

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM CHẤM

Bài 1. (5,0 điểm) Cho phương trình $3\cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) - 1 = 0$. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình trên (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Cách giải và đáp án	Điểm
Cách 1: Ta có: $3\cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3} - \frac{\pi}{10} + k\pi \\ x = -\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3} - \frac{\pi}{10} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \text{ Vì}$	1 điểm
$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x_1 = 0,3013204433; x_2 = 3,442913097;$ $x_3 = 2,21195368; x_4 = 5,353546333.$	2 điểm
Nên tổng 4 nghiệm 11,30973355. Kết quả: 11,3097	2 điểm
Cách 2: Chạy Table trên đoạn $[0; 2\pi]$ xác định phương trình có 4 nghiệm.	1 điểm
Nhập $3\cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) - 1 = 0$. Bấm Shift Slove được 4 nghiệm $x_1 = 0,3013204433; x_2 = 3,442913097;$ $x_3 = 2,21195368; x_4 = 5,353546333$	2 điểm
Nên tổng 4 nghiệm 11,30973355. Kết quả: 11,3097.	2 điểm

Bài 2. (5,0 điểm) Cho hai parabol xác định bởi: (P): $y = -x^2 + 5x - 6$ và (Q): $y = \frac{1}{4}x^2 - 10x + 109$. Gọi M điểm di chuyển trên (P) và N di chuyển trên (Q). Tìm khoảng cách ngắn nhất của đoạn MN (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Cách giải và đáp án	Điểm						
<p>Toạ độ điểm $M(x; -x^2 + 5x - 6)$ và điểm $N(x'; \frac{1}{4}x'^2 - 10x' + 109)$. Khi đó MN ngắn nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến tại M song song với tiếp tuyến tại $N \Rightarrow -2x + 5 = \frac{1}{2}x' - 10 \Leftrightarrow x' = -4x + 30$.</p> <p>Khi đó</p> $MN = \sqrt{(x' - x)^2 + \left(\frac{1}{4}x'^2 - 10x' + 109 + x^2 - 5x + 6\right)^2}$ $= 5\sqrt{x^4 - 10x^3 + 42x^2 - 92x + 100}$ <p>Hàm số bậc 4 đạt GTNN tại</p> <table border="1"> <tr> <td>$ax^3 + bx^2 + cx + d$</td><td>$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$</td></tr> <tr> <td>$4x^3 - 30x^2 + 84x - 92$</td><td>$x =$</td></tr> <tr> <td></td><td>3,153652859</td></tr> </table> <p>STO $\rightarrow A$.</p>	$ax^3 + bx^2 + cx + d$	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$	$4x^3 - 30x^2 + 84x - 92$	$x =$		3,153652859	1 điểm
$ax^3 + bx^2 + cx + d$	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$						
$4x^3 - 30x^2 + 84x - 92$	$x =$						
	3,153652859						
<p>Nhập $MN = 5\sqrt{x^4 - 10x^3 + 42x^2 - 92x + 100}$ CALC A bằng 17,91798128. Kết quả: 17,918</p>	2 điểm						

Bài 3. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 6x + 1}{8x}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm trên (C) và có hoành độ $x = \frac{4}{5}$ dưới dạng $y = ax + b$ với a, b là hai số hữu tỷ. Xác định a và b .

Cách giải và đáp án	Điểm
<p>Bấm $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 - 6x + 1}{8x}\right)_{x=\frac{4}{5}} = -\frac{9}{128}$.</p>	1 điểm
<p>$y\left(\frac{4}{5}\right) = -\frac{79}{160}$.</p> <p>Tiếp tuyến có phương trình $y = -\frac{9}{128}\left(x - \frac{4}{5}\right) - \frac{79}{160} = -\frac{9}{128}x - \frac{7}{16}$.</p>	2 điểm
<p>Kết quả $a = -\frac{9}{128}; b = -\frac{7}{16}$.</p>	2 điểm

Bài 4. (5,0 điểm) Cho hàm số bậc 4: $y = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x - 5$. Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho có ba cực trị và $y = ax^2 + bx + c$ là phương trình của parabol đi qua ba điểm cực trị đó. Xác định các hệ số a, b, c .

Cách giải và đáp án			Điểm
Đặt $f(x) = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x - 5$. Phương trình parabol đi qua 3 điểm cực trị là $y = g(x) = f(x) - f'(x)\left(\frac{x}{4} + \frac{b}{16a}\right)$.			1 điểm
Nhập $f(x) = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x - 5$. Nhập $g(x) = f(x) - \frac{d}{dx}(f(x))\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{16}\right)$.			2 điểm
$g(0)$ $-\frac{19}{4}$ STO $\rightarrow C$	$\frac{g(1) - g(-1)}{2}$ $-\frac{21}{8}$ STO $\rightarrow B$	$A = g(1) - B - C$ $-\frac{15}{8}$	
Kết quả $a = -\frac{15}{8}; b = -\frac{21}{8}; c = -\frac{19}{4}$.			2 điểm

Bài 5. (5,0 điểm) Một cầu thủ đang đứng ở vị trí A và chuẩn bị sút bóng vào khung thành BC với $BC = 7,32\text{m}$. Thủ môn đứng tại trung tâm của BC . Khoảng cách từ cầu thủ này đến đường thẳng BC là 11 m, cho biết $BAC = 35^\circ$. Tính khoảng cách từ thủ môn đến cầu thủ nói trên (chính xác đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Cách giải và đáp án		Điểm
$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7,32 \cdot 11$ STO $\rightarrow A$.		1 điểm
Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$ Suy ra $AB^2 + AC^2 = BC^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \cdot \frac{\cos A}{\sin A}$; STO $\rightarrow B$ Vậy $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Rightarrow AM \approx 11,33$.		2 điểm
Kết quả $AM \approx 11,33$.		2 điểm

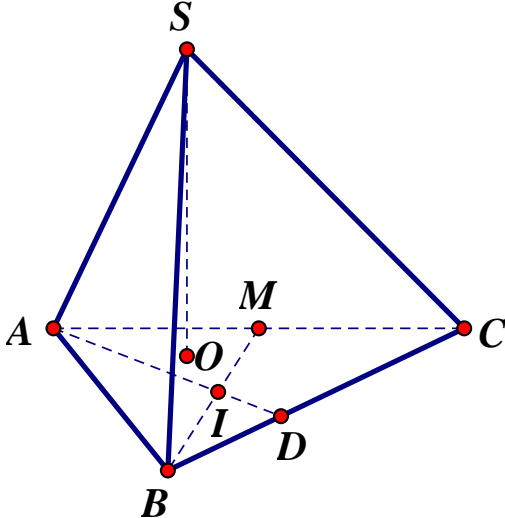
Bài 6. (5,0 điểm) Tìm 5 chữ số cuối cùng của số $A = 2026^{2025}$.

Cách giải và đáp án	Điểm
<div>2025 = 3⁴.5²</div> <div><div>2026</div><div>2026</div></div> <div><div>$\text{Ans}^3 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^3}{10^5}\right)$<div>73576</div></div></div>	1 điểm
<div><div>$\text{Ans}^3 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^3}{10^5}\right)$<div>46976</div></div><div><div>$\text{Ans}^3 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^3}{10^5}\right)$<div>2176</div></div><div><div>$\text{Ans}^3 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^3}{10^5}\right)$<div>7776</div></div><div><div>$\text{Ans}^5 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^5}{10^5}\right)$<div>1376</div></div><div><div>$\text{Ans}^5 - 10^5 \text{Int}\left(\frac{\text{Ans}^5}{10^5}\right)$<div>69376</div></div></div></div></div></div></div>	
<div>Vậy 5 chữ số cuối cùng là 69376 Kết quả 69376</div>	2 điểm

Bài 7. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{4x^2 + 5x + 6}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị tại A và B . Gọi $C(1;2)$. Tính diện tích tam giác ABC (làm tròn đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Cách giải và đáp án	Điểm
<p>Ta có $y' = \frac{-3x^2 + 36x + 27}{(4x^2 + 5x + 6)^2}$.</p> <p>Nên $A\left(6 + 3\sqrt{5}; \frac{-22 + 18\sqrt{5}}{71}\right); B\left(6 - 3\sqrt{5}; -\frac{22 + 18\sqrt{5}}{71}\right)$.</p>	1 điểm
<p>Lần lượt lưu hai điểm cực trị vào A và B.</p> <p>$MatA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ A & f(A) & 1 \\ B & f(B) & 1 \end{pmatrix}$.</p>	2 điểm
<p>$S_{ABC} = \frac{1}{2} \det MatA \approx 18,3295$.</p>	2 điểm

Bài 8: (5,0 điểm) Cho khối tứ diện $SABC$ sao cho tam giác ABC có $AB = 7\text{ cm}$, $BC = 7\sqrt{2}\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$. Cho biết tam giác SAB đều và tam giác SBC vuông tại S . Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC và M là trung điểm AC . Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AD và BM . Tính thể tích của khối tứ diện $SBDI$ (làm tròn đến bốn chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Cách giải và đáp án	Điểm
 <p>Ta có $SA = SB = AB = 7$. Tam giác SBC vuông tại S nên $SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = 7$.</p> <p>Do đó $SA = SB = SC = 7$ nên hình chiếu của S trên (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.</p> <p>$R = OA = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S_{ABC}} \approx 5,269121822$ STO $\rightarrow A$.</p> <p>$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2}$ STO $\rightarrow B$.</p>	1 điểm
<p>$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2}$ STO $\rightarrow B$.</p>	2 điểm

$S_{BDI} = S_{ABD} - S_{AIB}.$ $AD = \frac{2AB.AC.\cos\frac{A}{2}}{AB+AC} = 3.343733775 \text{ STO} \rightarrow C.$ $AI = \frac{2AB.AM.\cos\frac{A}{2}}{AB+AM} = 2.111831858 \text{ STO} \rightarrow D.$	
Do đó $V_{SBDI} = \frac{1}{3} S_{IBD} . SO = 5,427037472.$ Kết quả 5,4270.	2 điểm

Bài 9. (5,0 điểm) Một người vay ở một tổ chức tín dụng một khoản vay và phải trả mỗi tháng 7 500 000 đồng với lãi kép không đổi 14,4% trên một năm, kì hạn trả theo tháng. Vào các tháng 11; 12; 01; 02 anh ta không trả được khoản vay hàng tháng này và xin trả chậm đến tháng 3. Vậy để hợp thức hoá thoả thuận, người ấy phải nộp bao nhiêu vào tháng 3, nghĩa là phải kèm theo nộp luôn các khoản của các tháng 11, 12, 01, 02 (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Cách giải và đáp án	Điểm
Tháng 3 nộp 7 500 000 Tháng 02 nộp $7500000.(1+1,2\%)$ Tháng 01 nộp $7500000.(1+1,2\%)^2$ Tháng 12 nộp $7500000.(1+1,2\%)^3$ Tháng 11 nộp $7500000.(1+1,2\%)^4$	2 điểm
Vậy số tiền nộp $\sum_{x=0}^4 7500000.(1+1,2\%)^x \approx 38410864,96$	1 điểm
Kết quả 38410865.	2 điểm

Bài 10: (5,0 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $u_1=1, u_2=-2, u_3=3,$

$u_n = u_{n-1} - 2u_{n-2} + 3u_{n-3} - 123n^2$ ($n \geq 4$). Tính u_{41} .

Cách giải và đáp án	Điểm																									
Cách 1: Mở bảng tính. Cột A đánh số từ 1 đến 41 Cột B nhập 1, -2, 3 lần lượt vào B1, B2, B3. Từ B4 đến B41 nhập công thức $B4 = B3 - 2B2 + 3B1 - 123(A4)^2$. Kết quả	1 điểm																									
<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td></td><td></td></tr><tr><td>38</td><td>38</td><td>-3.10^8</td><td></td><td></td></tr><tr><td>39</td><td>39</td><td>-3.10^9</td><td></td><td></td></tr><tr><td>40</td><td>40</td><td>$1.3.10^9$</td><td></td><td></td></tr><tr><td>41</td><td>41</td><td>$6.6.10^9$</td><td></td><td></td></tr></table>		A	B			38	38	-3.10^8			39	39	-3.10^9			40	40	$1.3.10^9$			41	41	$6.6.10^9$			2 điểm
	A	B																								
38	38	-3.10^8																								
39	39	-3.10^9																								
40	40	$1.3.10^9$																								
41	41	$6.6.10^9$																								
Kết quả: 6629814551.	2 điểm																									
Cách 2: Gán $D=3; A=1; B=-2; C=3$ $D=D+1; A=C-2B+3A-123.D^2$ $D=D+1; B=A-2C+3B-123.D^2$ $D=D+1; C=B-2A+3C-123.D^2$	1 điểm 2 điểm																									
Bấm = ... đến D = 41 ứng với B = 6629814551.	2 điểm																									

*** Lưu ý:**

- Mọi cách giải khác với hướng dẫn chấm, nếu đúng kết quả vẫn cho điểm tối đa.

- Tùy theo mỗi loại máy học sinh sẽ thể hiện qui trình bấm phím khác nhau, giám khảo cần thảo luận và viết lại qui trình cho từng loại máy trước khi chấm.

- Giám khảo cần thảo luận thống nhất các tình huống làm bài của học sinh để cho điểm hợp lý.

-----Hết-----