Correction épreuves communes 2024

Exercice 1

1a) On a les étapes :

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & -4 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ -16 \arrow[dr] & & -6 \arrow[d] \\ & & 18 \arrow[dl] \\ & \underline{2} & \end{tikzcd}$$

b) De même :

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & x \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ x \times 4 \arrow[dr] & & x-2 \arrow[d] \\ & & (x-2)\times(-3) \arrow[dl] \\ & x\times 4 + (x-2)\times(-3) & \end{tikzcd}$$

On obtient la formule : $4x - 3(x-2)$

$= 4x - (3x - 6)$

$= 4x - 3x + 6$

$\underline{= x + 6}$

c) On évalue en $x = \frac{5}{3}$ pour trouver $\frac{5}{3} + 6 = \frac{5}{3} + \frac{18}{3} = \underline{\frac{23}{3}}$.

2. On a les étapes : x

$x \times 3$

$x \times 3 + 18$

Si l'on obtient -2, on a $x \times 3 = -2 - 18 = -20$ et $x = \underline{\frac{-20}{3}}$.

3. En notant x le nombre choisi, le programme B renvoie $3x+18$.

Or, $3x+18 = 3\times x + 3\times 6 = 3\times(x+6)$

ce qui est bien le triple du résultat du programme A.

Exercice 2

1. On lit les coordonnées (35° Nord ; 125° Est)

2. Le rayon de la boule est $23cm \div 2 = 11{,}5cm$.

Le volume est donc $V = \frac{4}{3}\pi \times (11{,}5\,cm)^3 = 2027{,}83...\pi\,cm^3 \approx 6371\,cm^3$

3. Le volume du cylindre est $V_c = \pi \times \left(\frac{6cm}{2}\right)^2 \times (23cm)$

$V_c = 207\pi\,cm^3$

donc $V_c \approx 650\,cm^3$.

Le trophée a donc pour volume total $(6371 + 650)\,cm^3 = 7021\,cm^3$.

Le volume de la boule représente en proportion : $\frac{6371\,cm^3}{7021\,cm^3} \approx 90{,}7\%$.

La boule représente environ 90 à 91% du trophée.

Exercice 3

1. Si l'on fait 28 sachets :

$$\begin{array}{r|l} 364 & 28 \\ \hline 84 & 13 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 208 & 28 \\ \hline 12 & 7 \end{array}$$

Chaque sachet contiendrait 13 chocolats et 7 caramels, mais il resterait 12 caramels ce qui ne convient pas.

2a)

364	2
182	2
91	7
13	13
1	

donc $364 = 2^2 \times 7 \times 13$.

208	2
104	2
52	2
26	2
13	13
1	

donc $208 = 2^4 \times 13$.

b) On forme le plus grand diviseur commun de 208 et 364.

$$208 = 2 \times 2 \times 7 \times 13 \qquad\qquad 208 = 7 \times (2 \times 2 \times 13) = 7 \times 52$$
$$364 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13 \quad \rightarrow \quad 364 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 13) = 4 \times 52$$

On peut donc former 52 sachets de 7 chocolats et 4 caramels.

alternative : on cherche tous les diviseurs :

$$\begin{aligned} 364 &= 1 \times 364 \\ &= 2 \times 182 \\ &= 4 \times 91 \\ &= 7 \times 52 \\ &= 13 \times 28 \\ &= 14 \times 26 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 208 &= 1 \times 208 \\ &= 2 \times 104 \\ &= 4 \times 52 \\ &= 8 \times 26 \\ &= 13 \times 16 \end{aligned}$$

Les diviseurs communs sont alors 1, 2, 4, 13, 26 et 52, le plus grand étant bien 52.

c) Le prix total est $7 \times 0{,}10€ + 4 \times (\overbrace{\text{prix d'un caramel}}^{p}) = 1{,}30€$.

donc $0{,}70€ + 4 \times p = 1{,}30€$

et $4p = 1{,}30€ - 0{,}70€ = 0{,}60€$

d'où $p = 0{,}60€ \div 4 = 0{,}15€$.

Chaque caramel coûte donc 15 centimes.

Exercice 4

1. La plus grande longueur de ABC est $AB = 12{,}5\,km$.

On calcule : $AB^2 = (12{,}5\,km)^2 = 156{,}25\,km^2$

$AC^2 + BC^2 = (10\,km)^2 + (7{,}5\,km)^2 = 100\,km^2 + 56{,}25\,km^2 = 156{,}25\,km^2$.

Donc $AB^2 = AC^2 + CB^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. Dans le triangle ABC, on sait que :

- $F \in [AB]$
- $E \in [AC]$
- $(EF) // (BC)$

D'après le théorème de Thalès, on a donc : $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$.

En remplaçant, il vient : $\dfrac{8\,km}{12{,}5\,km} = \dfrac{AE}{10\,km} = \dfrac{EF}{7{,}5\,km}$

Par règle de trois, on trouve : $AE = \dfrac{10\,km \times 8\,km}{12{,}5\,km} = 6{,}4\,km$

$EF = \dfrac{7{,}5\,km \times 8\,km}{12{,}5\,km} = 4{,}8\,km$.

(ou : (FE)//(BC) et $\widehat{AEF}$ et $\widehat{ACB}$ sont correspondants)

3. On sait que : . (FE)//(BC)
. (AC) ⊥ (BC) (car ABC est rectangle en C.)

Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, donc (AC)⊥(FE).

Donc FEC est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore, on a $FE^2+EC^2=FC^2$.

Or $EC = AC - AE = 10\,km - 6{,}4\,km = 3{,}6\,km$

D'où : $FC^2 = (4{,}8\,km)^2 + (3{,}6\,km)^2 = 23{,}04\,km^2 + 12{,}96\,km^2 = 36\,km^2$

Et $FC = \sqrt{36\,km^2} = 6\,km$.

Exercice 5

A. $4+4+1 = 9$ donc 441 est multiple de 9.

$(1+2+3 = 6 = 3\times2$ donc 123 est multiple de 3.)

$\sqrt{301} \simeq 14,\dots$ 301 est impair, et n'est divisible ni par 3 ni par 5 (critères).

$301 \div 7 = 43$

Donc $301 = 7\times43$ n'est pas premier.

$\sqrt{131} \simeq 11,\dots$

131 est impair et n'est pas multiple de 5

$1+3+1=5$ donc 131 n'est pas multiple de 3

$131 = 7\times18+5$ n'est pas multiple de 7

$131 = 11\times11+10$ n'est pas multiple de 11

Donc 131 est premier

B. La base du triangle a pour aire : $\dfrac{3\,cm\times6\,cm}{2} = 9\,cm^2$.

Le volume du prisme est donc $(9\,cm^2)\times(4\,cm) = 36\,cm^3 = 36\,mL$

C. Si l'on note x le prix initial, $x \times 1{,}20 \times 1{,}20 = 2016$ €,

donc $1{,}44x = 2016$ €

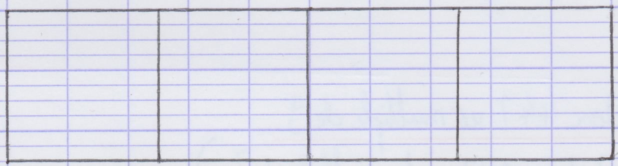
et $x = \dfrac{2016\text{ €}}{1{,}44} = \underline{1400\text{ €}}$

D. On doit remplir le tableau :

amande	sucre	beurre	Total
6	3	1	→ 6+3+1=10
$\frac{6\times 7kg}{10} = 4{,}2kg$	$\frac{3\times 7kg}{10} = 2{,}1kg$	$\frac{1\times 7kg}{10} = 0{,}7kg$	7kg

Il faudra donc 2,1kg de sucre pour 7kg de frangipane.

Exercice 6

1. 

2. Le premier script donne la figure 2 (les trois carrés se chevauchent).

Le second script donne la figure 1 (quatre carrés autour du point de départ situé au centre).

3.
5 | répéter 8 fois (on trace 8 carrés autour du point de départ)
6 | Carré
7 | Tourner ↺ de 45 degrés (on opère un huitième de tour d'angle $\frac{360°}{8} = 45°$. L'autre sens de rotation conviendrait aussi.)

Exercice 7

1. On calcule $\left(1 - \frac{21}{100}\right) \times 5680{,}9 = 0{,}79 \times 5680{,}9 \simeq 4487{,}9$

Les émissions de l'UE en 2013 représentent 4487,9 Mt équivalent CO_2.

2. La baisse d'émissions est $549,4 - 490,2 = 59,2$.

En proportion des émissions de 1990, cela représente : $\frac{59,2}{549,4} \approx 0,1077 \approx 10,8\%$.

La France a diminué ses émissions d'environ 10,8% entre 1990 et 2013.

3. L'objectif de 40% amènerait à $\left(1 - \frac{40}{100}\right) \times 549,4 = 329,64$ Mt.

Une baisse de 30% à partir de 2013 amènerait à $\left(1 - \frac{30}{100}\right) \times 490,2 = 343,14$ Mt,

ce qui est donc encore au-dessus de l'objectif fixé (c'est donc insuffisant)

Fin exercice 4

4. La course est obtenue en parcourant les segments [DB], [BC], [CF], [FE], et [EA].

On calcule DB = DA - AB = 14,4 km - 12,5 km = 1,9 km.

Et on trouve une longueur : DB+BC+CF+FE+EA = (1,9 + 7,5 + 6 + 4,8 + 6,4)km = 26,6 km.

5. On calcule la vitesse v = d ÷ t = (26,6 km)÷ (1h 35 min) = (26,6 km ÷ 95 min) = 0,28 km/min = 0,28 x 60 km/h = 16,8 km/h.

6. (Trois méthodes au choix) :
On convertit 16,8 km/h = (16 800 m)÷ (3 600 s) = 4,66… m/s ;

On convertit 4,7 m/s = (0,0047 km)/s = (0,0047 x 3 600) km/h = 16, 92 km/h ;

On calcule le temps pris par Jim : t = d ÷ v = (26,6km)÷(4,7 m/s) = (26 600m)÷(4,7 m/s)

= 5660 s = 94 min 20 s = 1h 34 min 20 s.

Dans tous les cas, on trouve que Jim est arrivé en premier.