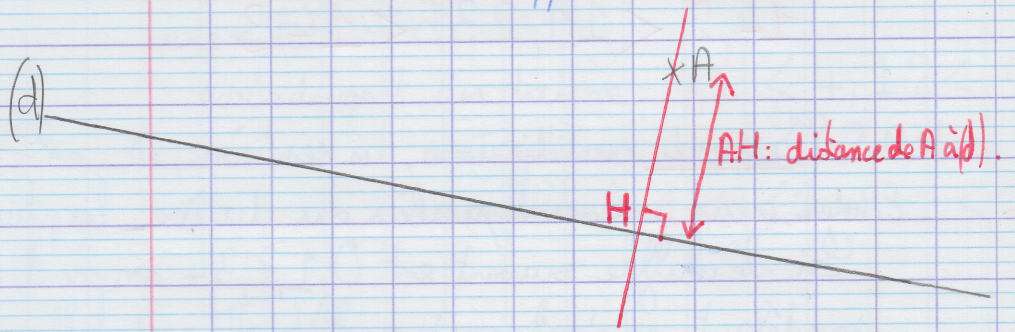
# Chapitre 4 : Géométrie II

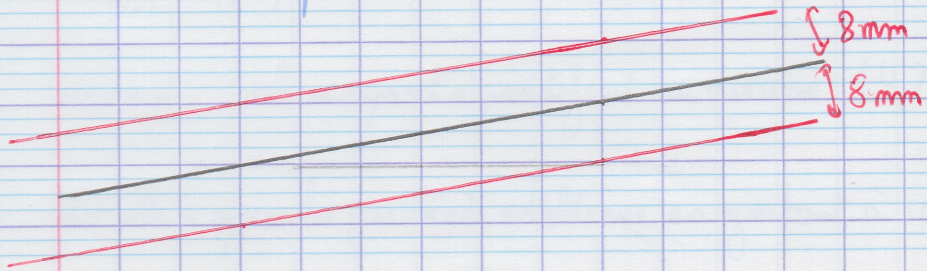
## I) Distance d'un point à une droite

Étant donné un point A et une droite (d), le point de (d) le plus proche de A est le point $H \in (d)$ tel que $(AH) \perp (d)$. On parle de projeté orthogonal de A sur (d).
La distance AH est appelée la distance de A à (d).



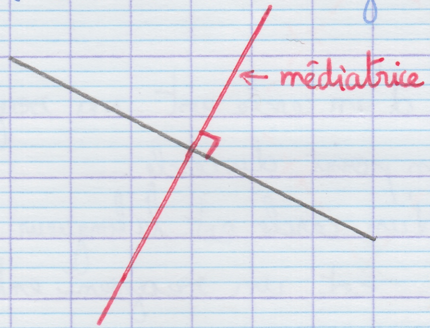

Remarques :

- si $A \in (d)$, la distance de A à (d) est de 0 cm.
- les points situés à une distance fixée de (d) forment deux droites parallèles à (d).

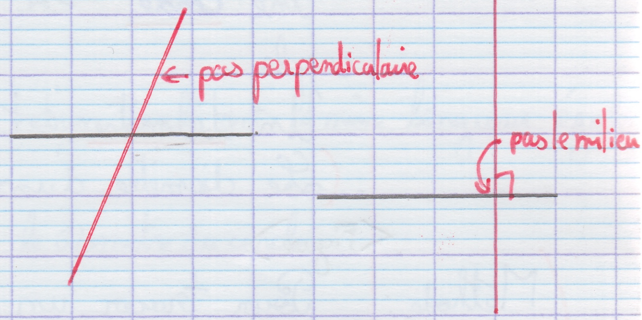


## II) Médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et y est perpendiculaire.

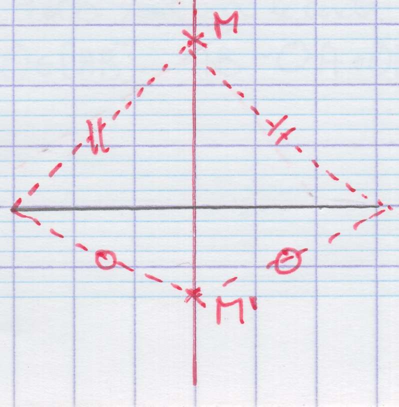



contre-exemples :




Théorème Pour tout point M, les affirmations suivantes sont équivalentes :

- M appartient à la médiatrice de [AB]
- AM = BM. (on dit que M est équidistant de A et B).



## III) Cercle

### 1) Vocabulaire

Définition : Le cercle de centre O et de rayon R est formé des points situés à la distance R de O.

Vocabulaire : Un rayon d'un cercle est un segment entre le centre et un point du cercle.
(Le rayon d'un cercle est la longueur de tous ses rayons.)

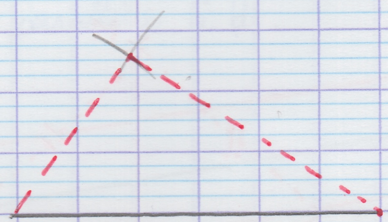
Une corde est un segment entre deux points du cercle.

Un diamètre est une corde passant par le centre du cercle.
(Le diamètre d'un cercle est la longueur de ses diamètres.)

<Figure>

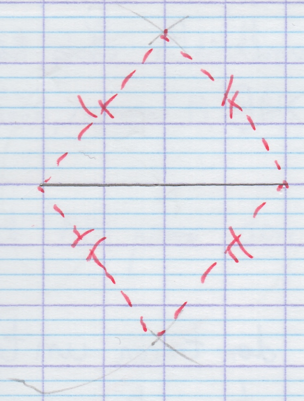
Annulé et repoussé en III.2

Méthode : Pour tracer un triangle connaissant ses trois longueurs, on trace un segment avec la plus grande des longueurs, puis on trace depuis chaque extrémité un arc de cercle avec une des longueurs restantes.



I
VI
3

Méthode On trace la médiatrice d'un segment en traçant deux arcs de cercle de même rayon depuis chaque extrémité.

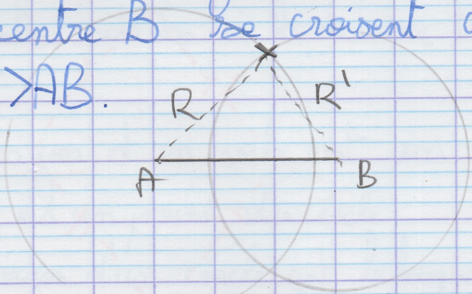


Propriété Tous les diamètres d'un cercle ont la même longueur, égale au double du rayon.
Cette longueur s'appelle le diamètre du cercle.

<u>démonstration</u> :
Si $[AB]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$, on a $A \in (\mathcal{C})$ et $B \in (\mathcal{C})$, et $O \in [AB]$.
Comme A et B sont sur le cercle, $OA = OB = R$.
Comme $O \in [AB]$, $AB = OA + OB = R + R = 2 \times R$.

## 2) Triangles de longueurs données

**Propriété** Les cercles de rayon R et de centre A, et de rayon R' et de centre B se croisent à condition que $R + R' > AB$.




~~Méthode~~

**Remarque :** On peut donc tracer un triangle ABC dont on connaît les mesures, en traçant un segment [AB] de la bonne longueur puis les cercles de centre A et de rayon AC et de centre B et de rayon BC.

## 3) Tracé de médiatrice sans équerre

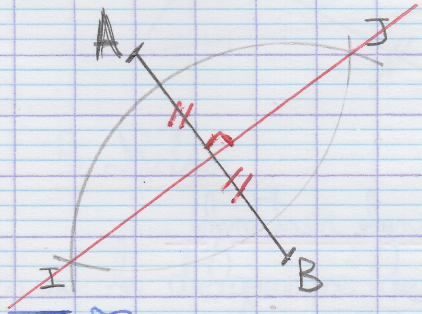
Étant donné un segment [AB], on trace la médiatrice de [AB] en plaçant les points d'intersection I et J de deux cercles de centres A et B et de même rayon R.

**démonstration :** Comme I et J sont sur les cercles de centres A et B et de rayon R, on a : $AI = R$ $BI = R$

$AJ = R$ $BJ = R$

On en déduit que $AI = BI$ donc $I$ est équidistant de $A$ et $B$.
Or, un point équidistant de $A$ et $B$ appartient à la médiatrice de $[AB]$.
Donc $I$ appartient à la médiatrice de $[AB]$.
De la même manière, comme $AJ = BJ$, $J$ appartient à la médiatrice de $[AB]$.
La médiatrice de $[AB]$ passe donc par $I$ et $J$ : c'est la droite $(IJ)$.

Figure :

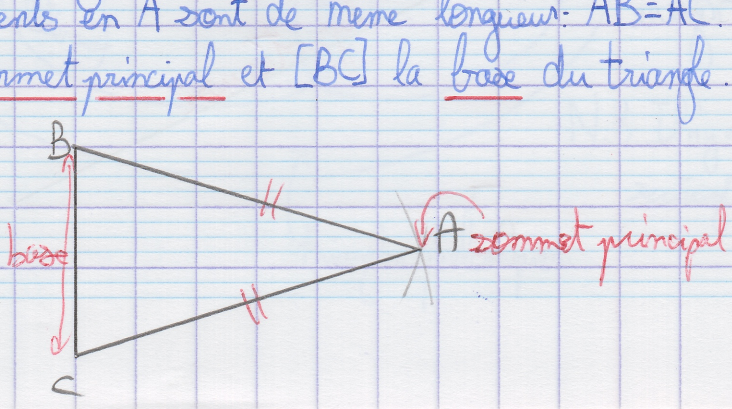



## IV. Triangles particuliers

### 1. Triangles isocèles

Définition : Un triangle $ABC$ est <u>isocèle</u> en $A$ si les deux côtés adjacents en $A$ sont de même longueur : $AB = AC$. $A$ est alors le <u>sommet principal</u> et $[BC]$ la <u>base</u> du triangle.

Figure :

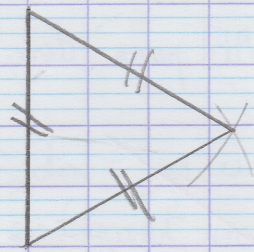


## 2. Triangles équilatéraux

Définition Un triangle est **équilatéral** si ses trois côtés ont la même longueur.

Remarque : Un triangle équilatéral est isocèle en chacun de ses sommets.

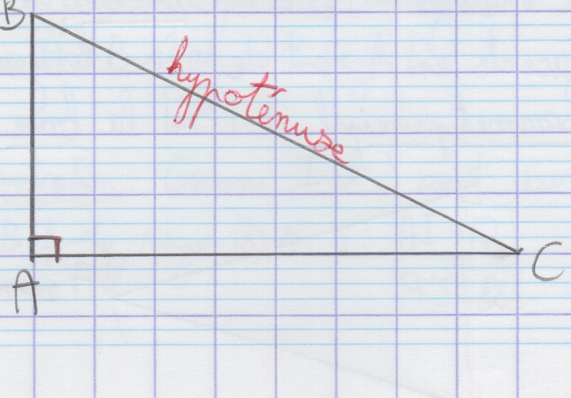
Figure :



## 3. Triangle rectangle

Définition Un triangle ABC est **rectangle** en A si les côtés adjacents en A sont perpendiculaires. Le côté opposé à A est alors appelé l'**hypoténuse** du triangle.

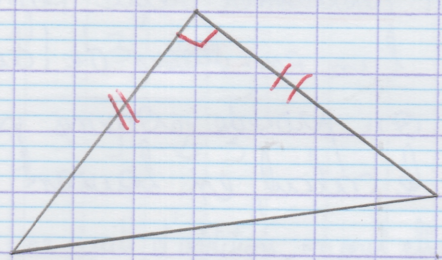
Figure :



## 4. Triangles isocèles rectangles

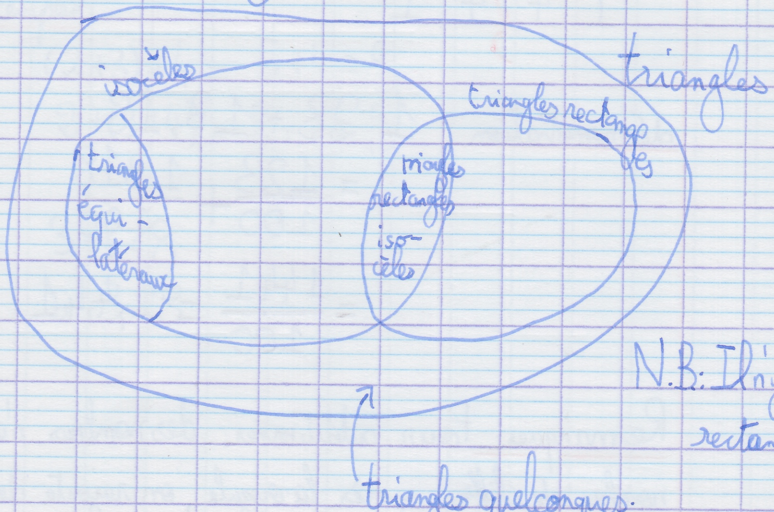
Définition : Un triangle est isocèle rectangle s'il est isocèle et rectangle.

Figure :



## 5. Bilan

On a le diagramme (de Venn) suivant :




N.B : Il n'y a pas de triangle rectangle équilatéral