Corrigé du devoir maison

Exercice 1

a) $7 - 10 + 14 - 13 - 21 + 3 = (7+14+3) - (10+13+21)$

$= 24 - 34$

$= -10.$

b) $0,75 + 4,7 - 0,7 - 0,5 - 1 = (0,75+4,7) - (0,7+0,5+1)$

$= 5,45 - 2,2$

$= 3,25.$

c) $(5-3+7-1) + (-9+4-1) - (-3-7+2)$

$= (2+6) + (-6) - (-8)$

$= 8 - 6 + 8 = 16 - 6 = 10.$

d) $[(5-9)+(3-5)] - [(7+3-5)-(7-10)] = [-4+(-2)] - [5-(-3)]$

$= -6 - (5+3)$

$= -6 - 8$

$= -14.$

e) $[12-(14-5+0,75)] + [-15+(3,25-2)] = [12-9,75] + [-15+1,25]$

$= 2,25 + -13,75$

$= -11,5.$

Exercice 2

a) $(11h45) - (2h15) = \underline{9h30}$

b) $(8h\,16min) - (-7h\,14min) = 8h\,16min + 7h\,14min = \underline{15h\,30min}$.

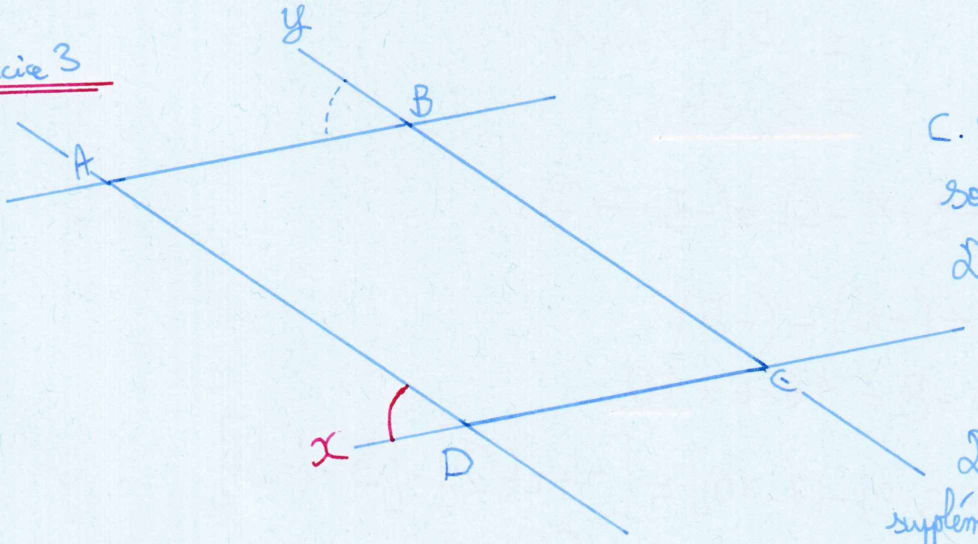
c) $(-1h\,05min) - (-3h\,10min) = -1h\,05min + 3h\,10min = \underline{2h\,05min}$.

d) $(12h\,17min\,47s) - (-4h\,17min\,51s) = 12h\,17min\,47s + 4h\,17min\,51s$

$= 16h\,34min\,98s$

$= \underline{16h\,35min\,38s}$.

Exercice 3



c. L'angle $\widehat{xDA}$ et l'angle $\widehat{BAD}$ sont alternes-internes et $(AB)//(CD)$.

D'après le théorème des angles alternes-internes, ils sont égaux : $\widehat{xDA} = \widehat{BAD}$.

D'autre part, $\widehat{xDA}$ et $\widehat{ADC}$ sont supplémentaires : $\widehat{xDA} + \widehat{ADC} = 180°$.

Donc $\underline{\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180°}$.

On montrerait de même que tous les angles voisins sont supplémentaires.

2. (a) $\widehat{xDA}$ est alterne-interne avec $\widehat{BAD}$

(b) $\widehat{xDA}$ et $\widehat{ADC}$ sont supplémentaires : $\widehat{xDA} + \widehat{ADC} = 180°$. Donc $\underline{\widehat{xDA} = 180° - \widehat{ADC}}$.

(c) D'autre part, on sait que $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180°$ donc $\widehat{BAD} = 180° - \widehat{ADC}$ et $\underline{\widehat{BAD} = \widehat{xDA}}$.

(d) Les angles alternes-internes $\widehat{BAD}$ et $\widehat{xDA}$ sont de même mesure, donc d'après la réciproque du théorème des angles alternes-internes, $\underline{(AB)//(CD)}$.

(e) De même, $\widehat{yBA} = 180° - \widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD} = 180° - \widehat{CBA}$ donc $\widehat{yBA} = \widehat{BAD}$. Ces angles alternes-internes sont égaux donc, d'après la réciproque du théorème des angles alternes-internes, $\underline{(AD)//(BC)}$.

3. ABCD est un parallélogramme exactement si
$$\boxed{\begin{cases} \widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180° \\ \widehat{ADC} + \widehat{DCB} = 180° \\ \widehat{DCB} + \widehat{CBA} = 180° \\ \widehat{CBA} + \widehat{BAD} = 180° \end{cases}} \quad (*)$$

Si on a (*), $\widehat{BAD} = 180° - \widehat{ADC} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ADC} = 180° - \widehat{BAD} = \widehat{CBA}$ donc les angles opposés sont égaux.

Inversement, si les angles opposés sont égaux, on a : $\begin{cases} \widehat{BAD} = \widehat{DCB} \\ \widehat{ADC} = \widehat{CBA}. \end{cases}$

Or, $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} + \widehat{CBA} + \widehat{DCB} = 360°$ (somme des angles d'un quadrilatère)

donc $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} + \widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 360°$

et $2 \times (\widehat{BAD} + \widehat{ADC}) = 360°$ d'où $\underline{\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180°}$.

On en tire les trois autres égalités d'(*) donc ABCD est un parallélogramme.