier un certain caractère sur un échantillon donné.

exemples:

- recenser la couleur de cheveux dans une ville
- mesurer les tailles chez les enfants de 8 ans
- les préférences de vote sur la population en âge de voter.

Le caractère étudié prend alors différentes valeurs.

(mêmes exemples):

- couleurs
- nombres (raisonnablement entre 50 et 200)
- candidats + blanc.

L'effectif d'une valeur est le nombre de fois qu'on l'obtient. L'effectif total est le nombre total de données recueillies.

II) Outils statistiques

1) Fréquences

La fréquence d'une valeur est le rapport entre son effectif et l'effectif total.

exemple: on joue dix fois à pile ou face et on obtient: P, F, P, F, P, P, F, P, F, P.

on construit le tableau:

valeur :	P	F	
effectif	6	4	→ effectif total: $6+4=10$
fréquence	$\frac{6}{10}=0,6=60\%$	$\frac{4}{10}=0,4=40\%$	→ somme = $1=100\%$

Remarques:

- Les fréquences s'expriment sous forme de fractions, de nombres décimaux ou de pourcentages.

- La somme de toutes les fréquences est toujours 1 (ou 100%).

2) Moyenne

Quand le caractère étudié prend des valeurs numériques, on appelle moyenne la somme de toutes les valeurs (répétées autant de fois qu'elles sont mesurées) divisée par l'effectif total.

exemple: on lance 20 fois un dé et l'on obtient 2, 6, 5, 6, 5, 4, 4, 2, 4, 6, 3, 6, 2, 1, 3, 3, 2, 4, 4 et 1.

La moyenne est alors $\frac{2+6+5+6+5+4+4+2+4+6+3+6+2+1+3+3+2+4+4+1}{20} = \frac{73}{20} = 3,65$

Propriété: La moyenne est aussi obtenue en ajoutant les valeurs possibles multipliées par leurs fréquences.

exemple: Dans l'exemple précédent, on a:

valeur	1	2	3	4	5	6
effectif	2	4	3	5	2	4
fréquence	0,1	0,2	0,15	0,25	0,1	0,2

Et $0,1 \times 1 + 0,2 \times 2 + 0,15 \times 3 + 0,25 \times 4 + 0,1 \times 5 + 0,2 \times 6$

$= 0,1 + 0,4 + 0,45 + 1 + 0,5 + 1,2$

$= 3,65$. (On retrouve - heureusement - la même moyenne.)

3) Médiane (?)

Toujours quand le caractère étudié est un nombre, on définit la médiane ainsi:

- 1) on trie les résultats du plus petit au plus grand.
- 2) on compte le nombre de résultats. Si ce nombre est impair, la médiane est la valeur exactement au milieu de la liste; s'il est pair, on fait la moyenne des deux valeurs les plus au centre.

(toujours le même exemple): La liste triée des résultats est:

1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6

← 10 termes à gauche
10 termes à droite →

La médiane est alors $\frac{4+4}{2} = 4$.

4²

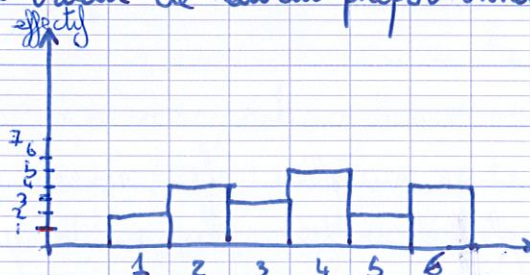
Propriété Par construction, la moitié des résultats sont plus petits (ou égaux) que la médiane et la moitié plus grands.

III) Représentations.

1) Diagrammes en bâtons.

On peut représenter les données d'une statistique en traçant un rectangle pour chaque valeur de hauteur proportionnelle à l'effectif / la fréquence de celle-ci.

(même) exemple:



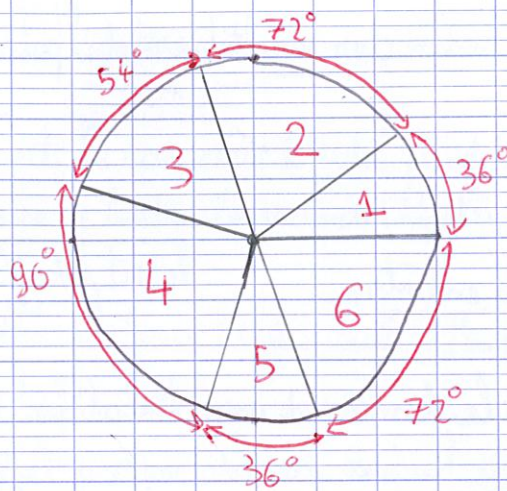
2) Diagramme circulaire

On peut également représenter les données par des secteurs d'un disque. On attribue pour cela à une valeur un secteur d'angle $360^\circ \times f$ où f est la fréquence de la valeur considérée.

(même) exemple: On calcule les angles pour chaque valeur du dé des exemples précédents

- pour 1, on avait une fréquence $f = 0,1$ donc l'angle sera $360^\circ \times 0,1 = 36^\circ$;
- pour 2, on prend un angle de $0,2 \times 360^\circ = 72^\circ$;
- pour 3, on prend un angle de $0,15 \times 360^\circ = 54^\circ$;
- pour 4, on prend un angle de $0,25 \times 360^\circ = 90^\circ$;
- pour 5, on prend un angle de $0,1 \times 360^\circ = 36^\circ$;
- et pour 6, on prend un angle de $0,2 \times 360^\circ = 72^\circ$.

La somme des angles est alors bien $36 + 72 + 54 + 90 + 36 + 72 = 360^\circ$, ce qui fait un cercle entier. On construit le diagramme en mesurant les angles:



Remarque: si l'on voulait un diagramme semi-circulaire, on tracerait un demi-disque et on multiplierait les fréquences par 180° (au lieu de 360°), ce qui donne des angles deux fois plus petits que pour un diagramme circulaire.

