კეპლერის კანონები

ლეევან კანკაძე

12 მაი. 2021 წ.

შესავალი

კეპლერის კანონები.

1 შესავალი

2 კეპლერის კანონები

2.1 კეპლერის პირველი კანონი

2.2 კეპლერის მეორე კანონი

2.3 კეპლერის მესამე კანონი

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{1}$$

3 კოსმოსური სიჩქარეები

3.1 პირველი კოსმოსური სიჩქარე

პირველი კოსმოსური სიჩქარე არის ის სიჩქარე, რომელიც საჭიროა სხეულს მივანიჭოთ გასროლისას რომ არ დაეცეს დედამიწაზე და გააგრძელოს მის გარშემო ბრუნვა. ნიუტონის მეორე კანონით:

$$\frac{mv^2}{2} = G\frac{M_E m}{r_E^2} \tag{2}$$

სადაც M_E არის დედამიწის მასა, r_E არის დედამიწის რადიუსი. რიცხვით გამოთვლისას მიიღება რომ $v = 7.91 \cdot 10^3$ მ/წმ.

3.2 მეორე კოსმოსური სიჩქარე

მეორე კოსმოსური სიჩქარის მინიჭებისას სხეულს შეუძლია დატოვოს დედამიწის ორბიტა, თუკი ჩავწერთ სრულ მექანიკურ ენერგიას.

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{M_E m}{r_E} \tag{3}$$

ცხადოა როდესაც დედამიწის დატოვებს მას აღარ ექნება დედამიწასთან ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია, და რადგან მინიმალურ სიჩქარეს ვეძებთ აღარც კინეტიკური ენერგია ექნება ორბიტის დატოვებისას მაშინ.

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{M_E m}{r_E} = 0 \tag{4}$$

აქედან მივიღებთ:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_E}{r_E}} \tag{5}$$

სადაც M_E არის დედამიწის მასა, r_E არის დედამიწის რადიუსი. რიცხვით გამოთვლისას მიიღება რომ $v = 11.2 \cdot 10^3$ მ/წმ.

ორივე შემთხვევაში შეიძლება გამოვიყენოთ მიახლოება, $g = GM/r_E^2$ და ზემო განტოლებებში ჩავსვათ.

4 ამოცანები

1 რა დროში დაეცემა მთვარე დედამიწას თუ ის სწრაფად გაჩერდება.
ამოხსნა: ამ ამოცანაში უნდა გამოვიყენოთ კეპლერის მესამე კანონი:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{6}$$

დავარდნა შეიძლება განვიხილოთ როგორც ძალიან გაწელილი ელიფსი. თუ დავუშვებთ რომ თავიდან მთვარის რადიუსი იყო a ახალი რადიუსი იქნება $a/2$, მაშინ ვარდნის დრო იქნება.

$$T_1^2 = T_2^2 \cdot \frac{(a/2)^3}{a^3} = T_2^2 \frac{1}{8} \tag{7}$$

სადაც T_2 არის ძველი მთვარის პერიოდი, მაშინ დავარდნის დრო იქნება პერიოდის ნახევარი $T_1/2$