კეპლერის კანონები

ლევან კანკაძე

25 მაი. 2021 წ.

შესავალი

კეპლერის კანონები.

1 სტატიკა

სტატიკაში შეისწავლება მყარი სხეულების წონასწორობა, რომელზეც მოქმედებს ძალები. წონასწორობაში იგულისხმება მდგომარეობა, რომლისთვისაც, სხეულს არ გააჩნია აჩქარება, ანუ მოძრაობს თანაბრად და წრფივად, ან ნაწილობრივ, იმყოფება უძრავად ათვლის ინერციულ სისტემაში. (პრაქტიკულად ამოცანებში, დედამიწასთან დაკავშირებული ათვლის სისტემა ითვლება ინერციულად.

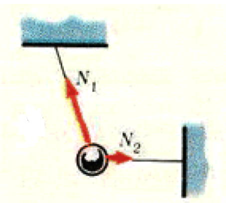
რა ძალები მოქმედებს წონასწორობაში მყოფ სხეულზე? პირველ რიგში უნდა გავიხსენოთ სიმძიმის ძალა. ეს სიმძიმის ძალა არის ტოლქმედი სხეულის შემადგენელი ნაწილაკების სიმძიმის ძალისა.

შემდეგ მოქმედებს ბმის რეაქციის ძალები - ეს ძალები ეწინააღმდეგება სხეულის მოძრაობას რომელიმე მიმართულებით.

ამიტომაც განვიხილოთ როგორაა მიმართული რამდენიმე სახის ბმის რეაქციის ძალები:

1.

2. გადაბმა არის დრეკადი ძაფით, მაშინ დრეკადობის ძალა არის ყოველთვის მიმართული ძაფის გასწვრივ და "გამოდის"იმ წერტილიდან რომლითაც მიმაგრებულია სხეულზე.



სურ 1: A boat.

3. სახსრული შეერთება -

2 შენახვის კანონები დაჯახებებში

3 სითბო

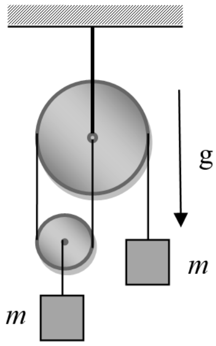
თუ ნივთიერება დნება $+\lambda m$ გამყარება $-\lambda m$
თუ ნივთიერება ორთქლდება $+rm$ კონდესირდება $-rm$

4 შენახვის კანონები

01. m მასის უძრავ ბირთვს V სიჩქარით ეჯახება M მასის მოძრავი ბირთვი. იპოვეთ ბირთვების სიჩქარეები დაჯახების შემდეგ, თუ დაჯახება დრეკადია და ცენტრული. ძალის მოქმედებს წრფე გადის სხეულის მასათა ცენტრზე - სიმძიმის ცენტრი.

5 ჭოჭონაქები

01. იპოვეთ რა ძალით მოქმედებს ჭერზე, ნახატზე გამოსახული უმასო ჭოჭონაქების სისტემა. თოკები უჭიმვადია და უმასო, თითოეული სხეულის მასაა m. ხახუნი უგულებელყავით.

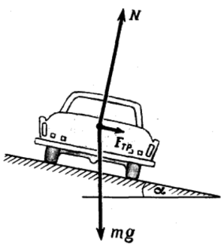


სურ 2: A boat.

6 წრეწირზე მოძრაობა

01. მოტოციკლეტისტი მოძრაობს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე $v = 70$ კმ/სთ სიჩქარით, ბრუნდება $R = 100$ მ რადიუსის მოსახვევში, რა კუთხით უნდა გადაიხაროს რომ არ დაეცეს?
ამოხსნა
აქაც ხახუნის ძალაა, ძალა რომელიც აჩერებს მოტოციკლისტს, $F_{fr} = \frac{mv^2}{R}$, საყრდენის რეაქციის ძალა $N = mg$. მომენტების წესი სიმძიმის ცენტრის მიმართ მომცემს განტოლებას $F_{fr} \cdot l \sin\alpha = Nl\cos\alpha$. აქ მოცემული არაა μ და მაგიტომ გვჭირდება. ეს მომენტები.

02. რა მაქსიმალური v სიჩქარით შეიძლება იმოძრაოს მანქანამ α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე თუ სიმრუდის რადიუსია R და ხახუნის კოეფიციენტი ბორბლებსა და გზას შორის არის k.



სურ 3: A boat.

7 კეპლერის კანონები

7.1 კეპლერის პირველი კანონი

პლანეტები მოძრაობს ელიფსებზე, რომელთა ერთ-ერთ ფოკუსში იმყოფება მზე.

7.2 კეპლერის მეორე კანონი

პლანეტის რადიუს-ვექტორი დროის ტოლ შუალედებში ტოლ ფართობებს მოხვეტს.

7.3 კეპლერის მესამე კანონი

პლანეტების გარშემოვლის პერიოდების კვადრატები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც მათი ორბიტების დიდი ნახევარღერძების კუბები.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{1}$$

8 გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია

r მანძილით დაშორებული m_1 და m_2 მასის ნივთიერი წერტილების გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიის ფორმულის მიღებას ინტეგრების ცოდნა სჭირდება. ჩვენ მოვიყვანთ შედეგს გამოყვანის გარეშე:

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r} + C \tag{2}$$

სადაც C ნებისმიერი მუდმივაა. მისი კონკრეტული მნიშვნელობა დამოკიდებულია ნულოვანი დონის არჩევაზე. ჩვეულებრივ, ნულად თვლიან უსასრულოდ დაშორებული სხეულების პოტენციალურ ენერგიას. ამ შემთხვევაში $C = 0$ და

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

.

9 კოსმოსური სიჩქარეები

9.1 პირველი კოსმოსური სიჩქარე

პირველი კოსმოსური სიჩქარე არის ის სიჩქარე, რომელიც საჭიროა სხეულს მივანიჭოთ გასროლისას რომ არ დაეცეს დედამიწაზე და გააგრძელოს მის გარშემო ბრუნვა. ნიუტონის მეორე კანონით:

$$\frac{mv^2}{r_E} = G\frac{M_E m}{r_E^2} \tag{3}$$

სადაც M_E არის დედამიწის მასა, r_E არის დედამიწის რადიუსი. რიცხვით გამოთვლისას მიიღება რომ $v = 7.91 \cdot 10^3$ მ/წმ.

9.2 მეორე კოსმოსური სიჩქარე

მეორე კოსმოსური სიჩქარის მინიჭებისას სხეულს შეუძლია დატოვოს დედამიწის ორბიტა, თუკი ჩავწერთ სრულ მექანიკურ ენერგიას.

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{M_E m}{r_E} \tag{4}$$

ცხადოა როდესაც დედამიწის დატოვებს მას აღარ ექნება დედამიწასთან ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია, და რადგან მინიმალურ სიჩქარეს ვეძებთ აღარც კინეტიკური ენერგია ექნება ორბიტის დატოვებისას მაშინ.

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{M_E m}{r_E} = 0 \tag{5}$$

აქედან მივიღებთ:

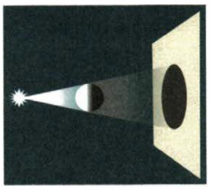
$$v = \sqrt{\frac{2GM_E}{r_E}} \tag{6}$$

სადაც M_E არის დედამიწის მასა, r_E არის დედამიწის რადიუსი. რიცხვით გამოთვლისას მიიღება რომ $v = 11.2 \cdot 10^3$ მ/წმ.

ორივე შემთხვევაში შეიძლება გამოვიყენოთ მიახლოება, $g = GM/r_E^2$ და ზემო განტოლებებში ჩავსვათ.

10 გეომეტრიული ოპტიკა

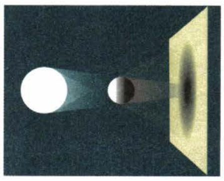
თუ სხეულს დავანათებთ წერტილოვანი წყაროდან, მაშინ საგნის ჩრდილი იქნება სრული, მკვეთრად შემოხაზული საზღვარით.



სურ 4: A boat.

ნახევარჩრდილის ზომის და გეომეტრიული ფორმის განსაზღვრა შესაძლებელია გეომეტრიული აგებით, სინათლის წრფივი გავრცელების მიხედვით.

თუკი ობიექტს ვანათებთ გაწელილი არაწერტილოვანი სინათლის წყაროთი, მაშინ ის ასევე წარმოქმნის ნახევარჩრდილს-ნაწილობრივ განათებულ ეკრანის არეს, სადაც მხოლო მანათობელი ობიექტის ნაწილიდან ეცემა სინათლე. ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება სრული ჩრდილი საერთოდ არ გვქონდეს, და მხოლოდ იყოს ნახევარჩრდილი.



სურ 5: A boat.

11 ამოცანები

01. რა დროში დაეცემა მთვარე დედამიწას თუ ის სწრაფად გაჩერდება.
ამოხნსა: ამ ამოცანაში უნდა გამოვიყენოთ კეპლერის მესამე კანონი:

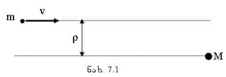
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{7}$$

დავარდნა შეიძლება განვიხილოთ როგორც ძალიან გაწელილი ელიფსი. თუ დავუშვებთ რომ თავიდან მთვარის რადიუსი იყო a ახალი რადიუსი იქნება $a/2$, მაშინ ვარდნის დრო იქნება.

$$T_1^2 = T_2^2 \cdot \frac{(a/2)^3}{a^3} = T_2^2 \frac{1}{8} \tag{8}$$

სადაც T_2 არის ძველი მთვარის პერიოდი, მაშინ დავარდნის დრო იქნება პერიოდის ნახევარი $T_1/2$

02. უძრავად დამაგრებული M მასის ნივთიერი წერტილის გრავიტაციულ ველში დიდი მანძილით დაშორებული წერტილიდან (ამ მანძილზე გრავიტაციული ურთიერთქმედება შეგვიძლია უგულებელვყოთ) v სიჩქარით მოძრაობს m მასის ნივთიერი წერტილი, რომლის სამიზნე პარამეტრია ρ. იპოვეთ უმცირესი მანძილი ნივთიერ წერტილებს შორის.



სურ 6: A boat.

ამოხსნა: იხსნება იმპულსის მუდმივობისა და ენერგიის მუდმივობით.
პასუხი:

$$r_{min} = \frac{1}{v^2}$$

12 გამოსახულების აგება ლინზებსა და სფერულ სარკეებში

ლინზით ან სარკით მიღებული გამოსახულების ადგილმდებარეობის განსაზღვრა შეიძლება ორი მეთოდით - ალგებრული გამოთვლით (ლინზისა და სარკის ფორმულის გამოყენებით) ანდა გეომეტრიული აგებით.

პირველი მეთოდი თუმც არის უფრო უნივერსალური, ხშირად რთულ ოპტიკურ სისტემებში მას თავს ვერ ავარიდებთ. სამაგიეროდ მეორე მეთოდი უფრო თვალსაჩინოა. ამიტომაც ალგებრულად ამოცანის შემთხვევაშიც კი ვაკეთებთ ნახაზს, რომელიც გვეხმარება საჭირო სისტემის დაწერაში. თუ ამოცანა არ არის ზედმეტად შრომატევადი(?), აგებით ამოხსნა არის უფრო მოსახერხებელი.

თხელ ლინზებში გამოსახულების აგებისას ვსარგებლობთ სამი ძირითადი თვისებით სინათლის სხივის.