Программа к экзамену по теории вероятности для группы 3538 – 3539, осень 2011 г.

1. Пространство элементарных исходов (ПЭИ), примеры. Событие, действия над событиями. Алгебра и σ-алгебра событий. Условные алгебра и σ-алгебра событий. Примеры.
2. Дискретная вероятностная схема: вероятностное пространство, счётная аддитивность вероятностной меры в дискретном случае.
3. Примеры дискретных схем.
4. Общая вероятностная схема: аксиомы Колмогорова (дискретная схема как частный случай общей), свойства вероятностной меры.
5. Счетная аддитивность и аксиомы непрерывности, эквивалентность двух аксиом непрерывности. Связь счётной аддитивности и аксиом непрерывности.
6. Независимость событий попарная и в совокупности, пример Бернштейна. Свойства независимых событий. Независимость экспериментов.
7. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.
8. Схема Бернулли (построение на базе независимых по совокупности испытаний с двумя исходами). Наивероятнейшее событие в схеме Бернулли.
9. Предельные теоремы для схемы Бернулли: связь гипергеометрического и биномиального распределений.
10. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Теорема Пуассона.
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
12. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
13. Понятие случайной величины. Примеры.
14. Функция распределения и ее свойства.
15. Выборочное пространство – построение вероятностного пространства и случайной величины по заданной F(x) с тремя свойствами
16. Примеры функций распределения.
17. Типы распределений. Дискретные распределения. Свойства вероятностей значений дискретной случайной величины.
18. Абсолютно непрерывные распределения и непрерывные случайные величины. Плотность распределения, ее свойства, связь с функцией распределения.
19. Сингулярные распределения, пример построения сингулярного распределения.
20. Теорема Лебега. Смеси. Пример.
21. Функциональная зависимость случайных величин X и Y в случае измеримости Y относительно $\sigma(X)$ - σ-алгебры, порожденной случайной величиной X.
22. Представление случайной величины, измеримой относительно σ-алгебры, порожденной разбиением $\{C_i\}$ пространства элементарных исходов Ω.
23. Случайный вектор. Для дискретного случая свойства p_{ij}, маргинальные распределения.
24. Независимость случайных величин. Для схемы Бернулли независимость N и T.
25. Свертки для дискретных величин (распределение суммы случайных величин). Пример: распределение момента второго успеха в схеме Бернулли.
26. Условные распределения. Пример – условное распределение номера первого успеха в схеме Бернулли при фиксированном значении номера второго успеха.
27. Математическое ожидание (дискретный вариант). Определение, примеры (обязательно: для распределения Пуассона и геометрического распределения).
28. Целочисленные случайные величины. Лемма о математическом ожидании целочисленной случайной величины.
29. Задача о рекордном значении.
30. Свойства математического ожидания.
31. Условные математические ожидания. Утверждение о достаточном условии равенства $E(X \mid A)$ и $E(X)$. Формула полного математического ожидания.

32. Функция регрессии. Равенство E(m(X)) = E(Y). Утверждение о постоянстве функции регрессии для независимых случайных величин. Тождество Вальда.
33. Условное математическое ожидание относительно полной системы событий. Пример.
34. Обобщение свойства E(m(X)) = E(Y). Свойства E(X|**C**).
35. Дисперсия. Определение, свойства, вычисление дисперсии для стандартных дискретных распределений.
36. Условная дисперсия, формула разложения дисперсии.
37. Условное математическое ожидание E(X|Y) как решение экстремальной задачи. Расстояние от Y до подпространства $L_X = \{g(X)\}$.
38. Линейная регрессия.
39. Математическое ожидание и дисперсия в абсолютно непрерывном случае, их свойства. Ковариация и коэффициент корреляции. Определение, свойства.
40. Нормальный закон распределения, моменты, правило 3σ.
41. Равномерное распределение, моменты, два утверждения о моделировании случайных величин. Пример – моделирование Exp_l .
42. Показательное распределение, моменты.