Contrôle chapitre 4

Réponse aux questions de tracé sur la feuille de sujet. Tout le reste sur votre copie double, en indiquant les numéros de question. Rédigez en détail vos justifications.

Cours

Dans un triangle ABC, rappeler la définition de :

1. la médiane issue de A,
2. la médiatrice de $[AB]$,
3. la hauteur issue de B.

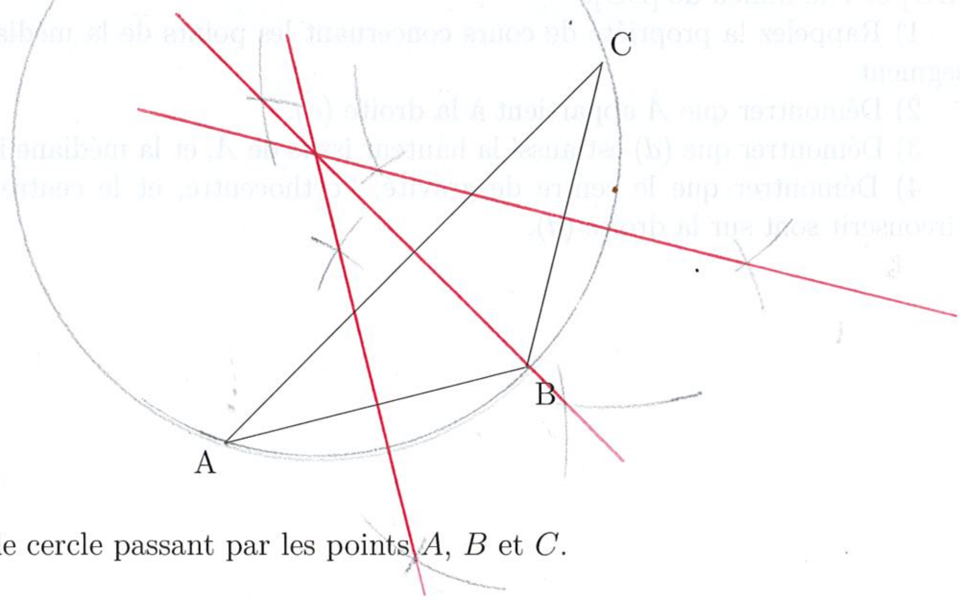
Exercice 1

Parmi les mesures suivantes, lesquelles permettent de construire un triangle ? (on ne demande pas de les construire) **Justifiez la réponse.**

$$AB = 4 \text{ cm}, AC = 3 \text{ cm}, BC = 2 \text{ cm}$$
$$AB = 6 \text{ cm}, AC = 3 \text{ cm}, BC = 2 \text{ cm}$$
$$AB = 4 \text{ cm}, AC = 3 \text{ cm}, BC = 9 \text{ cm}$$

Exercice 2

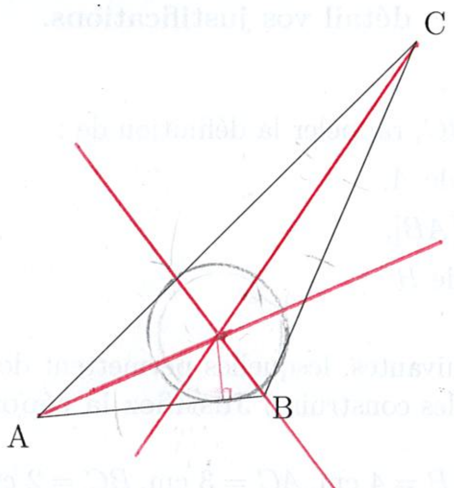
1) Sur le triangle ci-dessous, tracer les médiatrices des trois côtés.



2) Tracer le cercle passant par les points A, B et C.

Exercice 3

1) Sur le triangle ci-dessous, tracer les bissectrices des trois angles.



2) Que peut-on dire des trois droites ainsi tracées ? Comment appelle-t-on leur point de concours ?

3)[Bonus] Tracer le cercle inscrit du triangle.

Exercice 4

On considère un triangle ABC isocèle en A, et on note (d) la médiatrice de $[BC]$ et I le milieu de $[BC]$.

1) Rappelez la propriété de cours concernant les points de la médiatrice d'un segment.

2) Démontrer que A appartient à la droite (d).

3) Démontrer que (d) est aussi la hauteur issue de A, et la médiane issue de A.

4) Démontrer que le centre de gravité, l'orthocentre, et le centre du cercle circonscrit sont sur la droite (d).

Contrôle chapitre 4

Cours

1 La médiane issue de A est la droite passant par A et le milieu de [BC].

2. La médiatrice de [AB] est la droite perpendiculaire à (AB) passant par le milieu de [AB].

3. La hauteur issue de B est la droite passant par B et perpendiculaire à (AC) (Attention ici à parler de la droite (AC) plutôt que du segment [AC] car la hauteur peut ne pas rencontrer le segment).

Exercice 1

Le premier triangle peut être tracé car la plus grande mesure (4 cm) est inférieure à la somme des deux autres (3+2=5 cm).

Les deux autres triangles ne peuvent pas être construits car on a dans les deux cas $AB > AC+CB$ ($6>3+2$) et $BC > BA+AC$ ($9>4+3$).

Exercice 2 : voir sujet (et cours II.1)

Exercice 3 :

1) voir feuille (on trace les bissectrices au compas comme en II.4)

2) Les trois bissectrices sont concourantes ; leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

3) On trace le segment joignant le centre du cercle inscrit à un des côtés perpendiculairement pour obtenir un rayon du cercle inscrit et le tracer ensuite.

Exercice 4

1) Les points de la médiatrice de [BC] sont exactement les points situés à la même distance de B et de C.

2) Comme ABC est isocèle en A, AB=AC. Donc A est à la même distance de B et de C. D'après la question 1), il est donc sur la médiatrice de [BC].
D'où : A∈(d).

3) Comme (d) passe par A (question 2) et est perpendiculaire à (BC) (car c'est la médiatrice de [BC]), (d) est bien la hauteur issue de A.

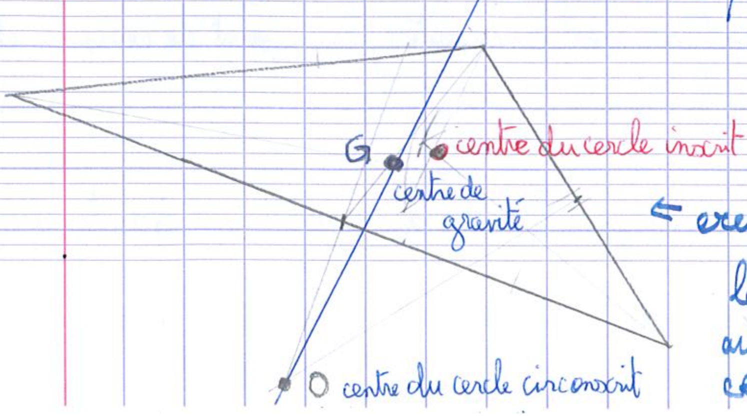
. Comme (d) passe par A (question 2) et par le milieu de [BC] (car (d) est la médiatrice de [BC]) (d) est la médiane issue de A.

4) Le centre du cercle circonscrit appartient à (d) car (d) est la médiatrice de [BC].

Le centre de gravité appartient à (d) car (d) est la médiane issue de A.

L'orthocentre appartient à la droite (d) car (d) est la hauteur issue de A.

Remarque : on a montré ici que ces trois points sont alignés pour un triangle isocèle. C'est le cas pour tout triangle.
Ici, on pourrait de plus montrer que (d) est la bissectrice de l'angle en A, car (d) est un axe de symétrie du triangle. (d) contient donc aussi le centre du cercle inscrit. Cela n'est en revanche vrai que pour les triangles isocèles.



⇐ exemple d'un triangle quelconque où le centre du cercle inscrit n'est pas aligné avec celui du cercle circonscrit et avec le centre de gravité.