Para efeitos da nota atribuida à resolução de exercícios ao longo do semestre - **Submeter até 23:59 de 12 de Junho**
(o problema continuará depois disponível para submissão, mas sem contar para a nota)
[para perceber o contexto do problema deve ler o guião da aula #13]

[ED233] Árvores na Terra dos Dados

Neste problema deverá apenas submeter uma classe **BTree<T>** (e não um programa completo).

Código Base

O código base são as classes de árvores binárias dadas nas aulas. Pode fazer download de um único ficheiro zip contendo todos os códigos-fonte (ficheiros .java) necessários. Use como base a classe **BTree<T>**, que é a única que deverá submeter.

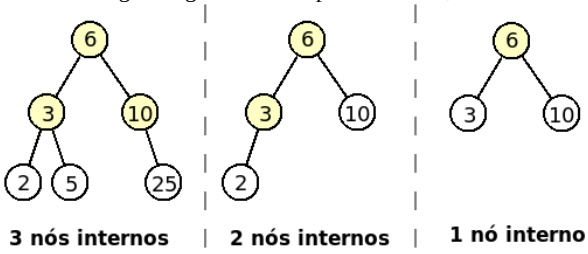
Problema

As árvores são das mais antigas criaturas da *Terra dos Dados*, conhecidas por serem defensoras das florestas e do mundo livre, combatendo ferozmente o cruel *Senhor das Trevas e da Ineficiência*. A espécie mais conhecida destas criaturas é a árvore binária, que precisa da tua ajuda para aumentar o seu poder com novos métodos.

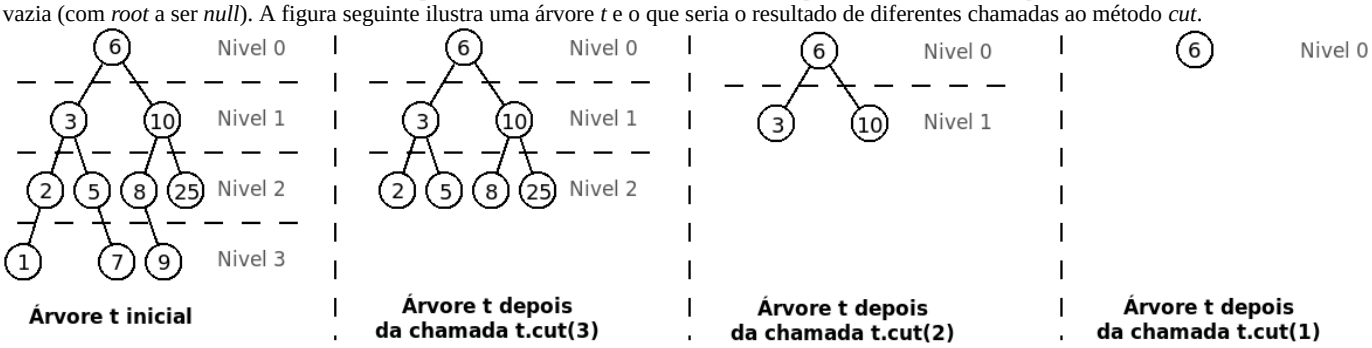
Métodos a Implementar

Deve acrescentar à classe *BTree* dada os seguintes métodos (**não modificando nenhum dos métodos já existentes no código base**):

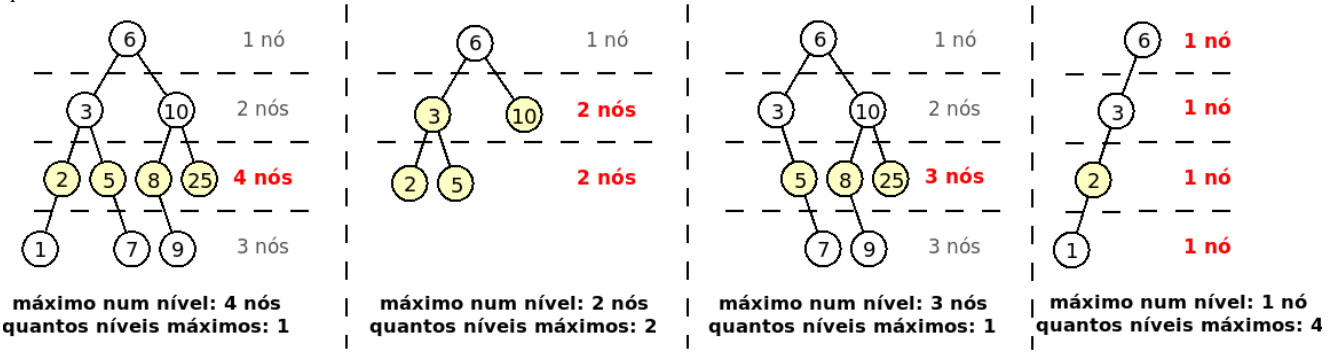
- **public int internal()** *(30% da cotação)*
  Deve **devolver a quantidade de nós internos da árvore.** Um nó interno da árvore é um nó com pelo menos um nó filho. Por exemplo, as árvores da figura seguinte têm respetivamente 3, 2 e 1 nós internos (indicados a amarelo).



- **public void cut(int d)** *(30% da cotação)*
  Deve **remover da árvore todos os nós com profundidade ≥*d***, mantendo os nós com profundidade <*d*. Note que se *d*≤0, a árvore deve ficar vazia (com *root* a ser *null*). A figura seguinte ilustra uma árvore *t* e o que seria o resultado de diferentes chamadas ao método *cut*.



- **public int[] maxLevel()** *(40% da cotação)*
  Deve **devolver um array *[a,b]* onde *a* é a quantidade máxima de nós num único nível de profundidade, e *b* é a quantidade de níveis com essa quantidade *a* de nós.**. O array devolvido deve ter sempre tamanho 2 e é garantido que o seu método será sempre chamado com uma árvore não nula. A figura seguinte ilustra algumas árvores, a sua quantidade máxima de nós num único nível (nós a amarelo, quantidade a vermelho) e quantos níveis têm esse máximo.



Notas

- Pode submeter código com apenas alguns dos métodos implementados (para obter pontuação parcial).
- Pode implementar métodos auxiliares, se quiser.
- Para testar na sua máquina deve criar uma árvore. Pode ler uma árvore com número inteiros usando o método *readIntTree* da classe *LibBTree* (um exemplo foi dado nas aulas e está disponível na classe *TestBTree*).
- Em todos os casos de teste as árvores têm tamanho máximo de 100 nós, com a excepção do **último caso de teste do método *maxLevel* (valendo 10% da cotação), onde a árvore pode ter 50 mil nós e 20 mil de altura**, pelo que é esperado que a sua solução seja linear no número de nós da árvore para passar no tempo limite. Caso a sua função seja recursiva, para testar uma árvore com tantos níveis no seu computador, pode ter que aumentar o tamanho da stack do Java na execução (ex: *java -Xss256M ED233* executaria o a classe ED233 com 256MB de stack). No Mooshak, a stack tem tamanho precisamente 256MB.

Exemplos de Input/Output para o método *internal*

Os 3 primeiros exemplos correspondem às três árvores da figura.

Árvore *t* em *preorder*	**Valor devolvido por *t.internal()***
6 3 2 N N 5 N N 10 N 25 N N	3
6 3 2 N N N 10 N N	2
6 3 N N 10 N N	1
6 N N	0
N	0

Exemplos de Input/Output para o método *cut*

A árvore em todos os exemplos corresponde à árvore da figura.

Árvore *t* em *preorder*	**Chamada**	**Estado da árvore depois da chamada, em *preorder* (com *nulls*)**
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(3)	6 3 2 N N 5 N N 10 8 N N 25 N N
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(2)	6 3 N N 10 N N
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(1)	6 N N
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(0)	N
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(-1)	N
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	t.cut(42)	6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N

Exemplos de Input/Output para o método *maxLevel*

Os 4 primeiros exemplos correspondem às quatro árvores da figura.

Árvore *t* em *preorder*	**Array devolvido por *t.maxLevel()***
6 3 2 1 N N N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	[4,1]
6 3 2 N N 5 N N 10 N N	[2,2]
6 3 N 5 N 7 N N 10 8 N 9 N N 25 N N	[3,1]
6 3 2 1 N N N N N	[1,4]
42 N N	[1,1]
